Katedra Geotechniki i Budownictwa Drogowego

WYDZIAŁ NAUK TECHNICZNYCH

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski

Mechanika Gruntów 2

dr inż. Ireneusz Dyka

http://pracownicy.uwm.edu.pl/i.dyka

e-mail: i.dyka@uwm.edu.pl

Mechanika Gruntów 2

podstawy wzajemnego oddziaływania konstrukcji i podłoża gruntowego

Program ćwiczeń:

1. **Naprężenia w ośrodku gruntowym – od siły skupionej. Zadanie domowe nr 1.**
2. **Naprężenia w ośrodku gruntowym – od obciążenia ciągłego.**
3. **Naprężenia geostatyczne. Odprężenie gruntu w wykopie.**
4. **Osiadania fundamentu bezpośredniego.**
5. **Konsolidacja słabego podłoża.**
6. **Przepływ wody w gruncie – zadania.**
7. **Kolokwium nr 1**
8. **Opór graniczny podłoża - nośność podłoża.**
9. **Nośność podłoża uwarstwionego.**
10. **Parcie i odpór gruntu – zadania.**
11. **Analiza stateczności skarp i zboczy.**
12. **Nośność pali fundamentowych.**
13. **j.w.**
14. **Kolokwium nr 2**
15. **Kolokwium poprawkowe. Zaliczenie ćwiczeń.**

dr inż. Ireneusz Dyka
http://pracownicy.uwm.edu.pl/i.dyka
e-mail: i.dyka@uwm.edu.pl

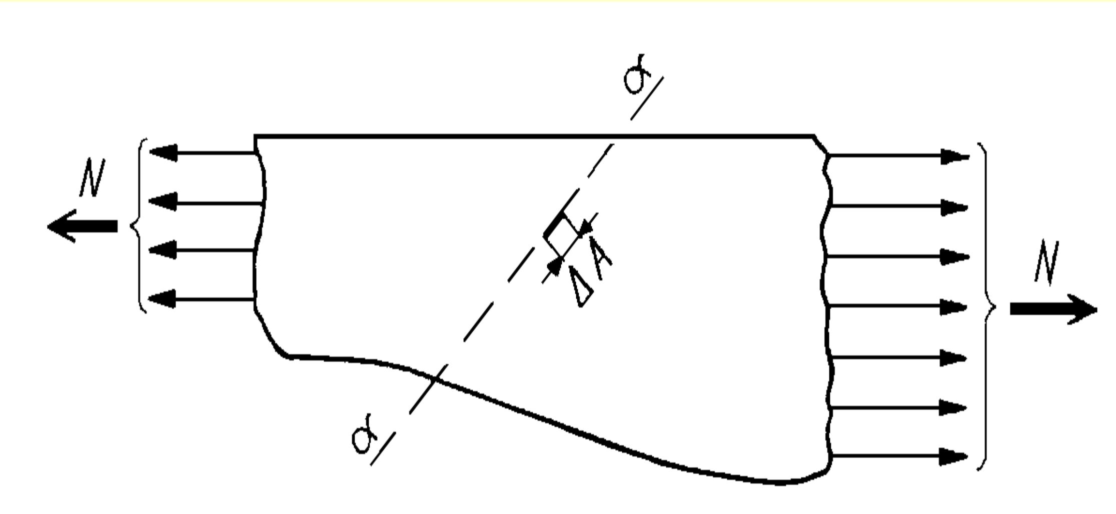
Naprężenie w gruncie

- stan naprężenia w gruncie

- graficzna interpretacja naprężenia
- naprężenie geostatyczne
- naprężenie powstałe wskutek działania obciążeń zewnętrznych

Stan naprężenia w gruncie

Naprężenie - *graniczna wartość stosunku siły działającej na nieskończenie mały element pola przekroju ciała do wymiaru tego pola:*



Przekrój ciała sztywnego (Glazer, 1985)

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

gdzie: σ - naprężenie

N - siła

A - pole przekroju

Wartość naprężenia w dowolnym punkcie przekroju zależy od kierunku przekroju ➔ naprężenie ➔ wielkość tensorowa ➔ stan naprężenia

Graficzna Interpretacja Naprężenia

W każdym punkcie ciała istnieją trzy wzajemnie prostopadłe płaszczyzny (nazywane głównymi), w których wartość naprężeń stycznych równa się zeru, a naprężenia normalne nazywane są **naprężeniami głównymi**, wyróżniamy:

- **największe naprężenie główne σ_1**
- **najmniejsze naprężenie główne σ_3**
- **pośrednie naprężenie główne σ_2**

Gdy $K < 1$, $\sigma_v = \sigma_1$, $\sigma_h = \sigma_3$ i $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_h$.

Gdy $K > 1$ $\sigma_h = \sigma_1$, $\sigma_v = \sigma_3$ i $\sigma_2 = \sigma_1 = \sigma_h$.

Gdy $K = 1 \sigma_v = \sigma_h = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ występuje izotropowy stan naprężenia.

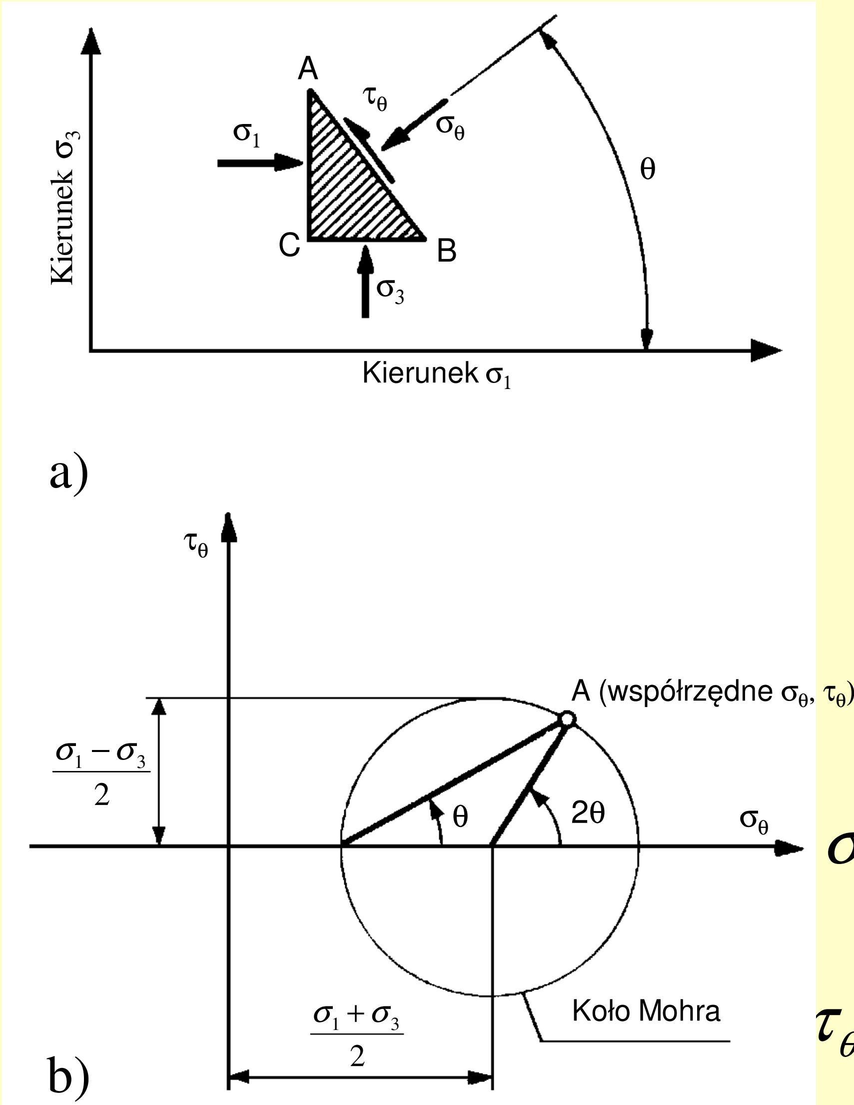
Naprężenia styczne w każdych dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach są liczbowo sobie równe $\tau_h = \tau_v$.

Koło Mohra

Znając wartość i kierunek składowych naprężenia σ_1 i σ_3, można wyznaczyć **naprężenia normalne** i **styczne** w dowolnym kierunku, stosując następujące związki:

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cos^2\theta + \sigma_3 \sin^2\theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\theta$$

$$\tau_\theta = (\sigma_1 - \sigma_3)\sin\theta\cos\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\sin 2\theta.$$



Graficzne przedstawienie stanu naprężenia za pomocą koła Mohra:

a) naprężenie działające na element gruntu,

b) wykres Mohra dla stanu naprężenia w danym punkcie A.

Każde naprężenie możemy rozłożyć na dwie składowe:

- prostopadłą do płaszczyzny przekroju nazywaną **naprężeniem normalnym** σ
- w płaszczyźnie przekroju nazywaną **naprężeniem stycznym** τ

Naprężenie geostatyczne

Wartość **pionowej składowej naprężenia geostatycznego** $\boldsymbol{\sigma_{\gamma z}}$ wyznacza się ze wzoru:

$$\sigma_{\gamma z} = \sum_{i=1}^{n} \rho g h_i$$

gdzie: ρ - gęstość objętościowa gruntu w każdej warstwie *i*

h_i - miąższość poszczególnych warstw *i*

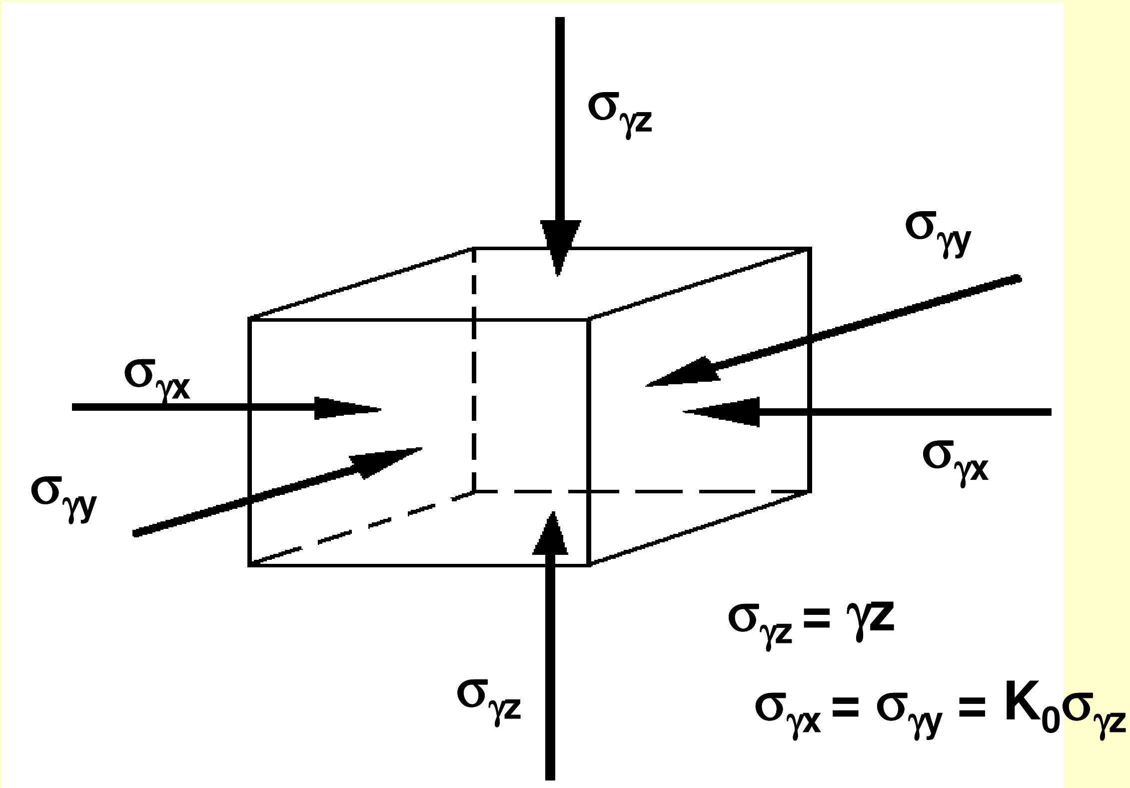
g - przyspieszenie ziemskie

Wartość **poziomej składowej naprężenia geostatycznego** $\boldsymbol{\sigma_{\gamma x}}$ oblicza się ze wzoru:

$$\sigma_{\gamma x} = \sigma_{\gamma y} = K_0 \sigma_{\gamma z}$$

gdzie: K_0 - współczynnik parcia bocznego w spoczynku,

$\sigma_{\gamma z}$ - pionowa składowa naprężenia pierwotnego.



Składowe naprężenia pierwotnego.

Wartość współczynnika K_0 zależy od rodzaju gruntu i historii jego naprężenia i zmienia się w zakresie **0,2 ÷ 0,6** dla gruntów normalnie skonsolidowanych i **0,8 ÷ 2,0** dla gruntów prekonsolidowanych.

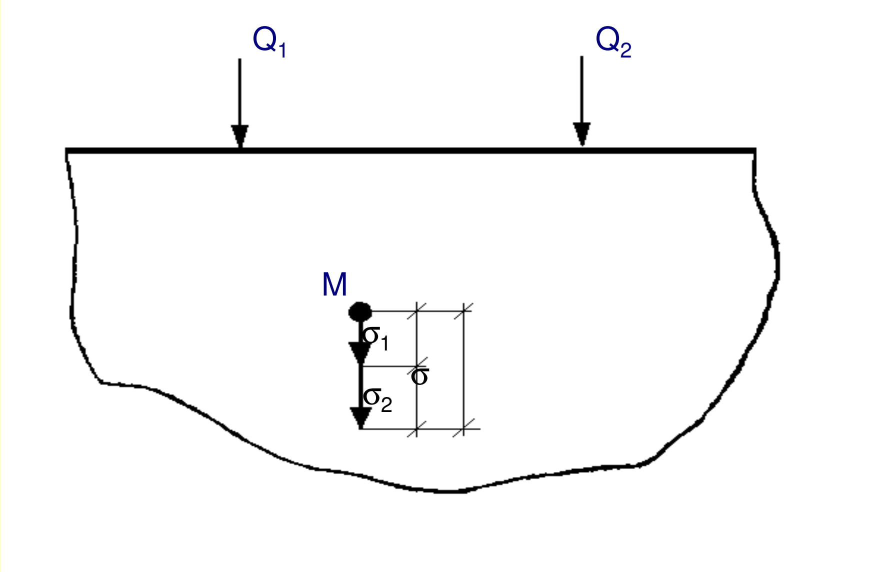
Naprężenie pierwotne lub **geostatyczne $\sigma_{\gamma z}$** to naprężenie istniejące w gruncie od ciężaru wyżej leżących warstw.
Zgodnie z zasadą superpozycji **naprężenie całkowite σ_z** w gruncie jest sumą **naprężenia pierwotnego $\sigma_{\gamma z}$** i **naprężenia od obciążenia zewnętrznego σ_{qz}**:

$$\sigma_z = \sigma_{\gamma z} + \sigma_{qz}$$

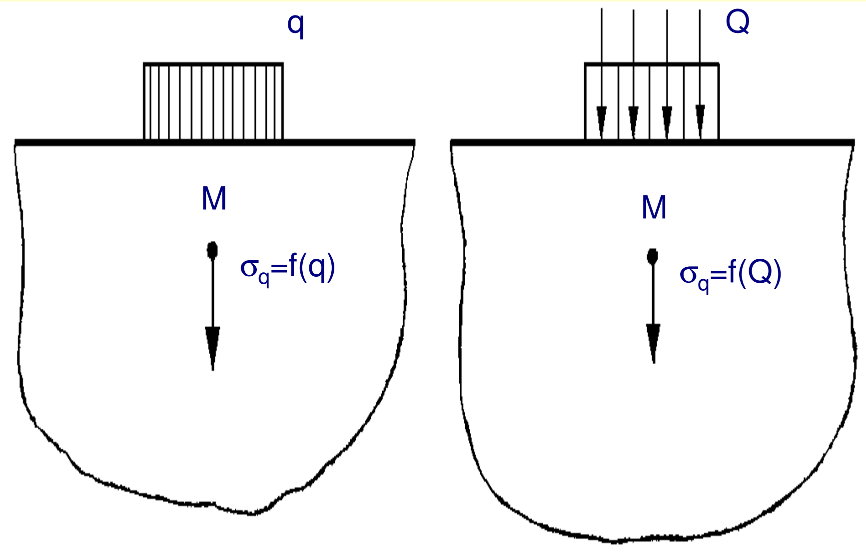
W przypadku przyłożenia obciążenia nie na powierzchni półprzestrzeni, lecz na pewnej głębokości po wykonaniu wykopu, naprężenie całkowite σ_z w dowolnym punkcie wyznacza się jako sumę naprężenia pierwotnego geostatycznego $\sigma_{\gamma z}$ zmniejszonego o odciążenie wykopem $\Delta\sigma_{\gamma z}$:

$$\sigma_z = \left(\sigma_{\gamma z} - \Delta\sigma_{\gamma z}\right) + \sigma_{qz}$$

Zasady superpozycji przy wyznaczaniu wielu sił skupionych.



Naprężenie od dwóch sił skupionych.

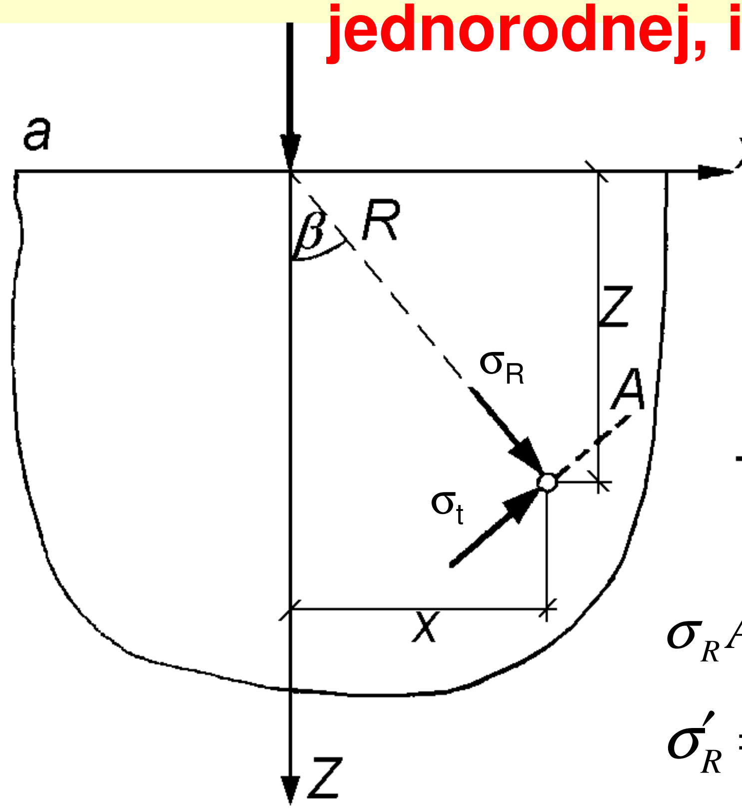


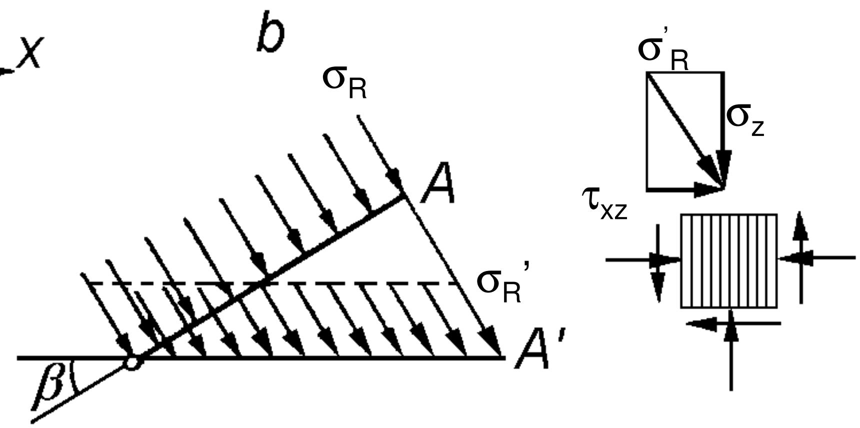
Naprężenie od obciążenia ciągłego.

Naprężenie powstałe wskutek działania obciążeń zewnętrznych

Rozkład naprężenia w gruncie od pionowej siły skupionej

(rozwiązanie Boussinesq'a – w półprzestrzeni sprężystej: jednorodnej, izotropowej, γ=0)





$$\sigma_R A = \sigma'_R A' = \sigma'_R \cdot \frac{A}{\cos\beta}$$

$$\sigma'_R = \sigma_R \cos\beta$$

$$\sigma_z = \sigma'_R \cos\beta$$

$$\tau_{xz} = \sigma'_R \sin\beta$$

Naprężenie wzbudzone siłą skupioną.

- **naprężenie radialne** w punkcie *M* o współrzędnych *R*, β równa się:

$$\sigma_R = k \frac{Q \cos \beta}{R^2}$$

- **naprężenie pionowe normalne σ_z** w tym samym punkcie wynosi:

$$\sigma_z = \sigma_R \cos^2 \beta = k \frac{Q \cos^3 \beta}{R^2}$$

Podstawiając $\cos \beta = \frac{z}{R}$, otrzymuje się: $\sigma_z = k \frac{Qz^3}{R^5}$

oraz $k = \frac{3}{2\pi}$

Uzyskuje się **naprężenie radialne σ_R** równe:

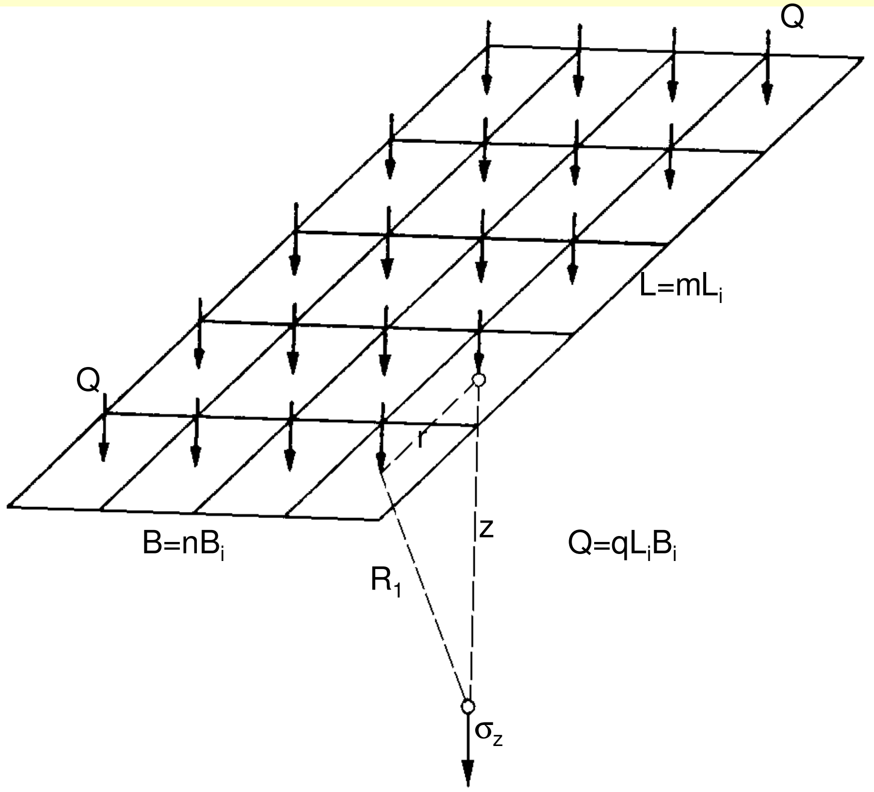
$$\sigma_R = \frac{3Q\cos\beta}{2\pi R^2}$$

i **naprężenie pionowe normalne σ_z** (w układzie współrzędnych walcowych po podstawieniu wartości k i $R^2 = z^2 + r^2$)

$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi z^2\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$$

Rozkład naprężenia w gruncie od działania obciążenia ciągłego

Zastosowanie superpozycji do wyznaczania naprężenia od obciążenia ciągłego.

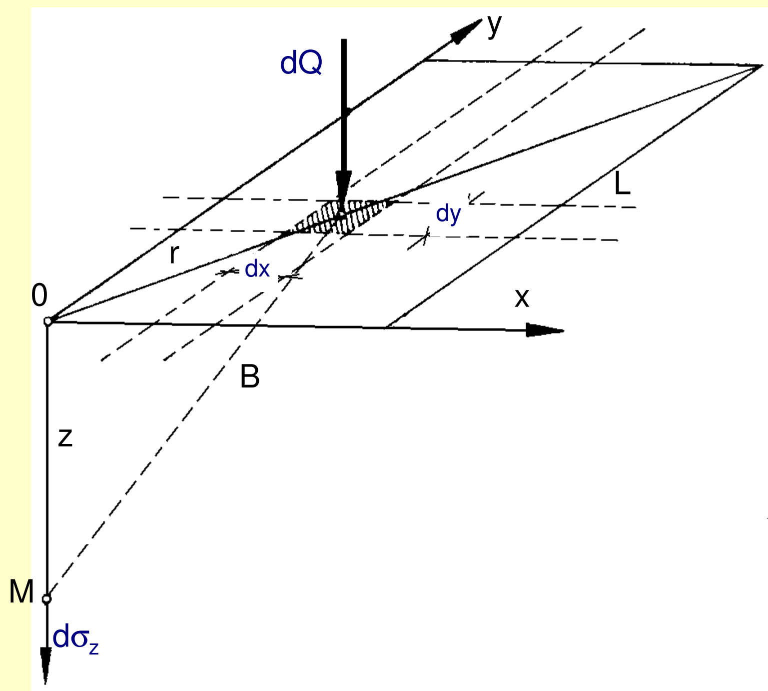


Obszar obciążony dzieli się na mniejsze elementy, w środku elementów przykłada się zastępcze siły skupione.

Wartość naprężenia **pionowego normalnego** w dowolnym punkcie ośrodka gruntowego obciążonego wyznacza się na podstawie wzoru ***Boussinesqa*:**

$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi z^2 \left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$$

Wyznaczanie naprężenia pod narożem prostokątnego obszaru obciążonego



Na danym obszarze ***A*** wydziela się nieskończenie mały element o polu ***dA = dx dy***; elementarna siła ***dQ = qdA*** wywołuje w rozpatrywanym punkcie ***M*** na głębokości ***z*** poniżej powierzchni półprzestrzeni elementarne naprężenie:

$$d\sigma_z = \frac{3\,dQ}{2\pi z^2\left[1+\left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$$

Naprężenie pionowe w rozpatrywanym punkcie M od obciążenia ciągłego działającego w obszarze A wynosi:

$$\sigma_z = \int_0^L\int_0^B \frac{3q\,dx\,dy}{2\pi z^2\left[1+\frac{x^2+y^2}{z^2}\right]^{5/2}}$$

Wyznaczanie naprężeń pionowych od obciążenia ciągłego za pomocą elementarnych zastępczych sił skupionych.

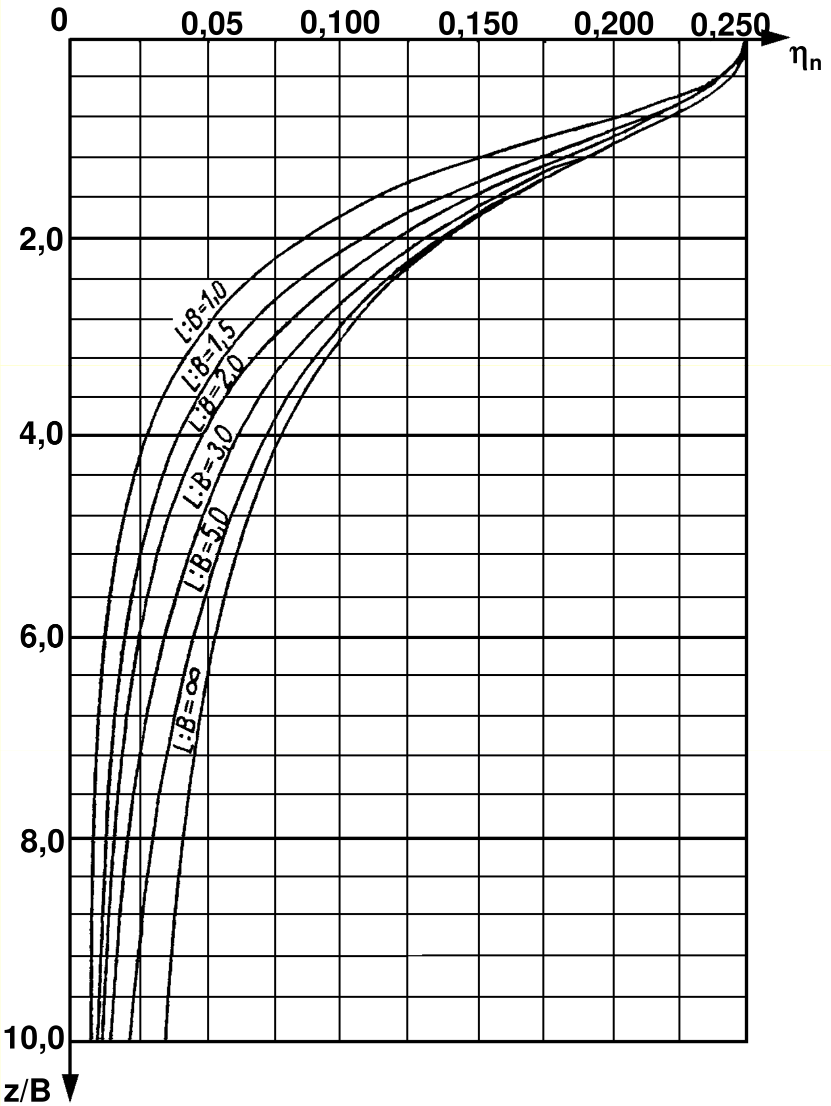
Metoda punktów narożnych umożliwia wyznaczanie naprężenia pionowego oraz sumy naprężeń głównych pod narożem prostokątnego obciążonego obszaru według wzorów:

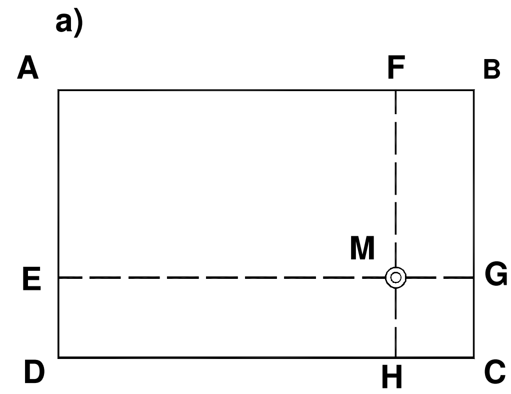
$$\sigma_{zn} = \frac{q}{2}\frac{LBz\left(L^2 + B^2 + 2z^2\right)}{\left(L^2 + z^2\right)\left(B^2 + z^2\right)\sqrt{L^2 + B^2 + z^2}} + \mathrm{arc}\ \ \mathrm{tg}\frac{LB}{z\sqrt{L^2 + B^2 + z^2}} = q\eta_n$$

gdzie:

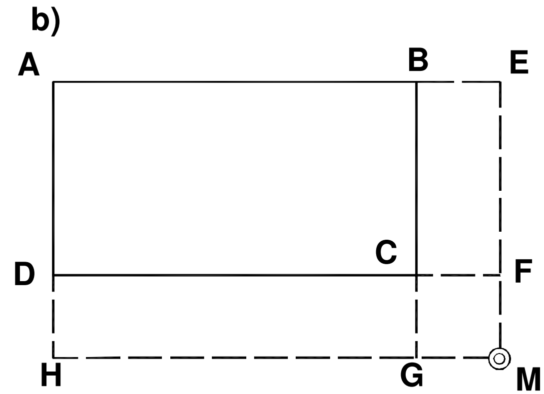
η_n - współczynnik wyznaczany z nomogramu w zależności od stosunku *L:B* (długość obszaru obciążonego do jego szerokości) oraz od stosunku *z:B* (zagłębienie punktu poniżej powierzchni do szerokości),

q - obciążenie ciągłe.





$$\sigma_{zq} = \left(\eta_n^{AFME} + \eta_n^{FBGM} + \eta_n^{EMHD} + \eta_n^{MGCH}\right) \cdot q$$



$$\sigma_{zq} = \left(\eta_n^{AEMH} - \eta_n^{BEMG} - \eta_n^{DFMH} + \eta_n^{CFMG}\right) \cdot q$$

Nomogram do wyznaczania współczynnika η_n

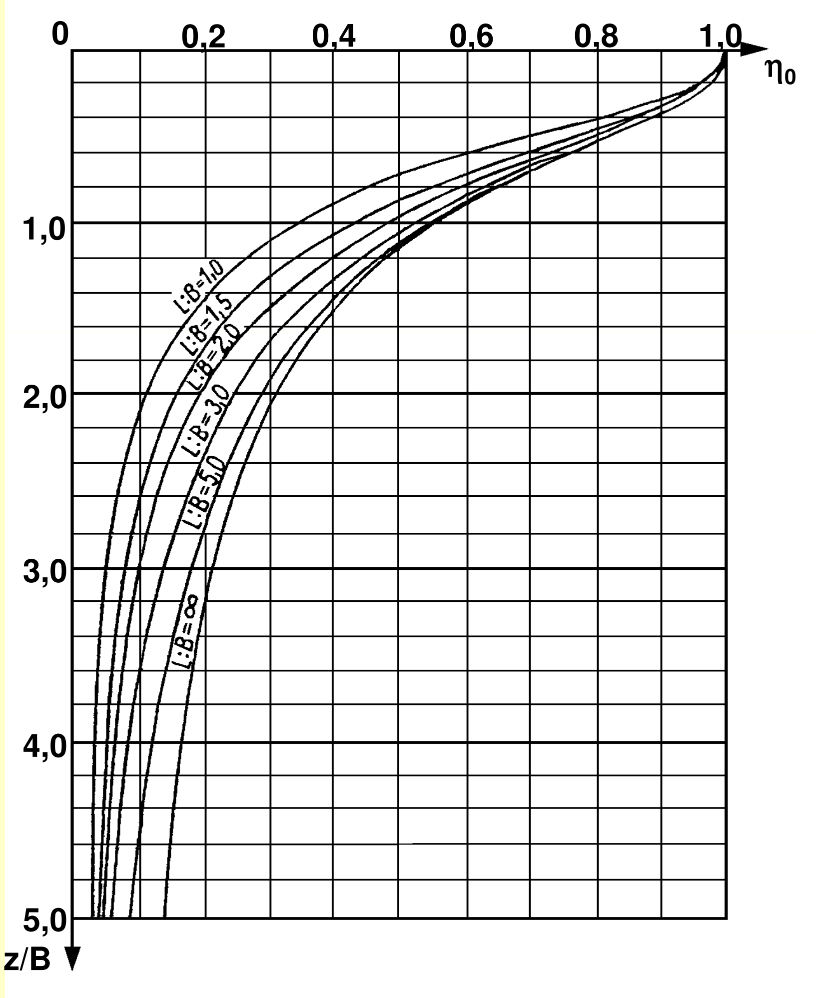
Zastosowanie metody punktów narożnych do obliczania naprężeń w dowolnym punkcie podłoża:

a) naroże wewnątrz obciążonego obszaru,

b) naroże na zewnątrz obciążonego obszaru.

Metodą punktów środkowych można wyznaczyć naprężenie pionowe pod środkiem prostokątnego obszaru obciążonego, posługując się wzorem:

$$\sigma_z = \eta_0 q$$



Nomogram do wyznaczania współczynnika η_0.

Wartość σ_z można również wyznaczyć, stosując superpozycję naprężeń pod wspólnym narożem czterech obciążonych prostokątów o bokach $\frac{L}{2}$ i $\frac{B}{2}$.

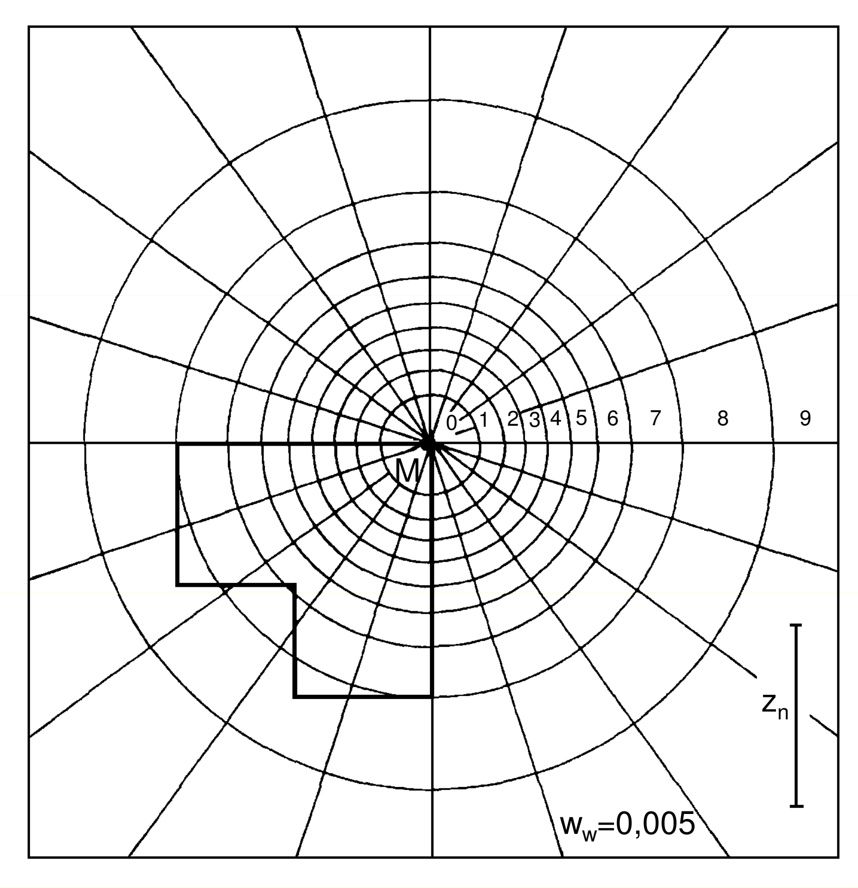
Metoda pól wpływowych umożliwia wyznaczanie rozkładu naprężenia pod dowolnie obciążoną powierzchnią, którą dzieli się współśrodkowymi okręgami o promieniach $\boldsymbol{r_i}$ na $\boldsymbol{n}$ promieni równoważnych pod względem wartości wzbudzonego przez każde z nich naprężenia pionowego pod środkiem tych kół. Przy $r = \infty$, $\eta = 1$, $\sigma_z = q$, przy $r = 0$, $\eta = 0$, $\sigma_z = 0$; przyjmując $\eta' = 1/n$, można wyznaczyć promień okręgu pierwszego wewnętrznego koła wywołującego naprężenie ze wzoru:

$$r_i = z\left[\frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{2/3}} - 1\right]^{1/2}$$

Następnie można dobrać takie wartości promieni kolejnych okręgów, aby różnica współczynników $\Delta\eta = \eta - \eta = const = 1/\eta$.

Przy założeniu ***z* = *const*** zmienny jest promień r_i**:**

$$r_i = z\left[\frac{1}{(1-\eta_i)^{2/3}} - 1\right]^{1/2}$$



Nomogram Newmarka.

Nomogram *Newmarka* umożliwia wyznaczenie wartości **naprężenia pionowego σ_z** od **obciążenia równomiernie rozłożonego *q*** na dowolnej powierzchni wg wzoru:

$$\sigma_z = I_P W_w q$$

gdzie: **I_P - liczba pól wpływu**

W_w - współczynnik wpływu

Q - obciążenie ciągłe

Przy wyznaczaniu **naprężenia punktowego**, pod którym wyznacza się naprężenie σ_z, należy umieścić w środku nomogramu kontur obciążonego obszaru w skali odpowiadającej danemu zagłębieniu: 1: (z/z_n). Następnie oblicza się liczbę pól zakrytych na nomogramie obszarem obciążonym. wg wzoru:

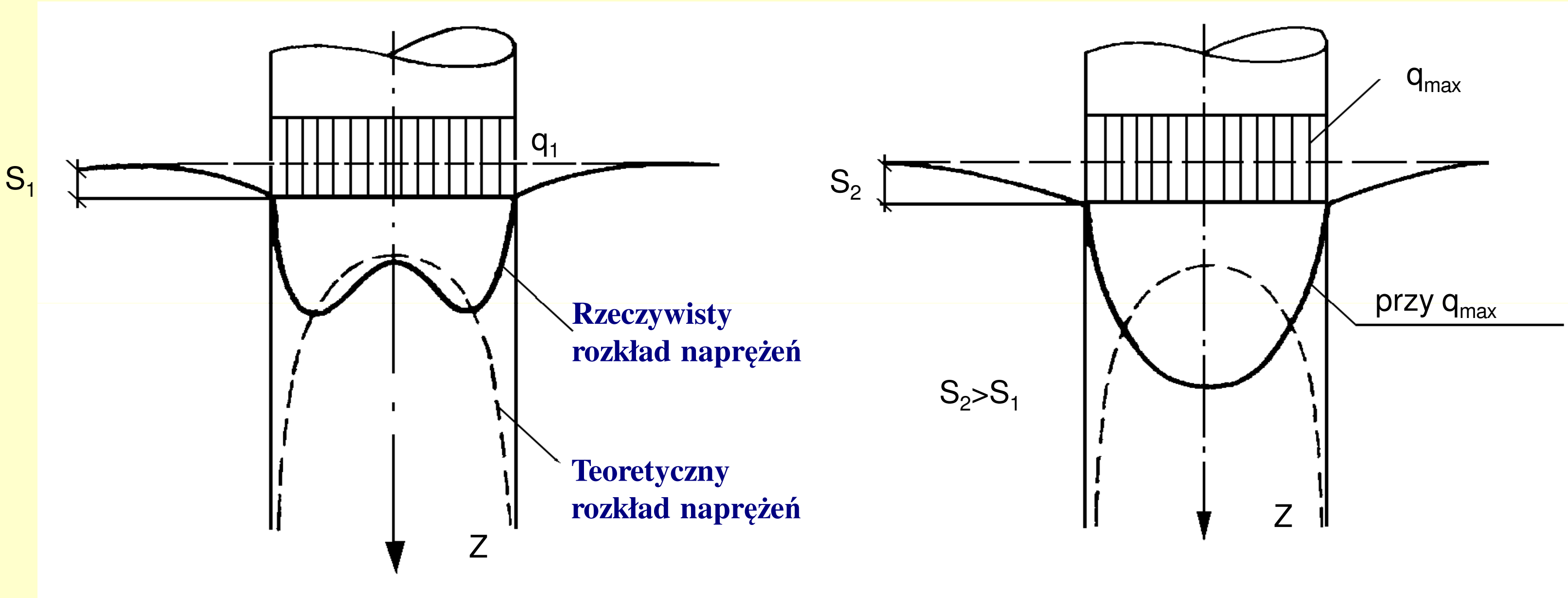
$$I_P = I_c + \frac{I_{cz}}{2}$$

gdzie:

I_c- liczba pól mieszczących się całkowicie wewnątrz konturów fundamentów

I_{cz}- liczba pól przykrytych częściowo obszarem obciążonym.

Rozkład naprężenia pod fundamentami sztywnymi



Rozkład naprężenia pionowego w poziomie posadowienia absolutnie sztywnego fundamentu a) w początkowym okresie obciążenia, b) przy obciążeniu granicznym.

Teoretyczny rozkład naprężenia w poziomie posadowienia wyznacza się ze wzoru

$$\sigma = \frac{q}{2\left(1 - \frac{\rho^2}{r^2}\right)^{1/2}}$$

gdzie:

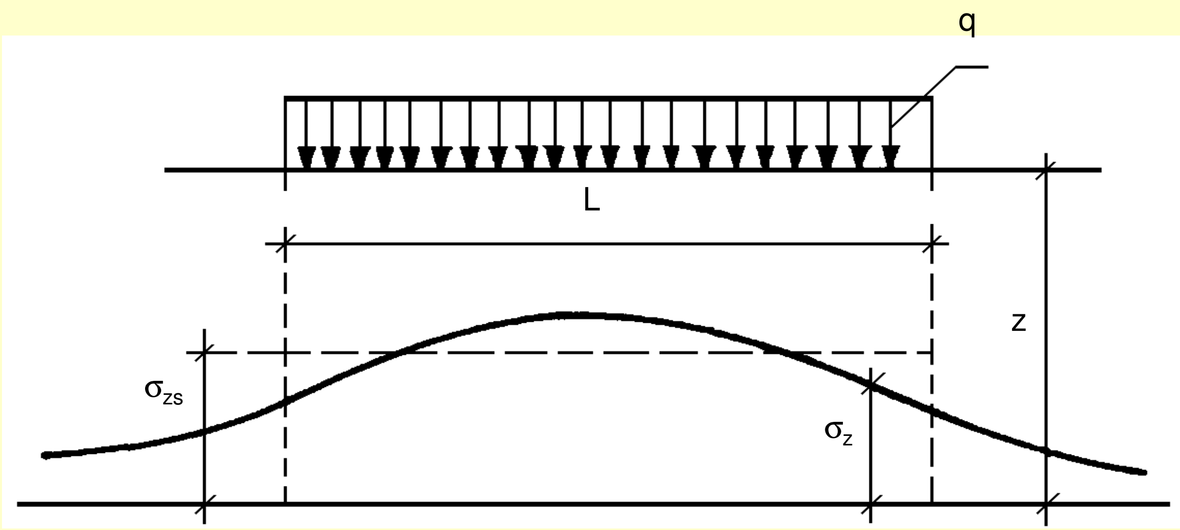
ρ - odległość rozpatrywanego punktu od środka fundamentu

r - promień podstawy fundamentu

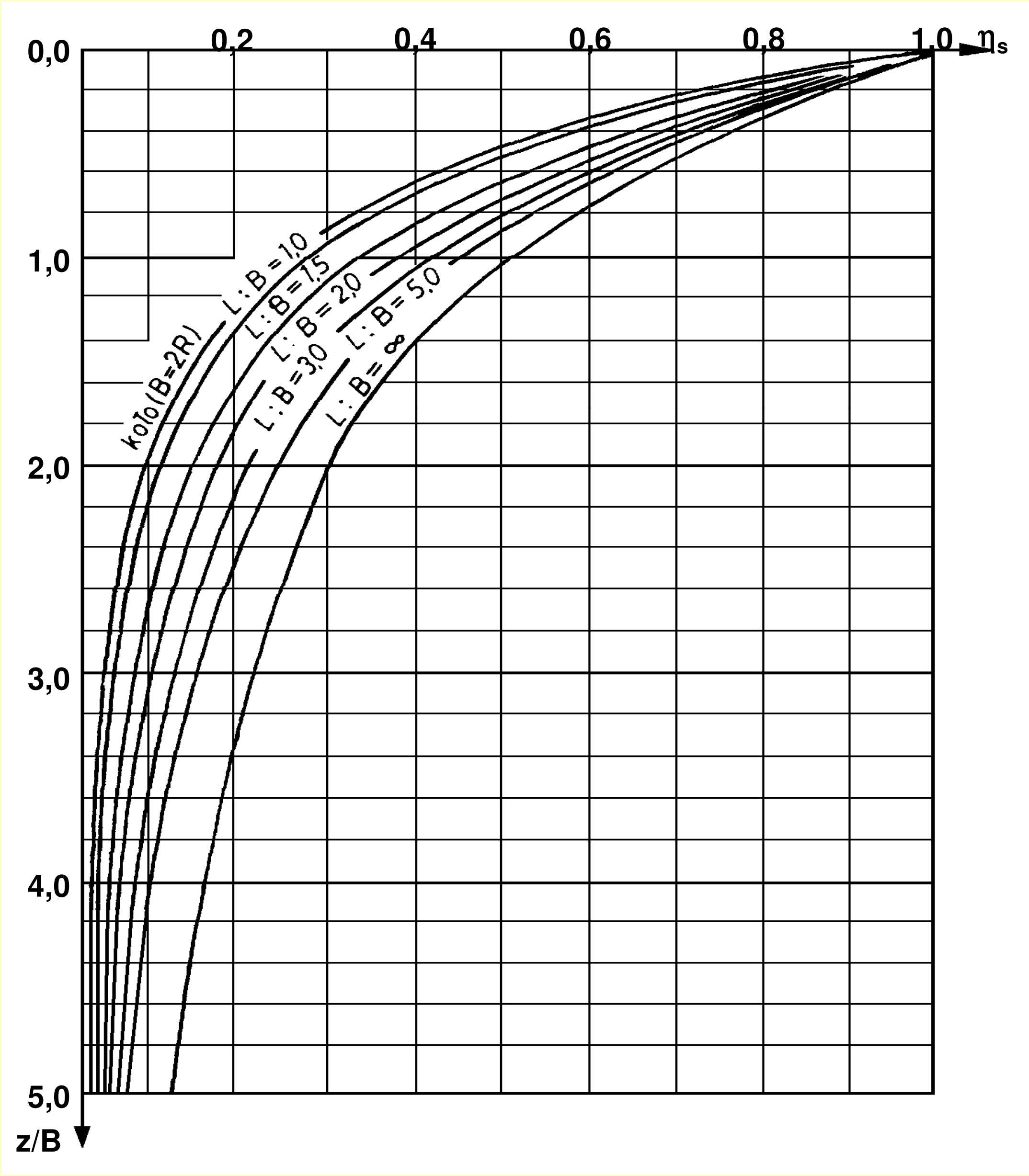
Naprężenia pionowe na głębokości z (poniżej poziomu posadowienia) wyznacza się jako **naprężenia średnie (całkowe)** w obrębie prostokąta znajdującego się pod obszarem obciążanym wg wzoru:

$$\sigma_{zs} = \frac{1}{A}\int_A \sigma_z \, dA = \frac{q}{BL}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \eta_n(x, y)\,dxdy = q\,\eta_s$$

gdzie: η_s- współczynnik rozkładu naprężenia



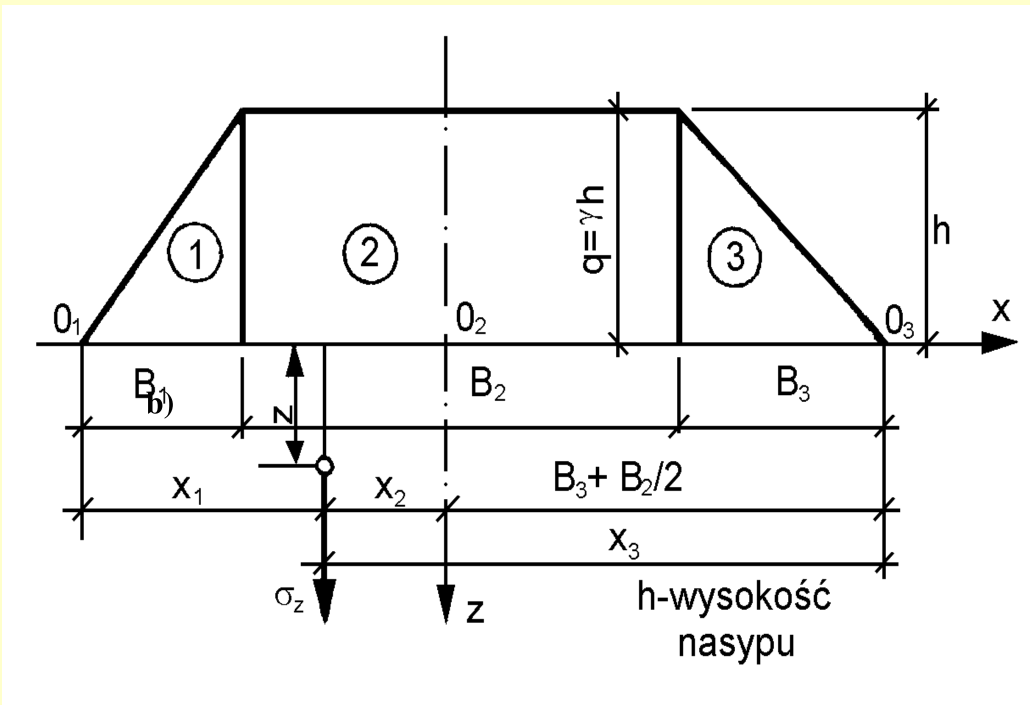
Rozkład naprężenia σ_z i naprężenie średnie σ_{zs} na głębokości z pod obszarem prostokątnym obciążonym równomiernie



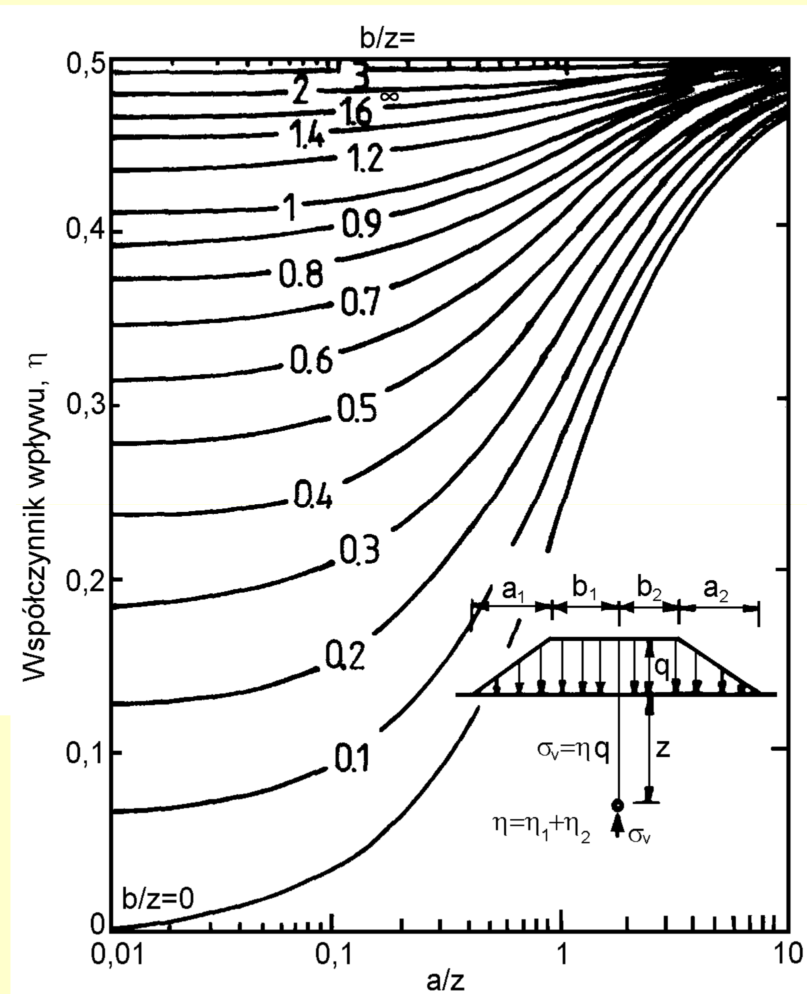
Nomogram do wyznaczania współczynnika η

Rozkład Naprężenia Pod Nasypami

a)



b)



Schemat do wyznaczania naprężenia pionowego σ_z w podłożu gruntowym pod nasypem:

a) schemat nasypu,

b) nomogram do wyznaczania współczynnika η.

Obciążenie od nasypu można podzielić na

- równomierne
- pasmowe
- pasmowe trójkątne

Naprężenie w dowolnym punkcie podłoża jest równe sumie naprężeń od obciążenia równomiernego pasmowego i obciążenia pasmowego w postaci dwóch prostokątnych trójkątów a mianowicie:

$$\sigma_z = \sigma_{z_1} + \sigma_{z_2} + \sigma_{z_3} = (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3)q$$

gdzie: η_2 **- współczynnik odpowiadający obciążeniu pasmowemu o rozkładzie prostokątnym,**

η_1 **i** η_3 **- współczynnik odpowiadające obciążeniu pasmowemu o rozkładzie trójkątnym**

q - obciążenie od nasypu ($q = \gamma h$**).**

Odwzorowanie Stanu Naprężenia w Układzie p – q

Przedstawienie na jednym wykresie wielu stanów naprężenia dokonuje się poprzez nanoszenie punktu, którego współrzędne są równe:

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \qquad q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

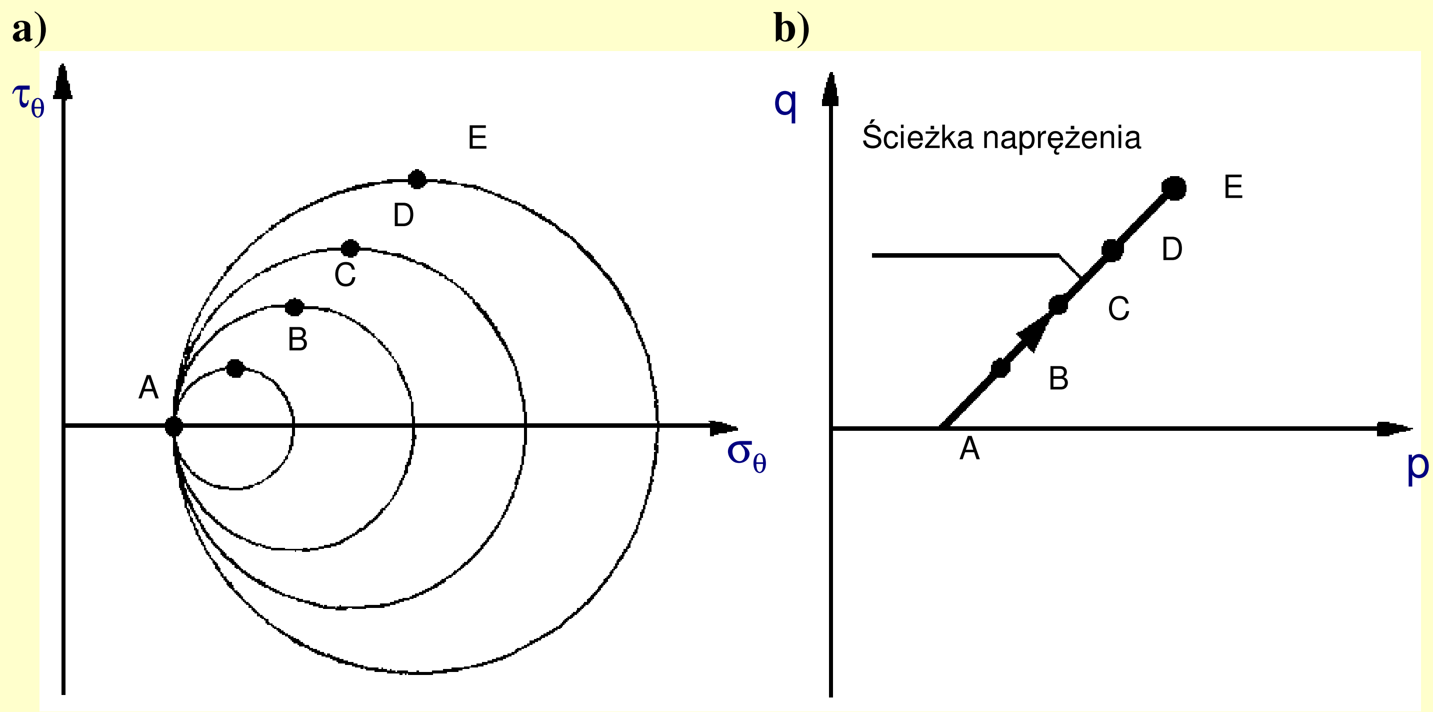
W większości przypadków naprężenia główne występują na pionowych bądź na poziomych płaszczyznach, a zatem równania można napisać w postaci:

$$p = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} \qquad q = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}$$

Ten sposób przedstawienia stanu naprężenia w gruncie sprowadza się do naniesienia jednego najwyżej leżącego punktu dla ***q* dodatniego** lub najniżej leżącego punktu dla ***q* ujemnego** na kole *Mohra.*

Ścieżki Naprężenia

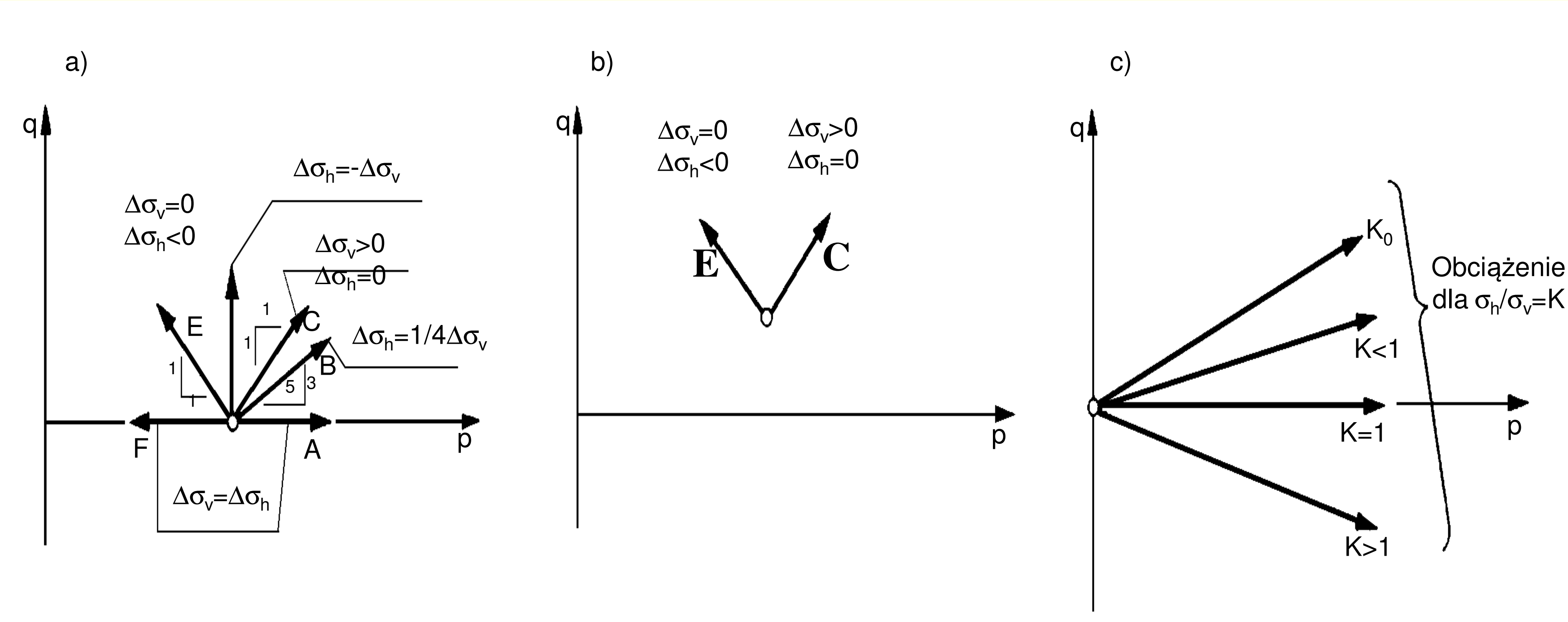
Ścieżka naprężenia to linia prosta lub krzywa powstała w wyniku połączenia szeregu punktów stanu naprężenia naniesionych na wykres, przedstawia ciągłość kolejnych stanów naprężenia.



Przedstawienie kolejnych stanów naprężenia przy zwiększeniu pionowej składowej naprężenia σ_1 i stałej wartości składowej $\sigma_{3;}$,

a) koło Mohra,

b) b) wykres p –q.



Przykład ścieżek naprężeń:

a) początkowo $\sigma_v = \sigma_h$,

b) początkowo $\sigma_v > \sigma_h > 0$

c) początkowo $\sigma_v = \sigma_h = 0$.