



Obliczeniowa Dynamika Płynów

Computational Fluid Dynamics – CFD

Proces modelowania numerycznego

Etapy procesu modelowania numerycznego

Etapy procesu modelowania numerycznego:

- **przygotowanie (preprocessing):**

1. określenie geometrii domeny obliczeniowej
2. dyskretyzacja domeny obliczeniowej
3. wybór modelu matematyczno-fizycznego
4. definiowanie zestawu domknięć
5. definiowanie parametrów materiałowych
6. określenie warunków brzegowych
7. określenie warunków początkowych

Podstawowy
warunek,
umożliwiający
rozpoczęcie
analizy
numerycznej.

fizyka zjawisk,
matematyka ich opisu

- **przeprowadzenie obliczeń (solving):**

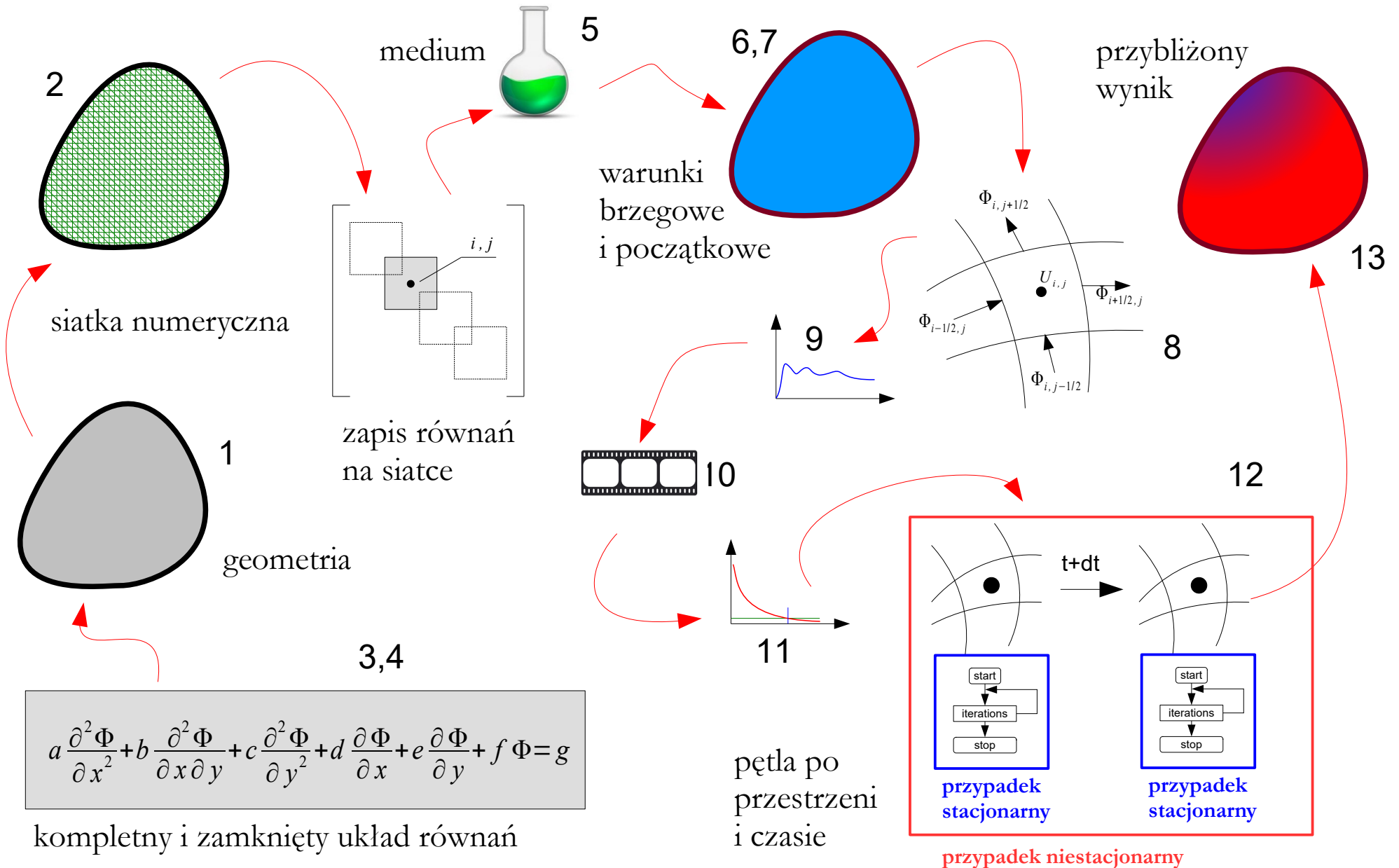
8. określenie technik numerycznych
9. określenie szczegółów monitoringu procesu obliczeniowego
10. określenie szczegółów rejestracji wyników
11. określenie warunku zakończenia obliczeń
12. przeprowadzenie i monitoring procesu obliczeń

numeryka,
informatyka

- **analiza i obróbka wyników (postprocessing):**

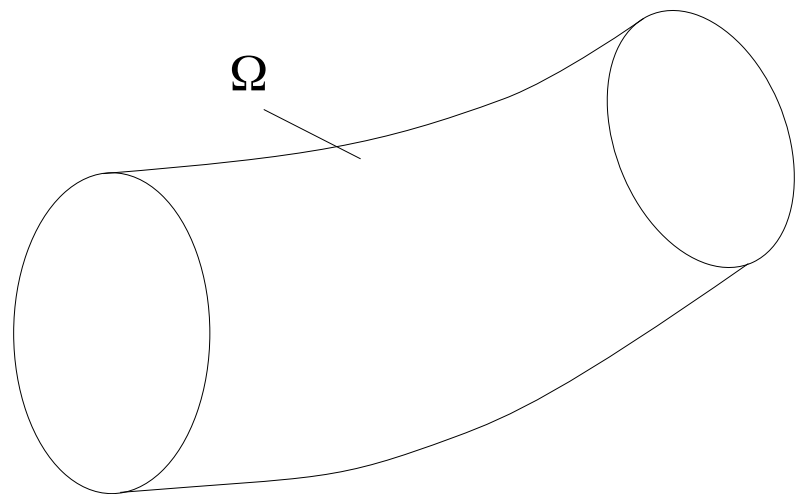
13. wizualizacja, analiza i obróbka wyników

Etapy procesu modelowania numerycznego

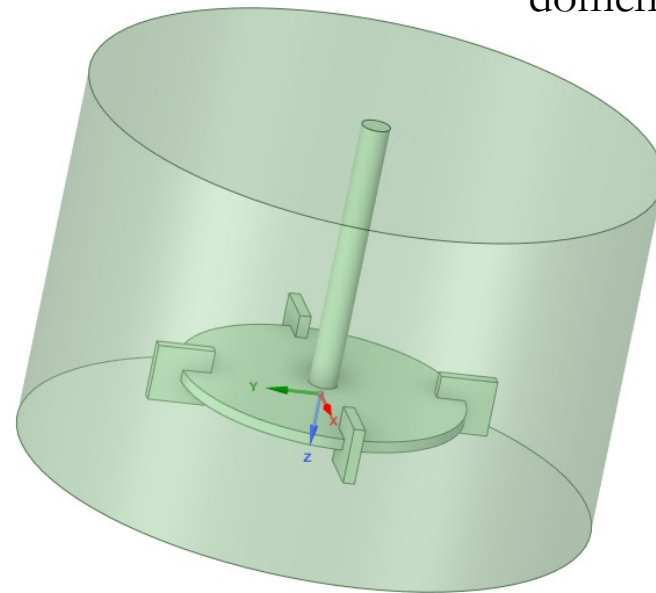


Domena obliczeniowa

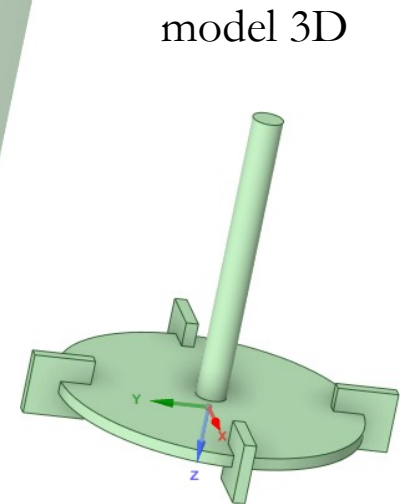
Domena obliczeniowa – przestrzeń (Ω) będąca wirtualną reprezentacją geometrii (całości lub fragmentu) układu rzeczywistego, przygotowana na potrzeby analiz numerycznych.



Schemat domeny obliczeniowej
(tu w kontekście mechaniki płynów).



domena: obszar analizy

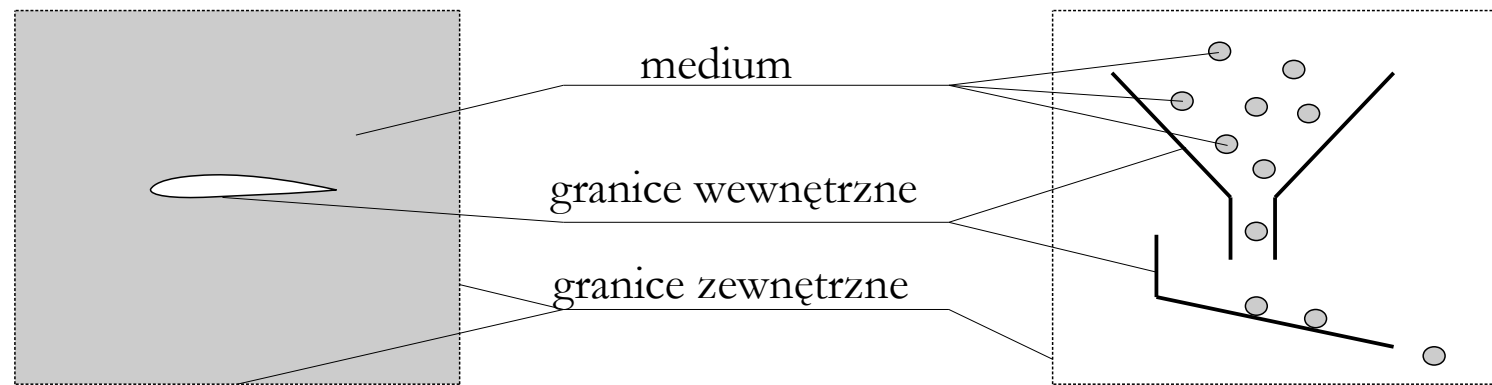


model 3D

Określenie geometrii domeny obliczeniowej

1. Określenie geometrii domeny obliczeniowej:

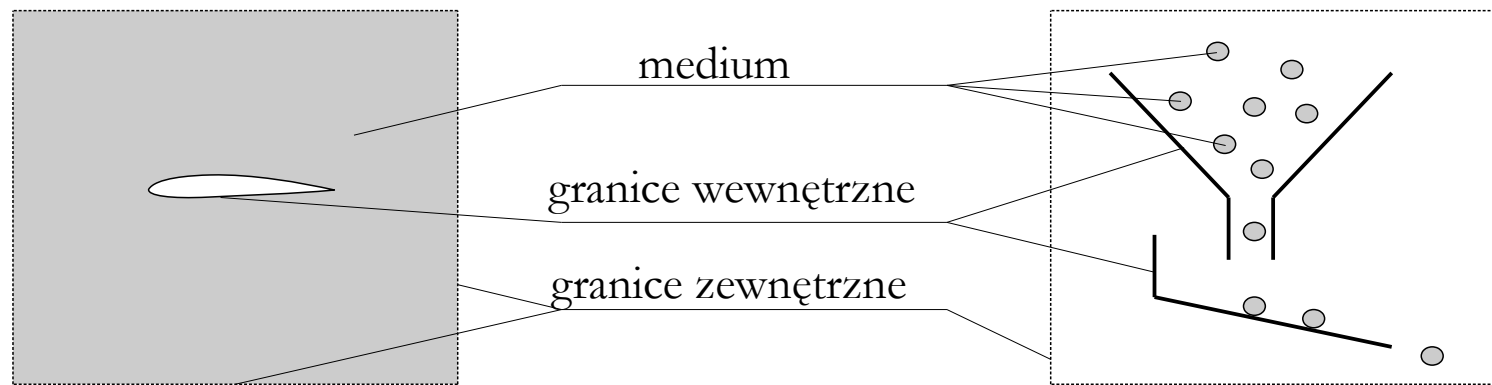
- W metodach siatkowych, takich jak Metoda Różnic Skończonych, Metoda Objętości Skończonych, Metoda Zanurzonego Brzegu, Metoda Elementów Skończonych, Metoda Elementów Brzegowych czy Metoda Gazu Sietowego Boltzmanna, granice domeny muszą być określone jawnie. Oznacza to, że należy wskazać jednoznacznie zamkniętą **powierzchnię** (w 2D) lub **bryłę** (w 3D), wewnątrz której znajduje się medium, dla którego mają być rozwiązywane równania zachowania.



Określenie geometrii domeny obliczeniowej

1. Określenie geometrii domeny obliczeniowej, cd:

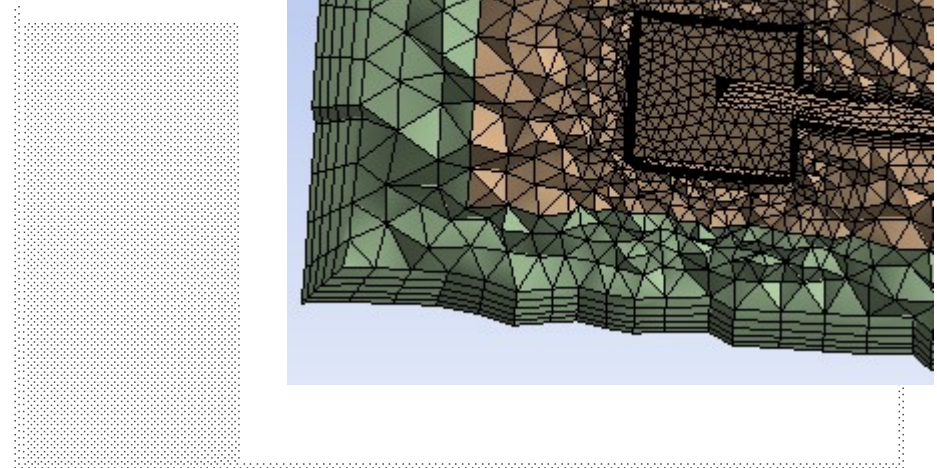
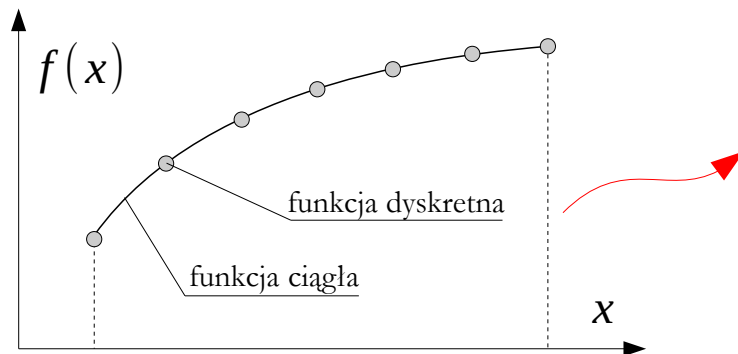
- W metodach bezsiatkowych, takich jak Metoda Cząstek Wygładzonych czy Metoda Elementów Dyskretnych, domena nie musi posiadać jawnie określonych granic zewnętrznych. Oznacza to, że rozmiar domeny zależy od bieżącej lokalizacji obiektów biorących udział w symulacji. Alternatywnie można podać maksymalne granice zewnętrzne, po przekroczeniu których obiekt przestaje brać udział w symulacji.



Dyskretyzacja domeny obliczeniowej

2. Dyskretyzacja domeny obliczeniowej:

- Zależnie od zastosowanej metody numerycznej, domenę należy podzielić na węzły, piksele, woksele, elementy lub komórki, stosując topologię **strukturalną**, **niestrukturalną** lub **mieszaną**. Istotne jest aby rodzaj, gęstość oraz jakość siatki były odpowiednie do wykorzystywanych metod i technik numerycznych. Geometria służy zasadniczo do generacji siatki numerycznej i później nie jest już przeważnie potrzebna, chyba że do celów wizualizacyjnych. Zagadnienie dyskretyzacji domeny dotyczy zasadniczo metod siatkowych.



Wybór modelu matematyczno-fizycznego

3. Wybór modelu matematyczno-fizycznego:

- Wybór modelu zależy w głównej mierze od założeń, kontekstu badań, przyjętego opisu matematycznego (Eulera czy Lagrange'a), liczby faz (mediów), zestawu zjawisk, jakie mają być uwzględnione w modelu i wielu innych czynników. Problem komplikuje się jeszcze w przypadku układów wielofazowych, w których można nieraz stosować kilka alternatywnych, lecz istotnie różniących się koncepcji, np. Model Homogeniczny, Model Euler-Euler, Model Euler-Lagrange.

$$a \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + d \frac{\partial \Phi}{\partial x} + e \frac{\partial \Phi}{\partial y} + f \Phi = g \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta < 0$ - równania eliptyczne, np. równanie Laplace'a: $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0$

$\Delta > 0$ - równania hiperboliczne, np. równanie falowe: $\frac{\partial \Phi}{\partial t} + a \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0, a > 0$

$\Delta = 0$ - równania paraboliczne, np. równanie dyfuzji: $\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \alpha \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0$

Klasy równań różniczkowych.

Definiowanie zestawu domknięć

4. Definiowanie zestawu domknięć:

- Liczba i stopień komplikacji domknięć zależy głównie od przyjętych założeń oraz możliwości zastosowanego oprogramowania. Szczególnie istotne jest opisanie zachowania się badanych mediów pod wpływem działania na nie sił normalnych i stycznych.

Domknięcie – jest to model matematyczny opisujący jednostkowe zjawisko lub proces, uzupełniający podstawowy układ równań bilansowych.

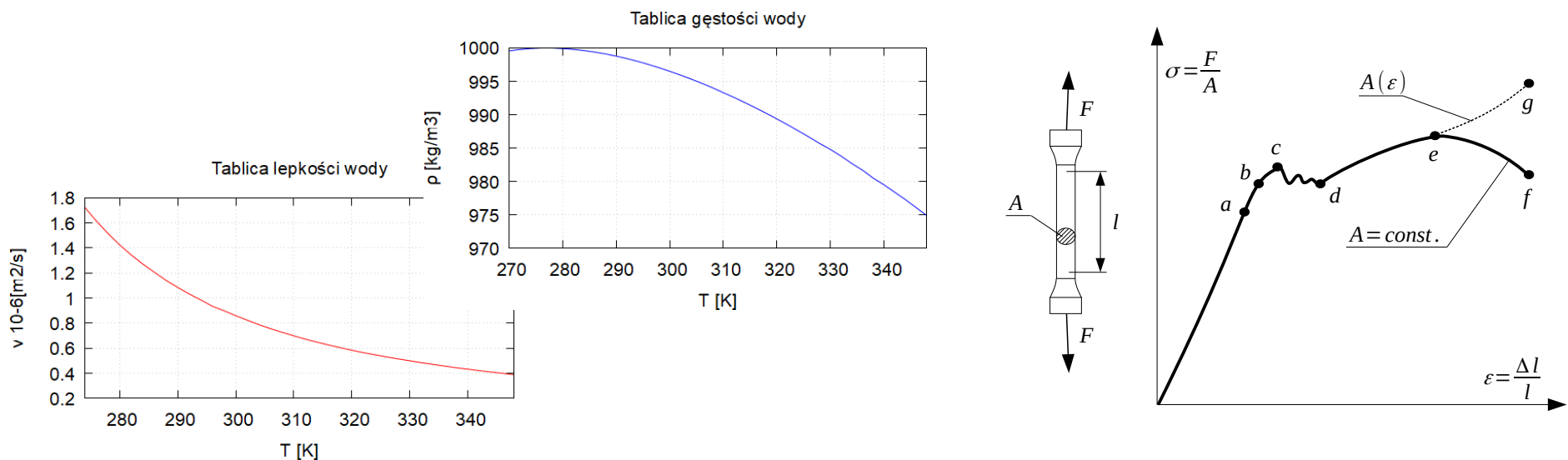
$$\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2$$

Równanie jest jedno, a zmiennych wiele – aby je rozwiązać trzeba podać dodatkowe zależności matematyczne (domknięcia).

Definiowanie parametrów materiałowych

5. Definiowanie parametrów materiałowych:

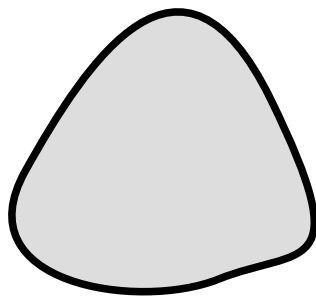
- Liczba parametrów zależy głównie od stopnia komplikacji modelu matematyczno-fizycznego. W szczególności ważne jest, czy analiza obejmuje dynamikę czy termodynamikę układu, a także czy stosowane modele są liniowe czy też nieliniowe. Z reguły najważniejsze parametry materiałowe to gęstość i lepkość dynamiczna w przypadku płynów oraz moduł Younga i liczba Poissona w przypadku ciał stałych. Parametry materiałowe mogą być stałe, lub mogą być funkcją jakiejś innej wielkości: temperatury, czasu, itp.



Określenie warunków brzegowych

6. Określenie warunków brzegowych:

- Warunki brzegowe mogą być stałe lub zmienne w czasie. W szczególności należy określić które linie (w 2D) lub powierzchnie (w 3D) graniczne domeny są ściankami, elementami symetrii, wlotami, wylotami itp. Istnieje wiele rodzajów warunków brzegowych, które stosuje się zależnie od fizyki zjawisk, podejścia obliczeniowego, warunków stabilności obliczeń, dostępności danych i wielu innych czynników. Jednym z najczęściej stosowanych warunków brzegowych jest zerowanie normalnej składowej prędkości na powierzchni ściany, co oznacza, że obiekt lub strumień nie może przejść przez jej granicę.



Obszar zamknięty (równania eliptyczne)



Obszar otwarty (równania paraboliczne i hiperboliczne)

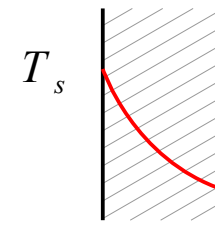
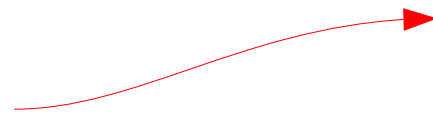
Określenie warunków brzegowych

Równania różniczkowe o pochodnych cząstkowych posiadają zazwyczaj wiele rozwiązań (brak rozwiązania ogólnego). Z tego względu poszukuje się takich rozwiązań, które spełniają specjalne warunki brzegowe.

Warunki brzegowe:

- Dirichleta:

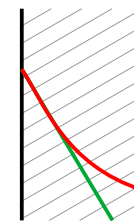
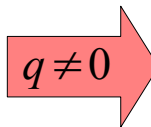
$$f(S) = C$$



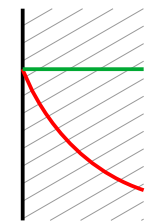
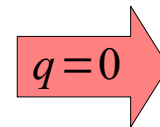
$$\frac{dT}{dt} = 0$$

- Neumana:

$$\frac{\partial f(S)}{\partial n} = C$$



$$\frac{dT}{dt} \neq 0$$



- mieszane:

$$\frac{\partial f(S)}{\partial n} + k f(S) = C, k > 0$$

filmy

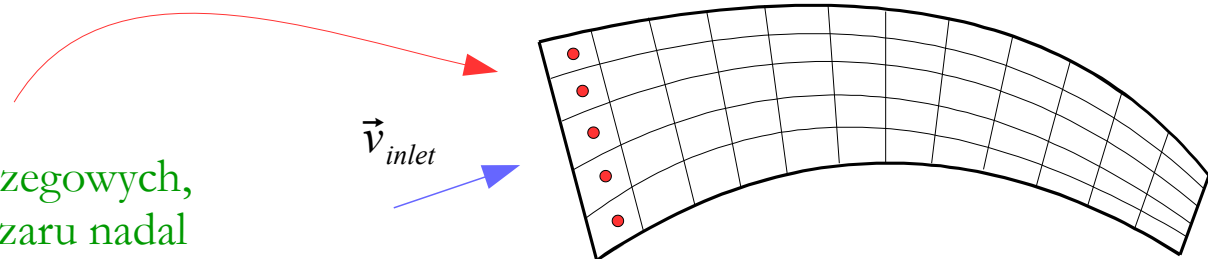


Określenie warunków początkowych

7. Określenie warunków początkowych (inicjalizacja danych):

- Przed rozpoczęciem obliczeń niezbędne jest podanie początkowego pola prędkości (w odniesieniu do węzłów, komórek lub elementów dyskretnych), odkształceń (w odniesieniu do elementów skończonych) oraz ciśnień albo naprężeń (w odniesieniu do węzłów, komórek, elementów skończonych lub elementów brzegowych). W Metodzie Gazu Sietowego Boltzmana należy podać początkowy rozkład gęstości gazu w przestrzeni fazowej. Bardzo często warunki początkowe definiuje się na podstawie warunków brzegowych (bezpośrednio lub hybrydowo), dzięki czemu w polach skalarnych i wektorowych nie występują gwałtowne skoki wartości, negatywnie wpływające na stabilność obliczeń.

Po zadaniu warunków brzegowych, komórki we wnętrzu obszaru nadal mają nieokreślone wartości parametrów.



Określenie warunków początkowych

Program Drgania (Języki Programowania)

```
!wartości początkowe procesu iteracyjnego:
```

```
y = y0  
u = u0  
t = 0.
```

```
!początek pętli po czasie: -----
```

```
do i=1,n
```

```
!wybór stałej tłumienia w zależności od kierunku ruchu:
```

```
if (u.gt.0) then  
  c = cd  
else  
  c = cg  
end if
```

```
!obliczenie pochodnych:
```

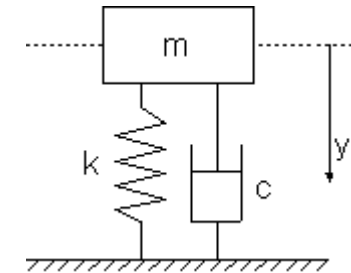
```
dydt = u  
dudt = -g - (k/m) * (y-w0) - c*u*abs(u)/m
```

```
!obliczenie nowych wartości zmiennych:
```

```
y = y+dydt*dt  
u = u+dudt*dt  
t = t+dt
```

```
end do
```

```
!koniec pętli po czasie: -----
```



$$\begin{cases} c = c_a \text{ dla } u > 0 \\ c = c_g \text{ dla } u < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = u \\ \frac{du}{dt} = -g - \frac{k}{m}(y - w_0) - \frac{c}{m}u|u| \end{cases}$$

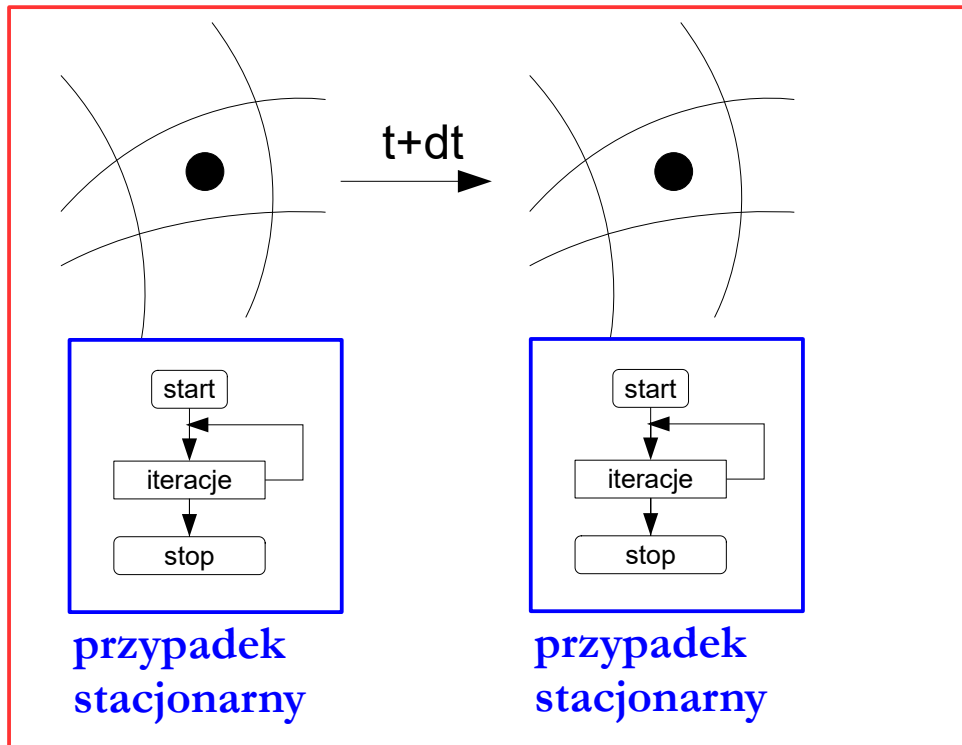
$$\begin{cases} y^n = y^{n-1} + \frac{dy}{dt} dt \\ u^n = u^{n-1} + \frac{du}{dt} dt \end{cases}$$

Podczas pierwszej iteracji wartość z kroku poprzedniego (o numerze **n-1**) nie istnieje!

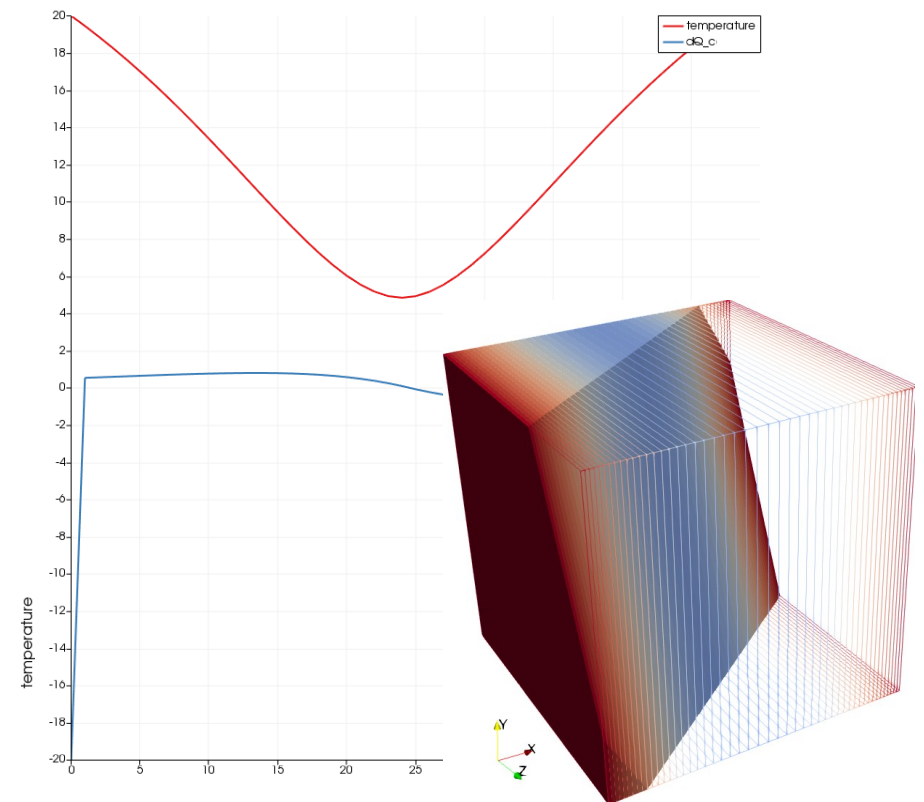
Określenie technik numerycznych

8. Określenie technik numerycznych:

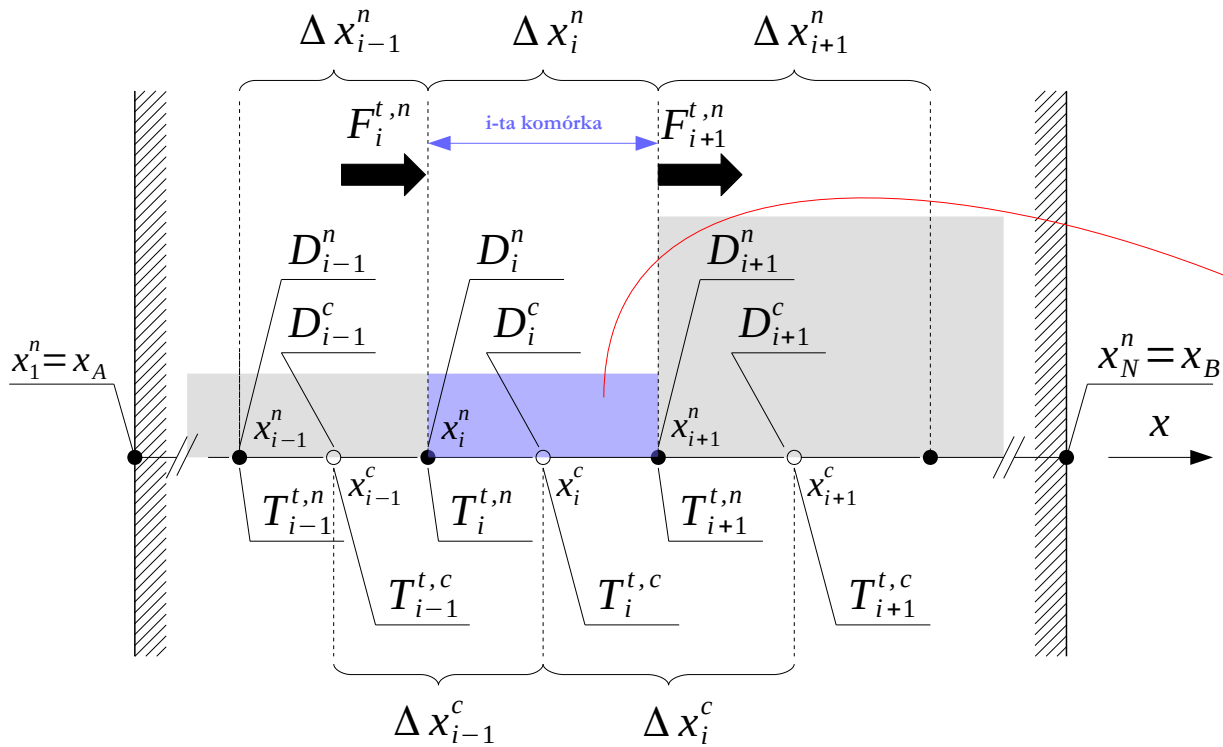
- W zakres wchodzi dobór schematów numerycznych i ich rzędów, sposobów dyskretyzacji w czasie, definicja wartości współczynników relaksacji, poziomu zbieżności itp.



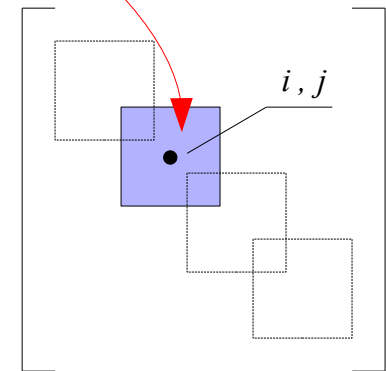
przypadek niestacjonarny



Rozwiązywanie układów równań liniowych

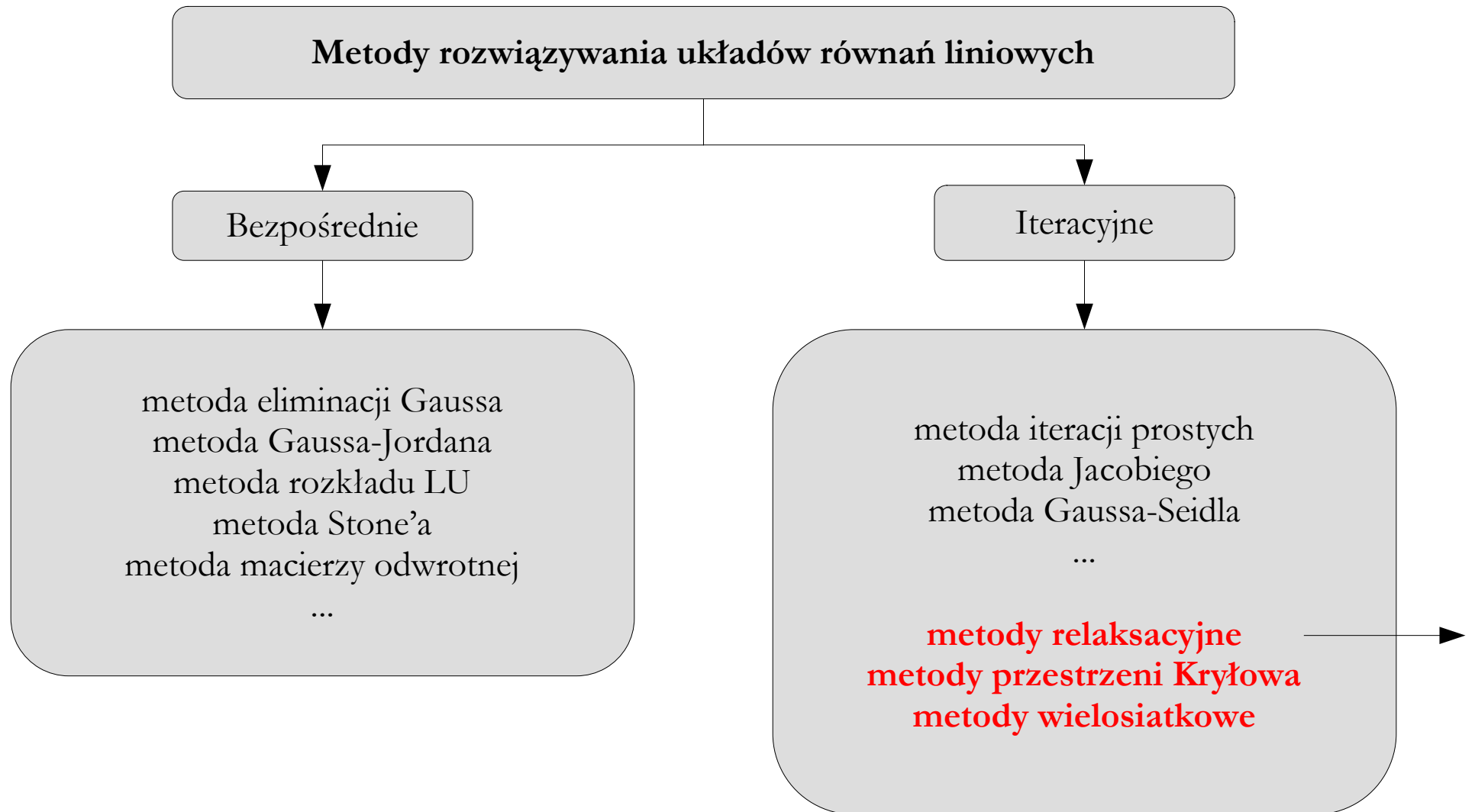


Zapis równań na siatkach numerycznych prowadzi do powstania zestawu równań liniowych (najczęściej o charakterze macierzy pasmowej), które trzeba rozwiązać.



$$\frac{-D_i^n}{\Delta x_{i-1}^n \Delta x_i^n} T_{i-i}^{t,c} + \left[\frac{D_i^n}{\Delta x_{i-1}^c \Delta x_i^n} + \frac{D_{i+1}^n}{\Delta x_i^c \Delta x_i^n} \right] T_i^{t,c} - \frac{D_{i+1}^n}{\Delta x_i^c \Delta x_i^n} T_{i+i}^{t,c} = 0$$

Rozwiązywanie układów równań liniowych



Rozwiązywanie układów równań liniowych

Metody relaksacyjne:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N = b_1$$

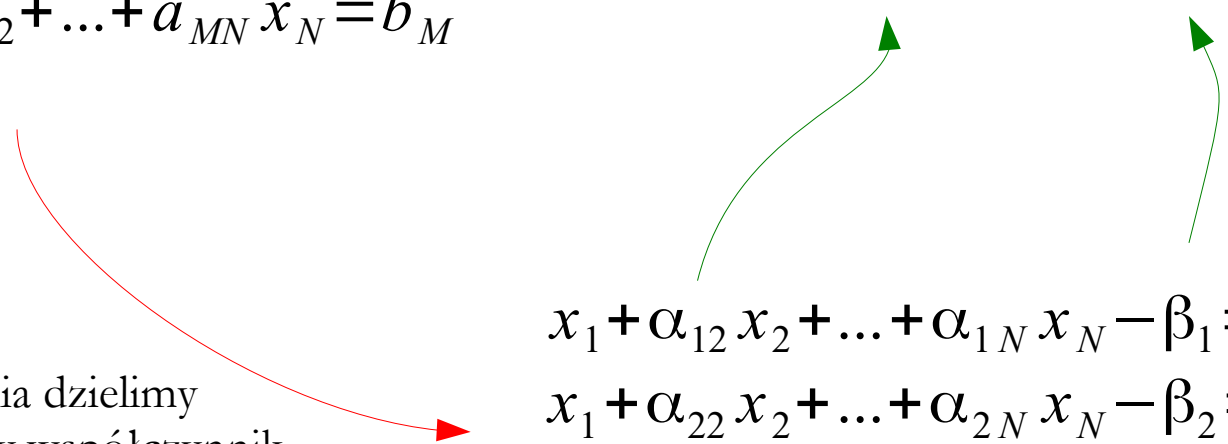
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N = b_2$$

...

$$a_{M1}x_1 + a_{M2}x_2 + \dots + a_{MN}x_N = b_M$$

$$\alpha_{i,j} = \frac{a_{i,j}}{a_{i,1}} \quad \beta_i = \frac{b_i}{a_{i,1}}$$

- wszystkie równania dzielimy przez ich pierwszy współczynnik
- wyrazy wolne przenosimy na lewą stronę


$$x_1 + \alpha_{12}x_2 + \dots + \alpha_{1N}x_N - \beta_1 = 0$$

$$x_1 + \alpha_{22}x_2 + \dots + \alpha_{2N}x_N - \beta_2 = 0$$

...

$$x_1 + \alpha_{M2}x_2 + \dots + \alpha_{MN}x_N - \beta_M = 0$$

Rozwiązywanie układów równań liniowych

Metody relaksacyjne:

$$A \cdot X = B$$

$$x_1 + \alpha_{12} x_2 + \dots + \alpha_{1N} x_N - \beta_1 = 0$$

$$x_1 + \alpha_{22} x_2 + \dots + \alpha_{2N} x_N - \beta_2 = 0$$

...

$$x_1 + \alpha_{M2} x_2 + \dots + \alpha_{MN} x_N - \beta_M = 0$$

Macierzowa wersja zapisu układu równań liniowych.

residua

$$x_1 + \alpha_{12} x_2 + \dots + \alpha_{1N} x_N - \beta_1 = r_1$$

$$x_1 + \alpha_{22} x_2 + \dots + \alpha_{2N} x_N - \beta_2 = r_2$$

...

$$x_1 + \alpha_{M2} x_2 + \dots + \alpha_{MN} x_N - \beta_M = r_M$$

- „strzelamy” wartości x -ów (wynik będzie niedokładny i powstaną reszty: „residua”)

Rozwiązywanie układów równań liniowych

Metody relaksacyjne:

$$x_1 + \alpha_{12} x_2 + \dots + \alpha_{1N} x_N - \beta_1 = r_1$$

$$x_1 + \alpha_{22} x_2 + \dots + \alpha_{2N} x_N - \beta_2 = r_2$$

...

$$x_1 + \alpha_{M2} x_2 + \dots + \alpha_{MN} x_N - \beta_M = r_M$$

r_i

3783945,124234
12763,836278
367,275612
11,987453
0,475832
0,003467
0,000541
0,000002

δ

Ważne, jaka jest precyzja zmiennych – pojedyncza czy podwójna!

STOP – większa dokładność nie jest potrzebna

$$x_i^{n+1} = x_i^n - \omega r_i^n$$

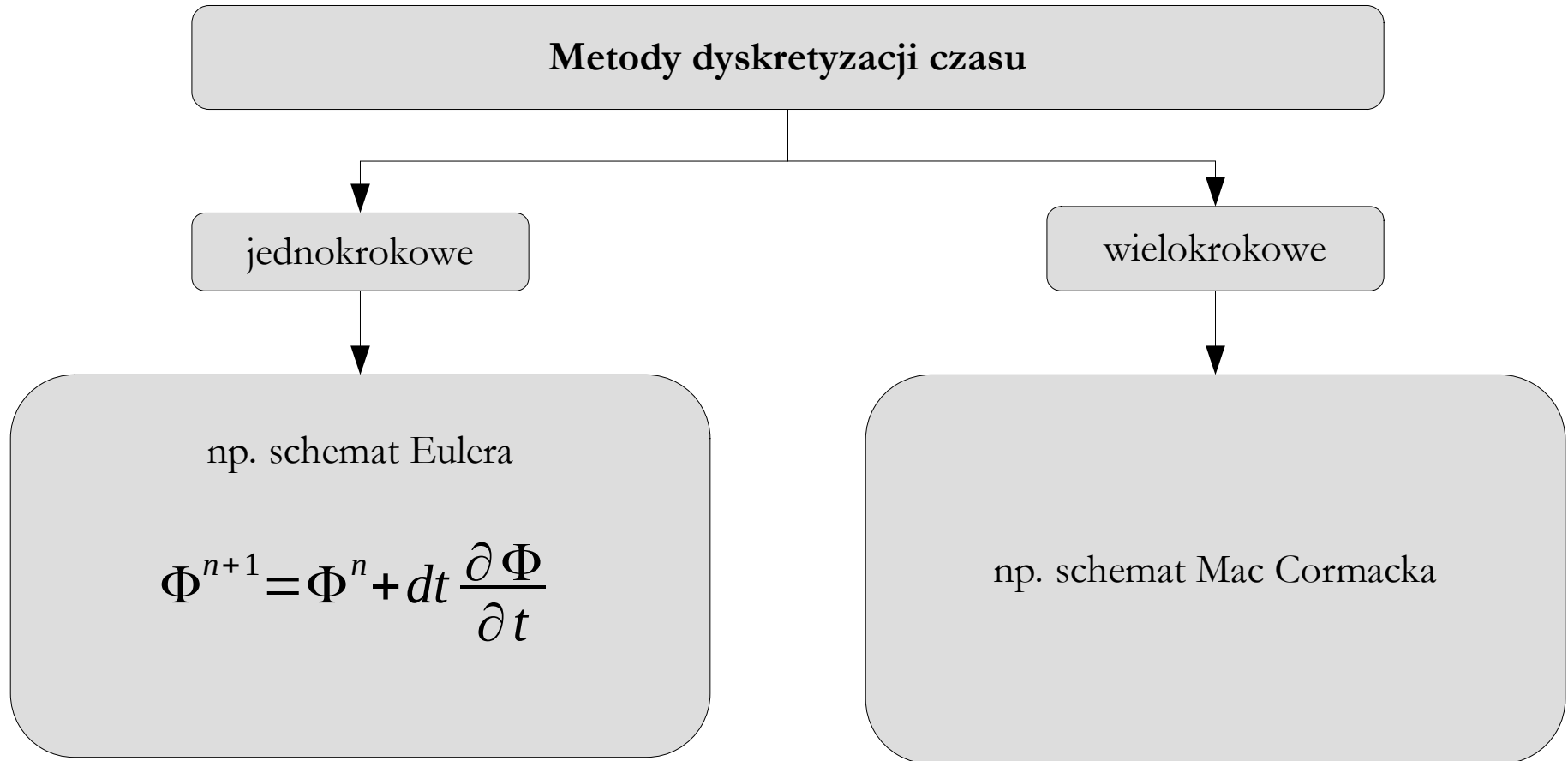
$$x_i^{n+1} = x_i^n - r_i^n$$

współczynnik relaksacji
 $0 < \omega < 1$

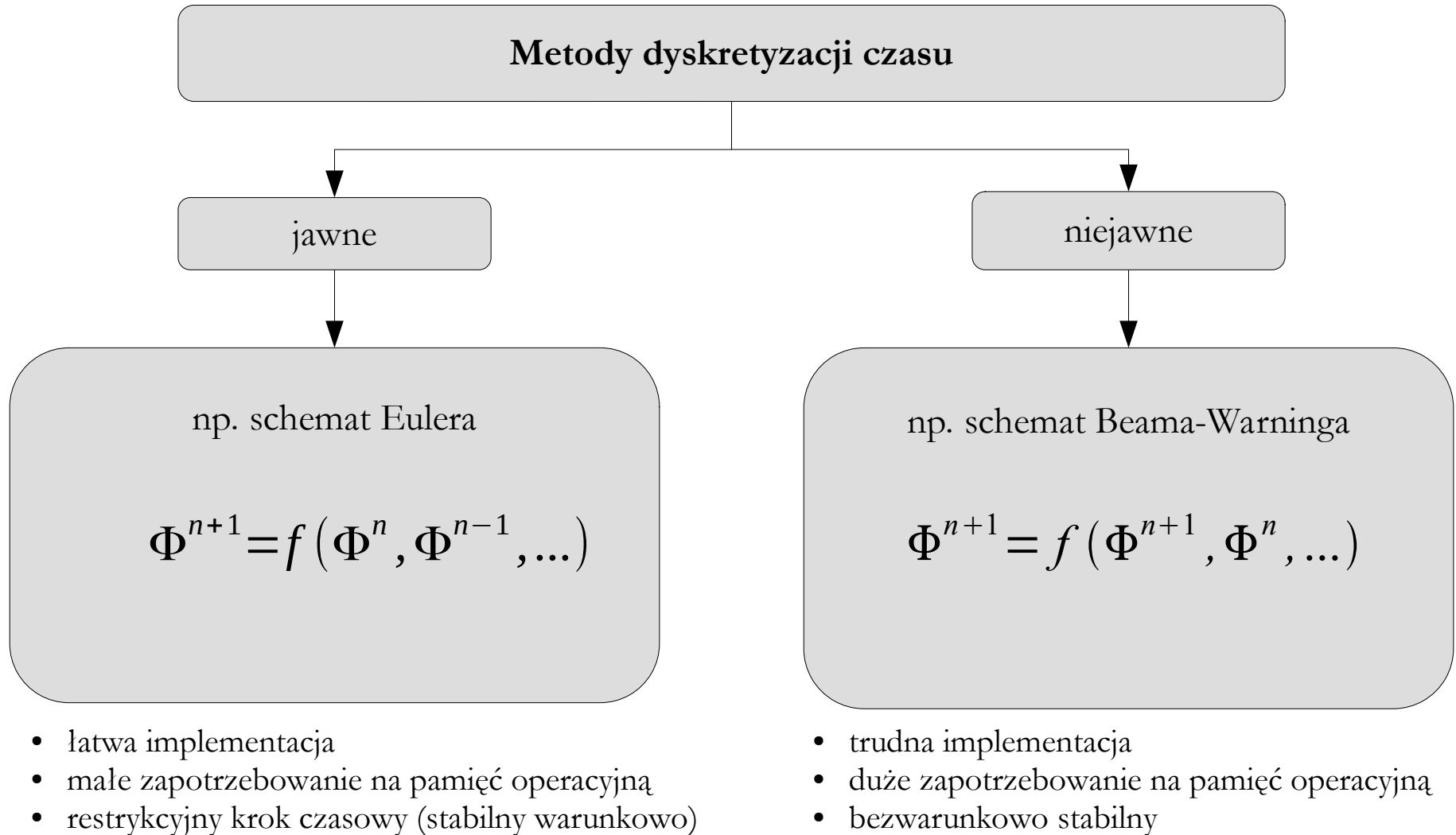
- od poprzednich wartości niewiadomych odejmujemy ich reszty – wynik odejmowania będzie stanowił nową propozycję wartości x-sów: obliczenia powtarzamy aż do uzyskania **zbieżności**

- resztę można pomnożyć przez pewien współczynnik (współczynnik relaksacji), którego odpowiedni dobór może znacznie skrócić czas obliczeń

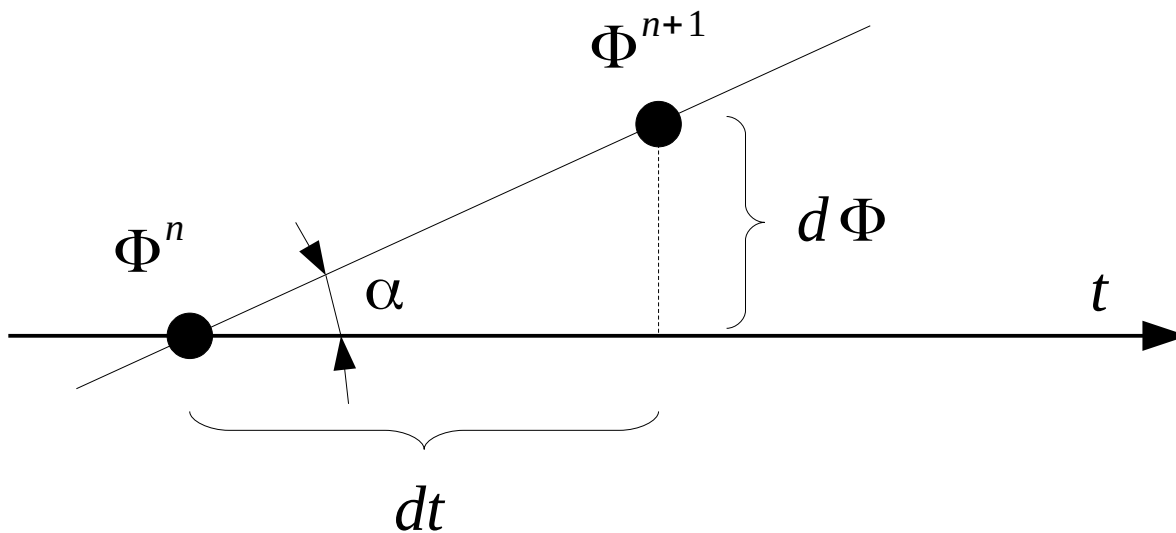
Dyskretyzacja czasu



Dyskretyzacja czasu



Dyskretyzacja czasu



Graficzna interpretacja
jawnego schematu Eulera

$$\Phi^{n+1} = \Phi^n + dt \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

tangens kąta α

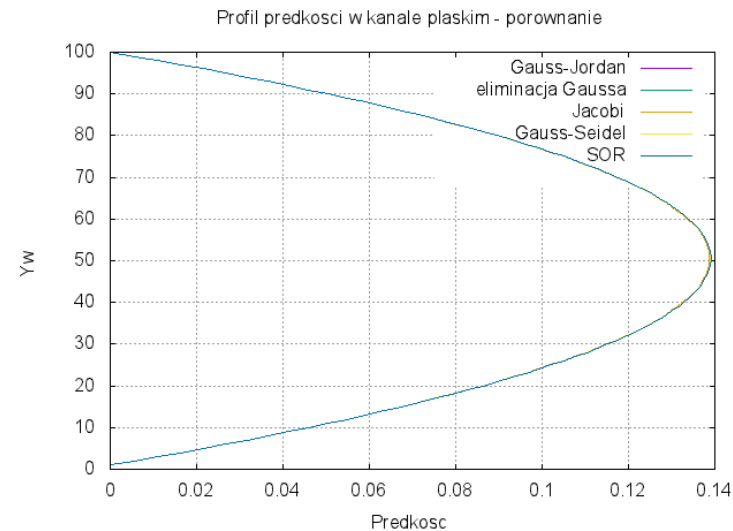
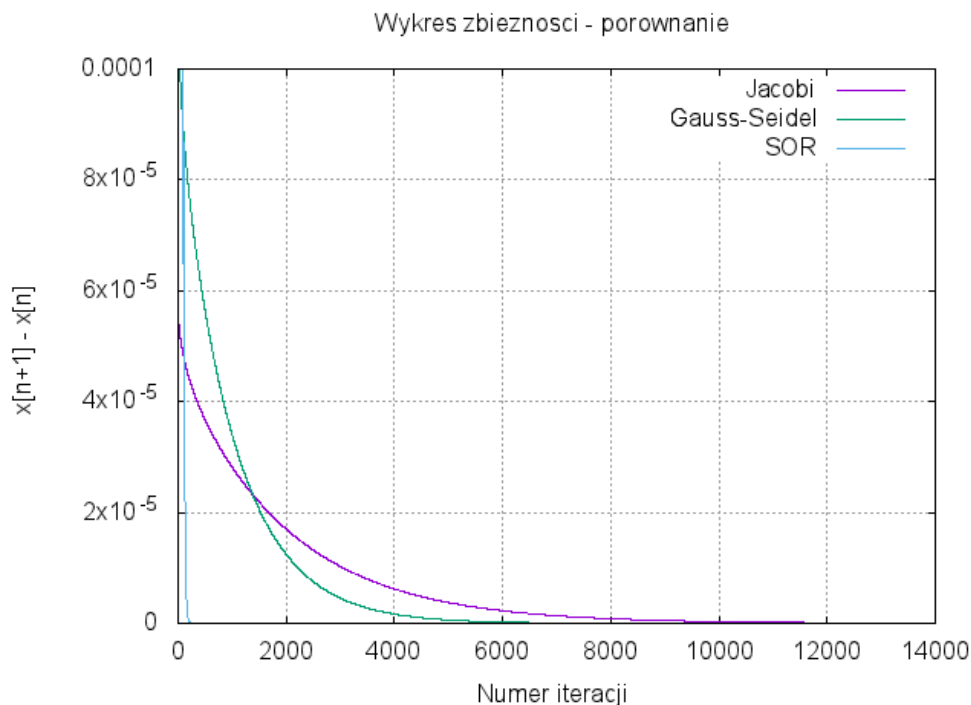
To, jaka będzie nowa wartość zmiennej (Φ^{n+1}) zależy od wartości bieżącej (Φ^n) oraz od:

- stopnia „stromości” zmian tej zmiennej (pochodnej, czyli tangensa kąta nachylenia),
- kroku, jaki się da w przód.

Określenie szczegółów monitoringu

9. Określenie szczegółów monitoringu procesu obliczeniowego:

- Najczęściej śledzeniu podlega sam przebieg symulacji, w szczególności przebieg rezyduów, lub też wartości wybranych parametrów (np. sił, momentów, naprężeń, porowatości itp.).

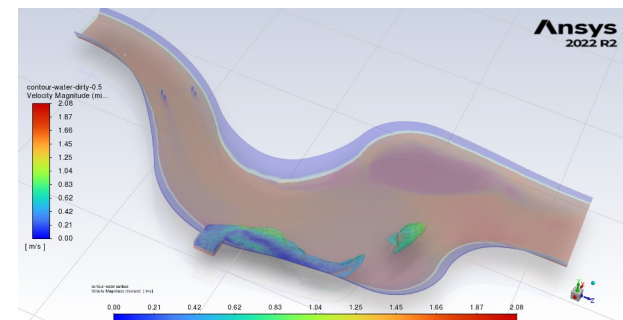
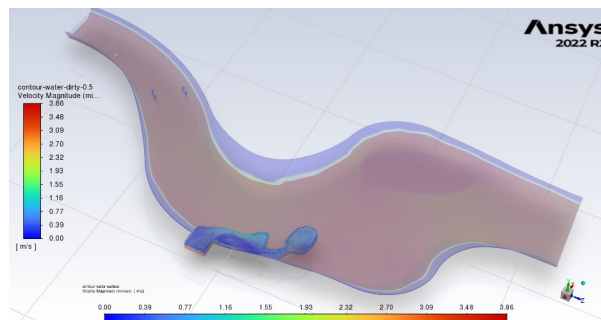
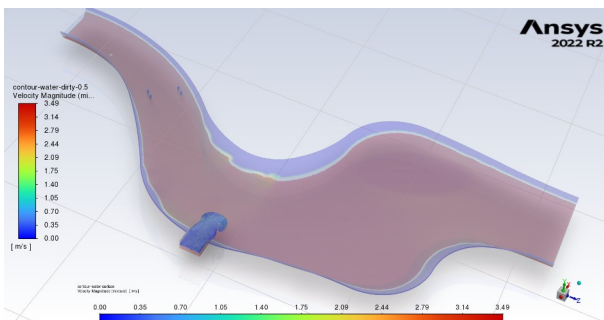


Przykład zdefiniowania monitorów do śledzenia wartości rezyduów [Wojciech Sobieski, program Profil].

Określenie szczegółów rejestracji wyników

10. Określenie szczegółów rejestracji wyników:

- Zazwyczaj w wyniku symulacji uzyskuje się zbiór pól skalarnych (np. pole ciśnień lub naprężeń) i wektorowych (np. pole prędkości) oraz zapis działania narzędzi monitorujących przebieg obliczeń lub wartości wybranych parametrów. Dane te można zapisać w różnych formatach, obejmujących wszystkie możliwe, lub tylko wybrane wyniki. Większość programów przeznaczonych do przeprowadzania symulacji numerycznych umożliwia zapis wyników końcowych oraz zapis wyników pośrednich, co umożliwia obserwację przebiegu modelowanych zjawisk i procesów, a także wykonanie animacji.



Określenie warunku zakończenia obliczeń

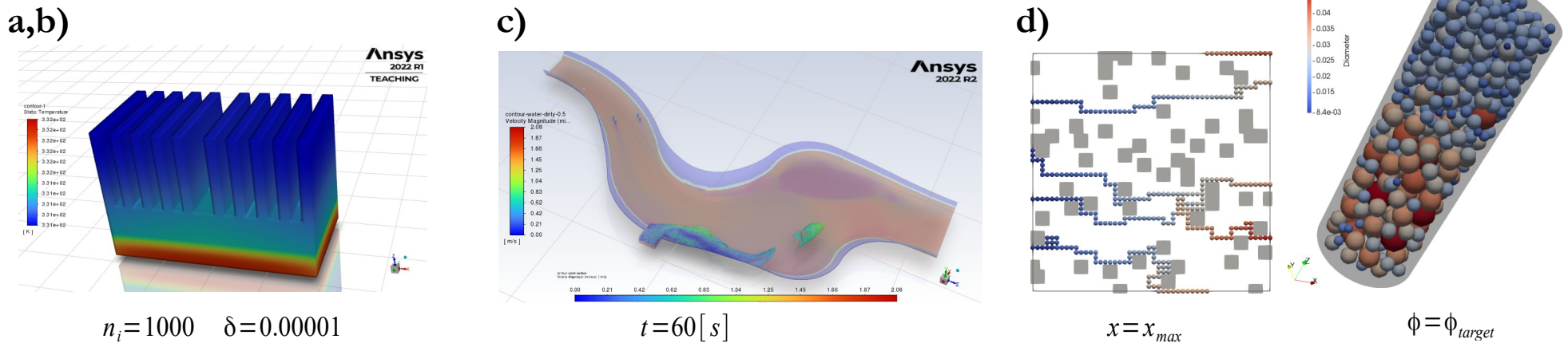
11. Określenie warunku zakończenia obliczeń:

- Warunkiem zakończenia obliczeń może być:

- a) wykonanie określonej liczby iteracji,
- b) osiągnięcie założonego kryterium zbieżności,
- c) osiągnięcie założonego czasu symulacji,
- d) osiągnięcie zadanej wartości jakiegoś parametru (porowatości, temperatury, naprężenia itp.).

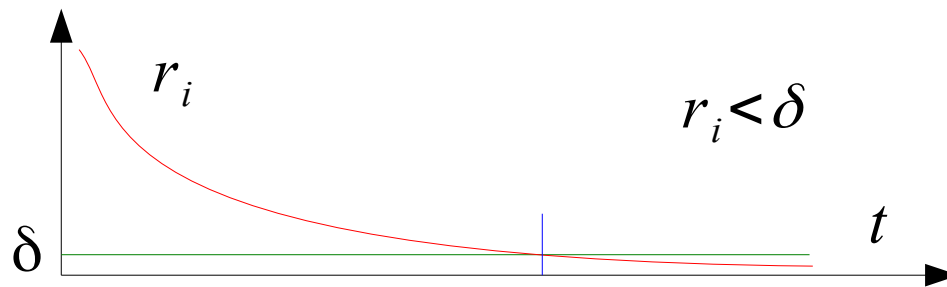
Warto dodatkowo:

- śledzić wybraną wielkość fizyczną (masę, siłę, ...)
- sprawdzić minimalne i maksymalne wartości pól

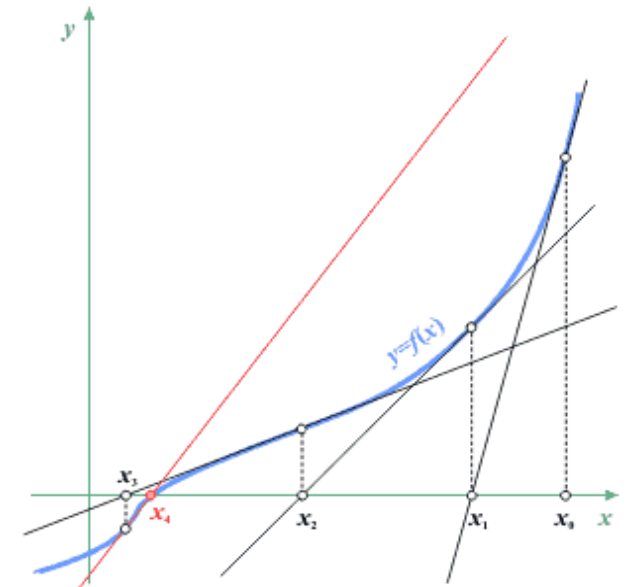
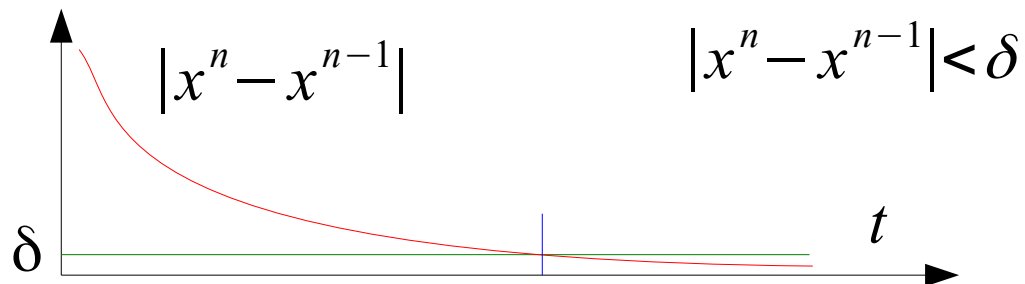


Określenie warunku zakończenia obliczeń

Zbieżność bezwzględna obliczeń następuje wtedy, gdy wartości rezyduów są mniejsze niż wymagana dokładność obliczeń:



Zbieżność względna obliczeń następuje wtedy, gdy różnica wartości uzyskanych w dwóch kolejnych krokach czasowych jest mniejsza niż wymagana dokładność obliczeń:

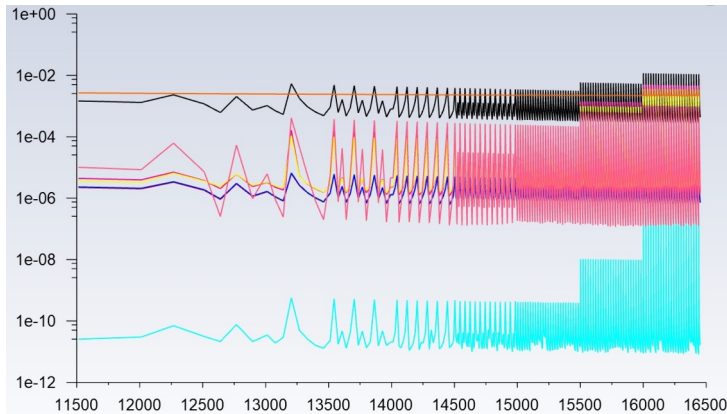


Proszę sobie przypomnieć metodę Newtona, opisywaną na pierwszym wykładzie.

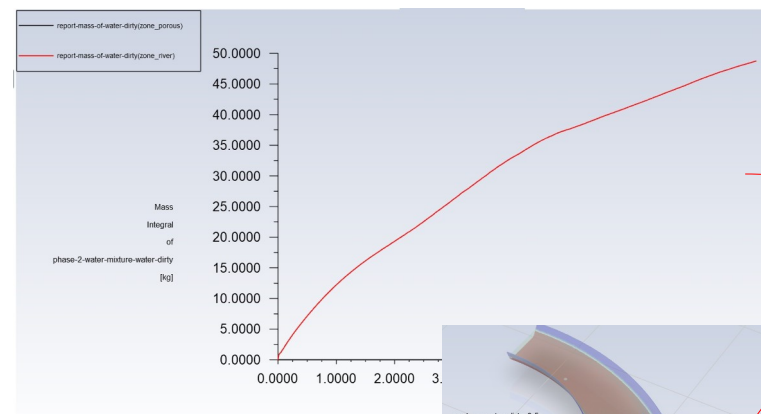
Przeprowadzenie obliczeń

12. Przeprowadzenie i monitoring przebiegu obliczeń:

- Obliczenia mogą być wykonywane od początku lub kontynuowane od ostatnio zapisanej iteracji lub kroku czasowego. Obliczenia mogą być prowadzone na jednym lub na wielu procesorach (CPU lub GPU). Podstawową formą monitorowania przebiegu obliczeń jest śledzenie wykresu rezyduów (reszt).

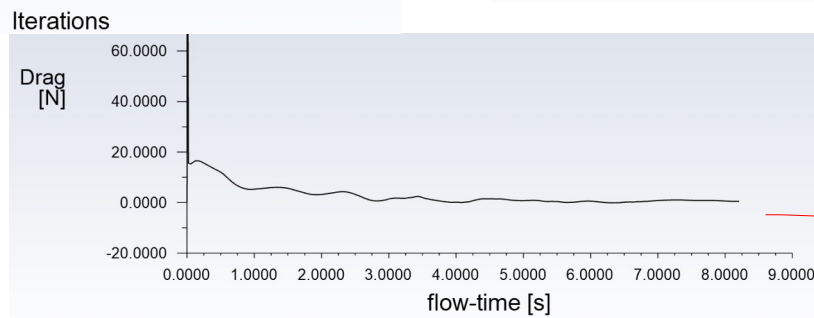


wykres reszt

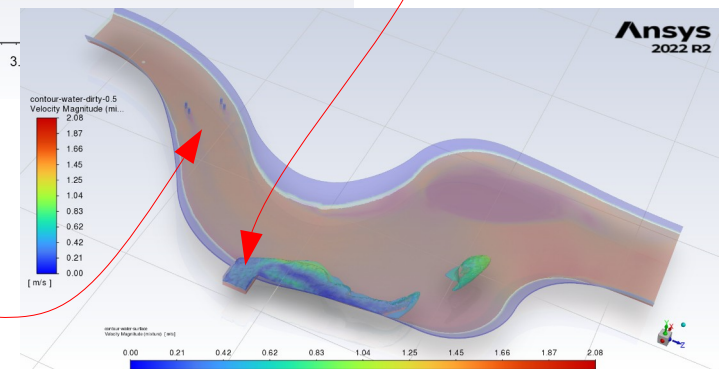


całkowita masa wody brudnej

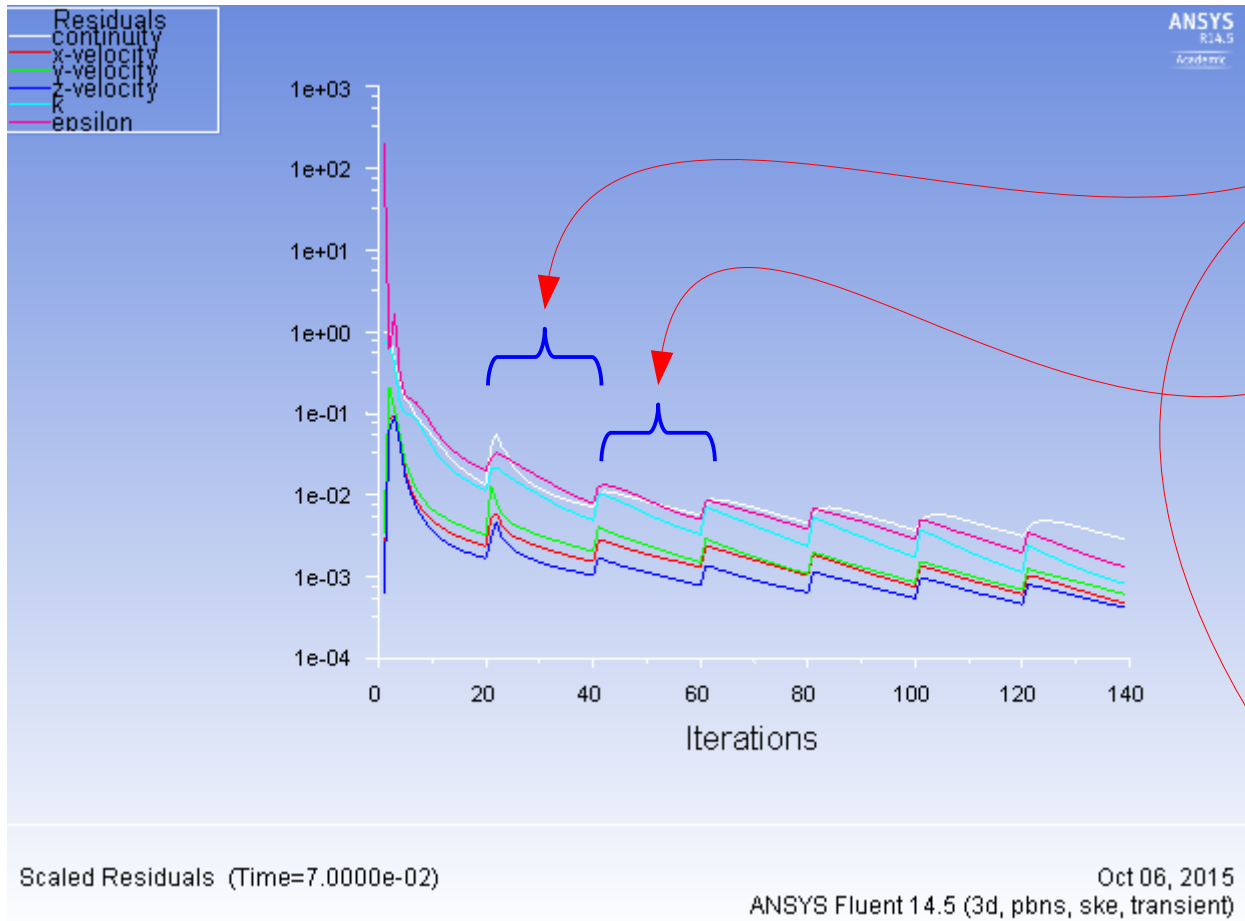
siła oporu na podporach mostu



scena do animacji

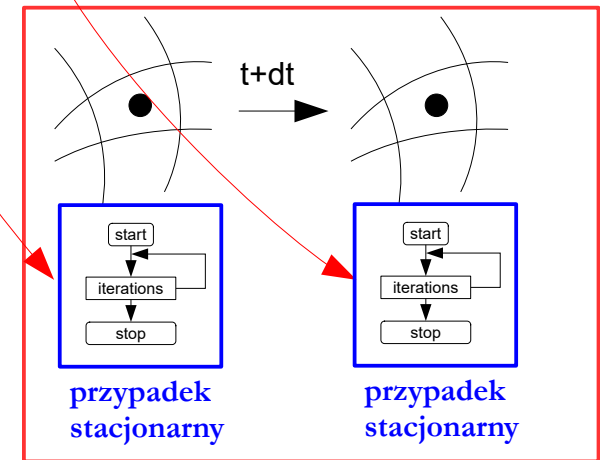


Przeprowadzenie obliczeń



Uzyskanie rozwiązania dla bieżącego kroku czasowego

Ponowne obliczenie pól ciśnienia, prędkości itp. dla kolejnego kroku czasowego



przypadek niestacjonarny

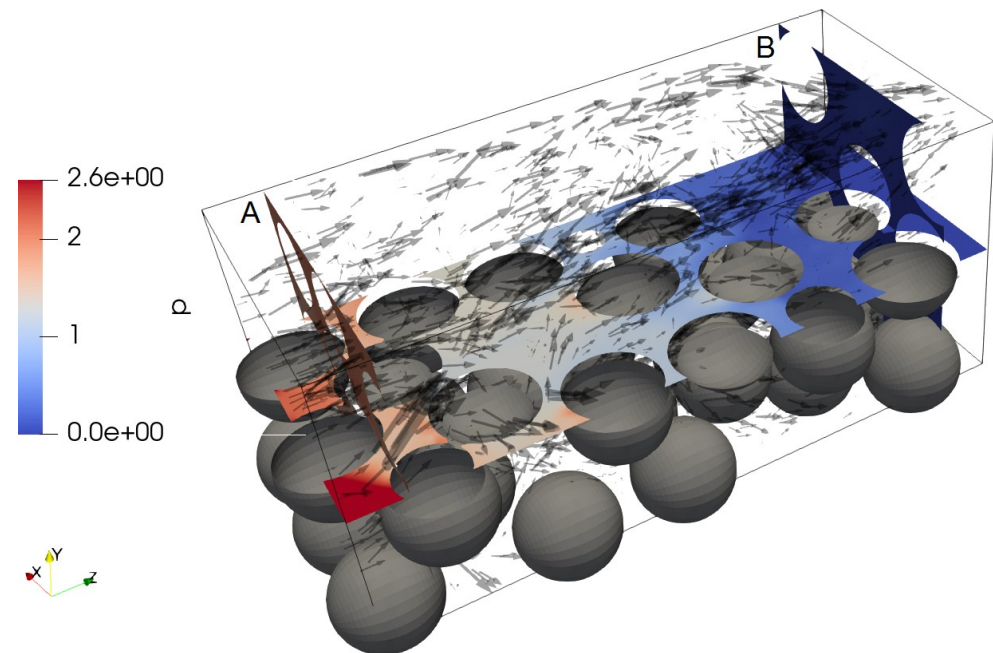
Przykład monitoringu rezyduów podczas obliczeń niestacjonarnych (ANSYS Fluent).

Analiza i obróbka wyników

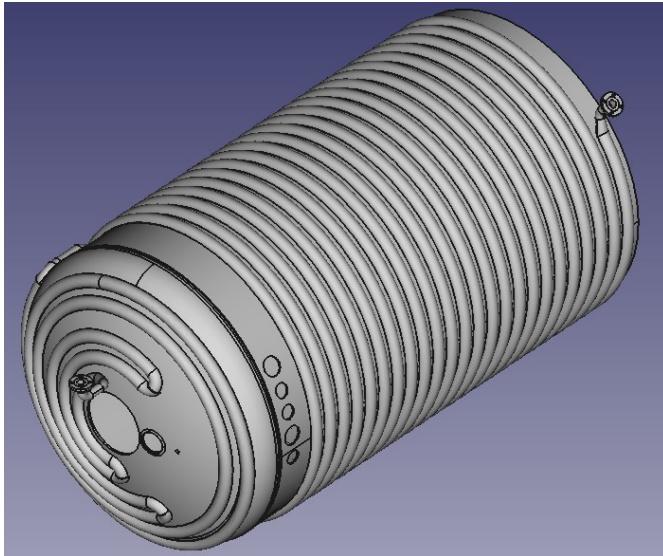
13. Wizualizacja, analiza i obróbka wyników:

- Dane pochodzące z wyników symulacji numerycznych często wymagają dalszej obróbki, szczególnie w badaniach porównawczych, w których analizuje się różne warianty obliczeń. W takim przypadku dane należy poddać odpowiedniej wizualizacji, przedstawić w postaci tabel lub wykresów, albo wyrazić w formie znormalizowanej lub w postaci różnych charakterystycznych wskaźników. Cennym elementem tego etapu jest tzw. analiza wrażliwości.

Przykłady wizualizacji przepływu płynu przez kanały porowe złoża granularnego [Wojciech Sobieski, OpenFOAM].



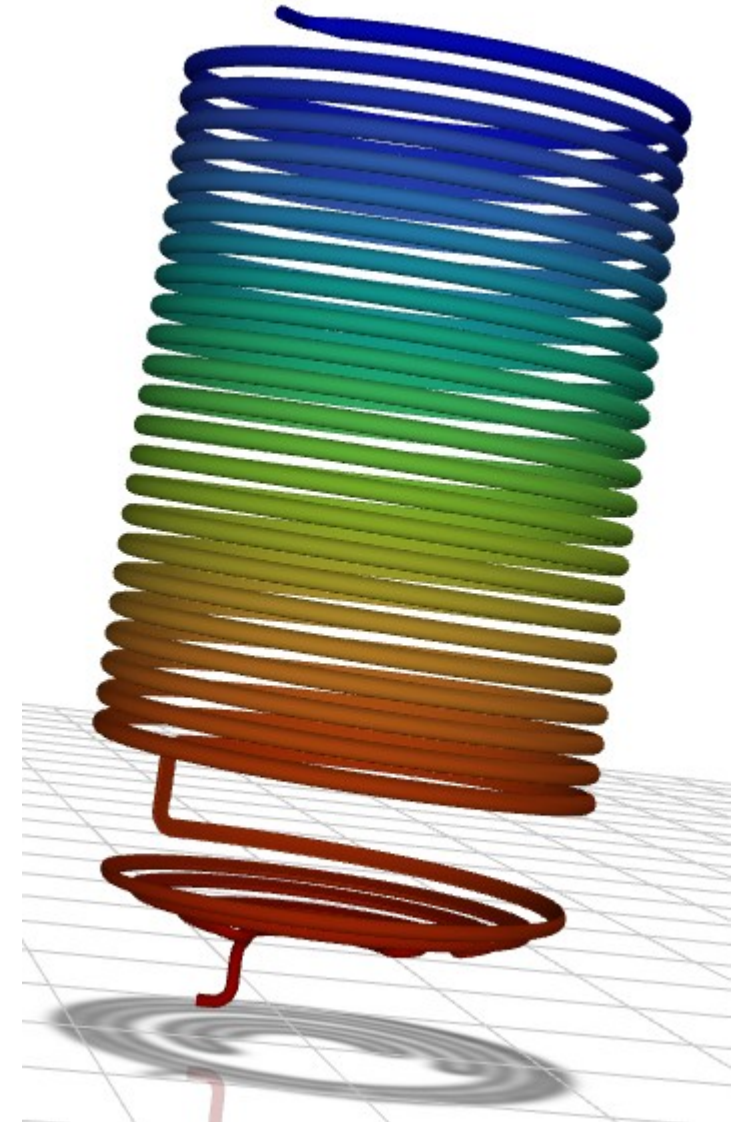
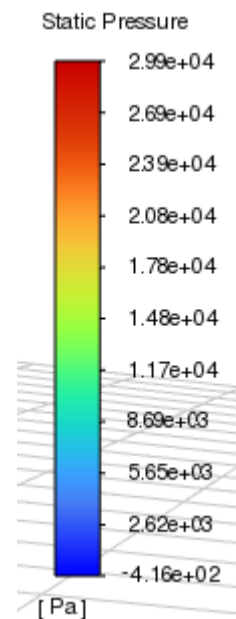
Analiza i obróbka wyników



```
(title "Static Pressure")  
(labels "Position" "Static Pressure")
```

```
((xy/key/label "point-inlet")  
-5.85334e-12 29683.6  
)
```

```
((xy/key/label "point-outlet")  
3.94 0.0792469  
)
```

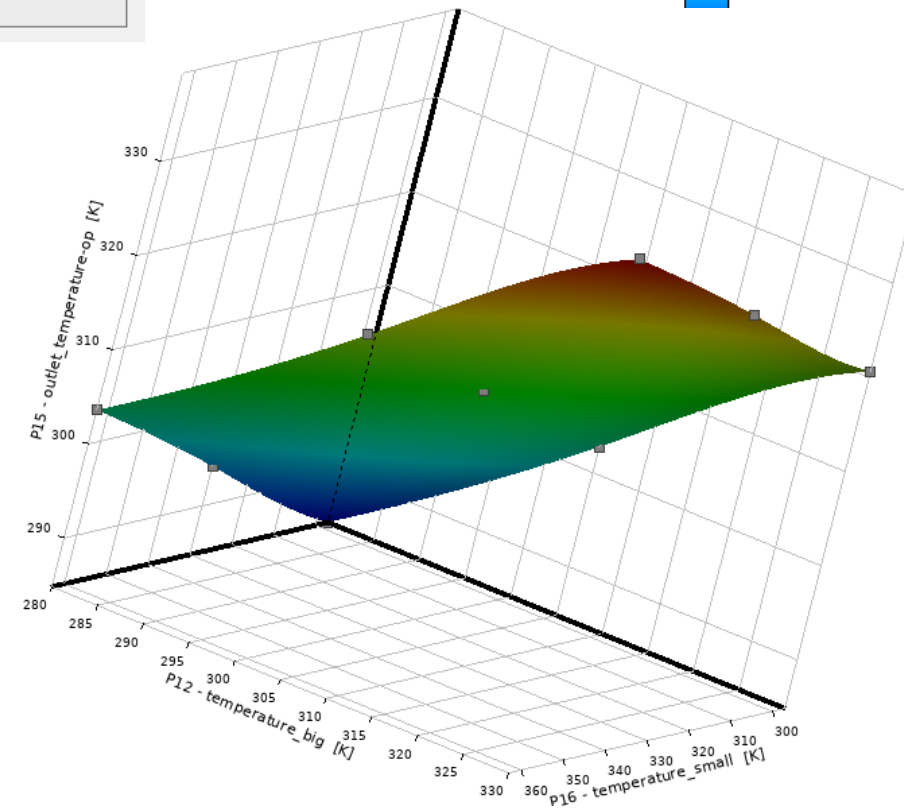
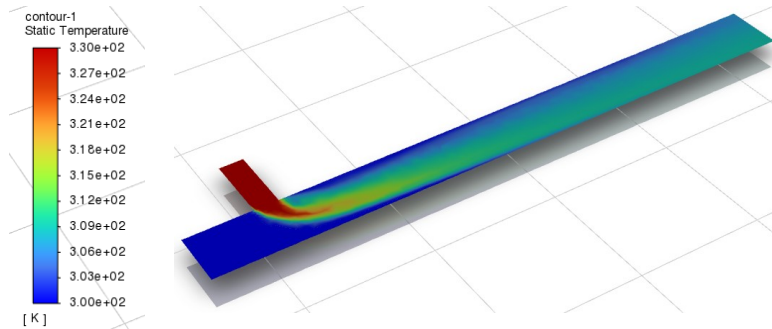
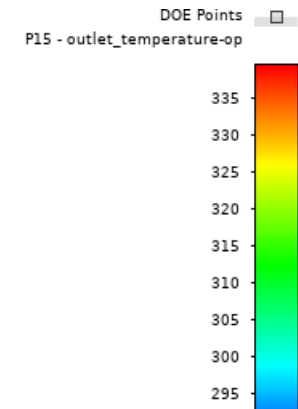


Przykład obliczania spadków ciśnień podczas przepływu wody przez wężownicę [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

Analiza i obróbka wyników

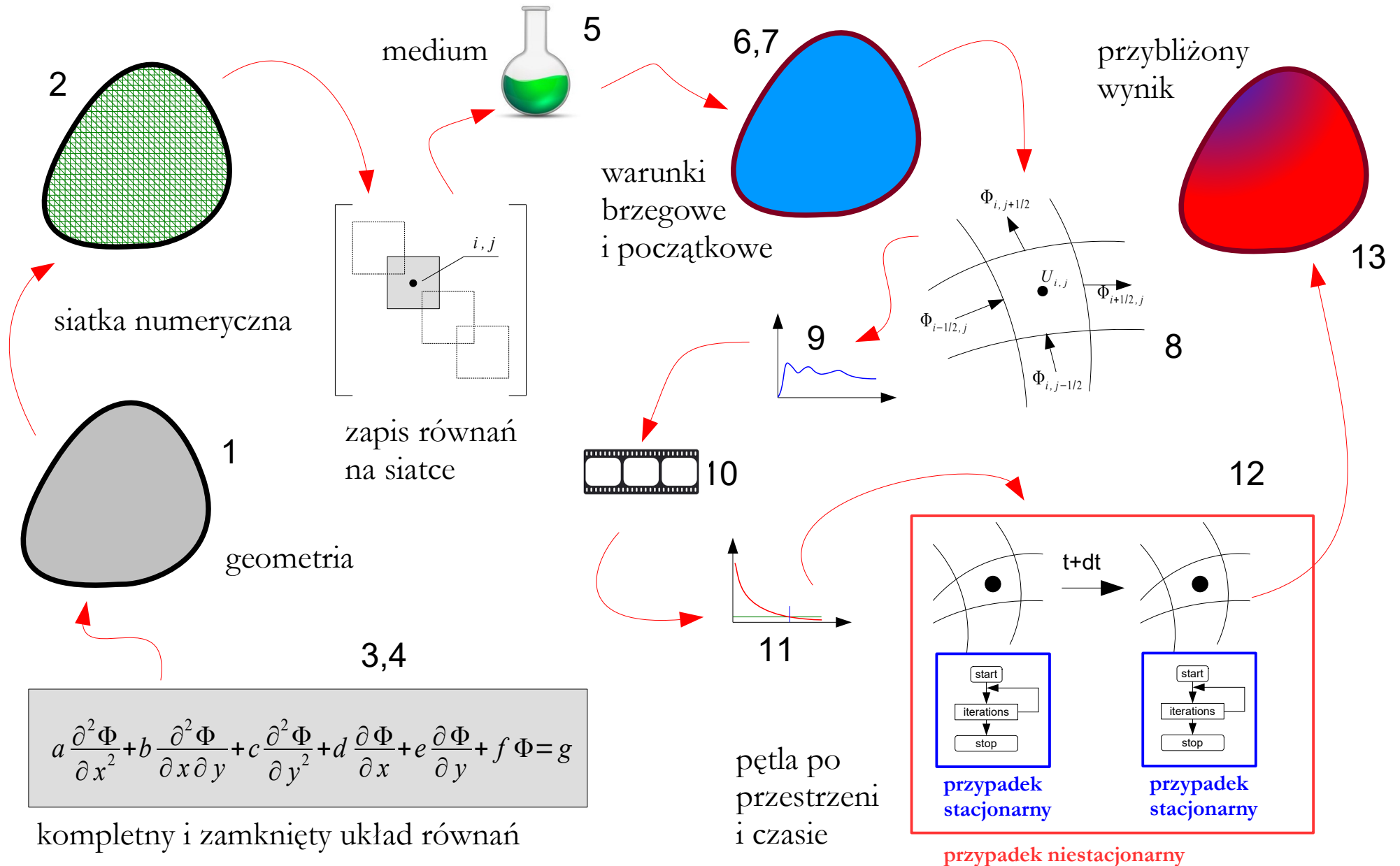
Table of Outline A2: Design Points of Design of Experiments

	A	B	C	D	E
1	Name	P12 - temperature_big (K)	P16 - temperature_small (K)	P10 - Mesh Max	P15 - outlet_temperature-op (K)
2	1	305	330	0,79355	312,11
3	2	280	330	0,79355	294,22
4	3	330	330	0,79355	330
5	4	305	297	0,79355	302,73
6	5	305	363	0,79355	321,49
7	6	280	297	0,79355	284,83
8	7	330	297	0,79355	320,62
9	8	280	363	0,79355	303,6
10	9	330	363	0,79355	339,38



Przykład użycia powierzchni odpowiedzi do wygenerowania tzw. modelu zredukowanego [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

Proces modelowania numerycznego



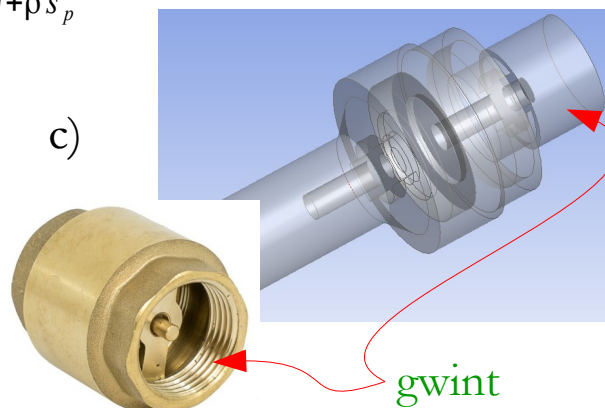
Błędy analiz numerycznych

Błędy analiz numerycznych:

- a) **błąd modelowania** – zastosowany model matematyczny nie odzwierciedla dokładnie rzeczywistości,
- b) **błąd wartości współczynników** – parametry liczbowe są podawane/mierzone z określoną dokładnością,
- c) **błąd odwzorowania obszaru** – geometria domeny nie odpowiada dokładnie geometrii obiektu rzeczywistego,
- d) **błąd numeryczny** – skończona dokładność interpolacji, aproksymacji, ekstrapolacji,
- e) **błąd zaokrąglenia** – skończona dokładność zastosowanych typów zmiennych.

$$a) \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \text{div}(\rho \vec{v} \vec{v}) = \text{div}(-p \vec{I} + \vec{\tau}' + \vec{\tau}'' + \dots) + \rho \vec{s}_p$$

$\vec{\tau}' = ?$



d)

forward scheme

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

central scheme

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2 \Delta x}$$

backward scheme

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}$$

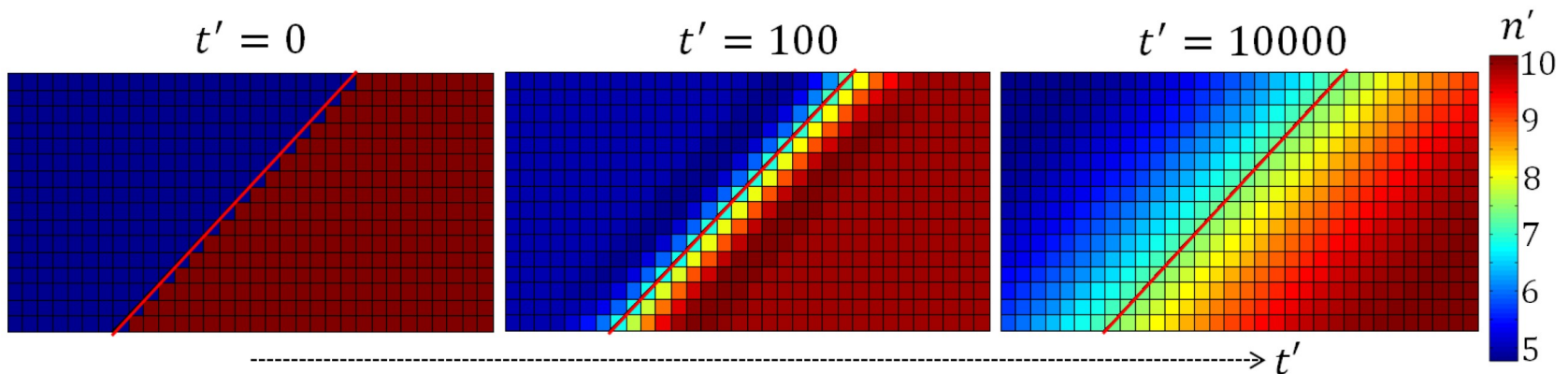
e)

$\pi = 3.14$	$\pi = 3.1415$	$\pi = 3.141592$
	$\pi = 3.1415$	

Dyfuzja numeryczna

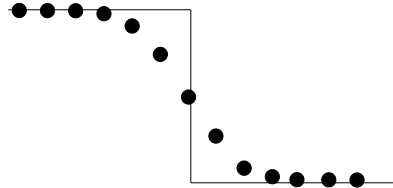
Dyfuzja numeryczna – rodzaj błędu numerycznego, przez który symulowany płyn wykazuje wyższą dyfuzyjność niż powinien.

Dyfuzja numeryczna występuje, gdy stosowana jest dyskretyzacja pierwszego rzędu (przy czym schemat „pod wiatr” jest najmniej dyfuzyjny). Czasami określa się ją mianem „lepkości numerycznej”, ponieważ układ zachowuje się tak, jakby do lepkości fizycznej dodany był jakiś dodatkowy człon.

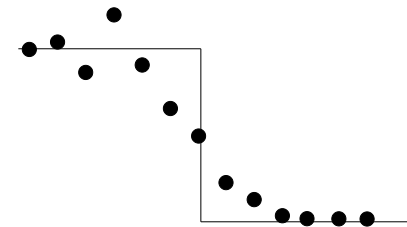


Dyspersja numeryczna

Dyspersja numeryczna – rodzaj błędu numerycznego, występującego, gdy stosowany jest schemat dyskretyzacji wyższego rzędu w celu poprawy dokładności wyniku. Dyspersja numeryczna często przybiera postać tak zwanych „fałszywych oscylacji”. Jeżeli dyspersja numeryczna pojawi się w zmiennej, która może przyjmować wartości tylko od 0 do 1 (np. udział masowy składnika mieszaniny), to fałszywe oscylacje mogą prowadzić do niefizycznych wartości.

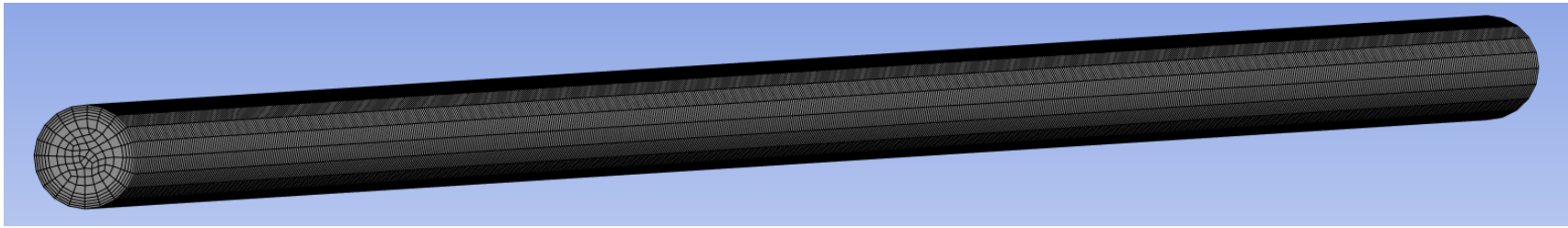


dyfuzja numeryczna

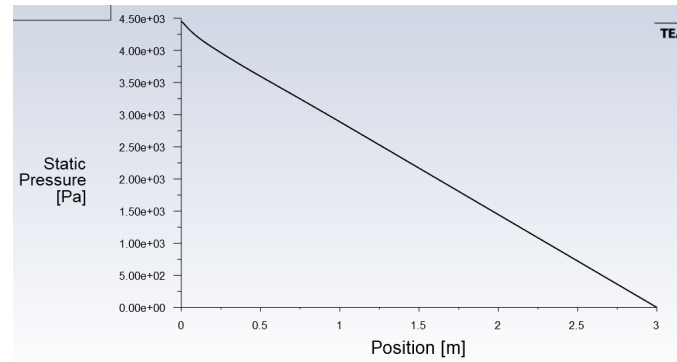


dyspersja numeryczna

Jakość wyników



Obliczanie spadku ciśnień w rurze kołowej [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].



(title "Static Pressure")
(labels "Position" "Static Pressure")

```
((xy/key/label "point-a")
1 2888.23
)
((xy/key/label "point-b")
2 1444.33
)
```

$\Delta p = 1443.9$
rozwiązanie numeryczne

$$Re = \frac{c \cdot d}{\nu} = \frac{2 \cdot 0.0254}{0.0000006017} = 84427$$

$$\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}} = 0.0186$$

$$h_s = \frac{c^2}{2 \cdot g} \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d} = 0.149$$

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot h_s = 1447.22$$

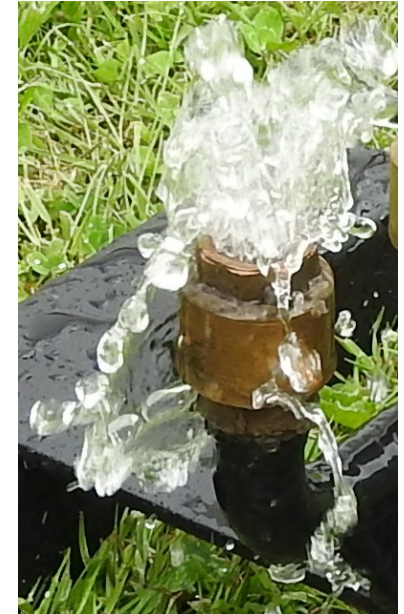
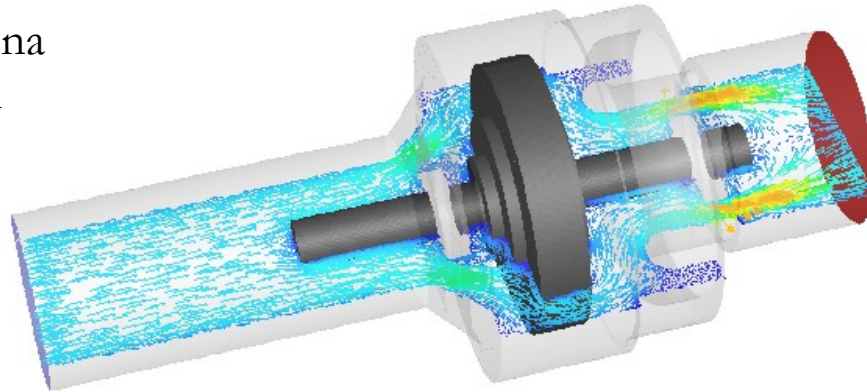
rozwiązanie analityczne

$$\delta = -0.002\%$$

błąd względny

Jakość wyników

Obliczenie siły działającej na grzybek zaworu [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].



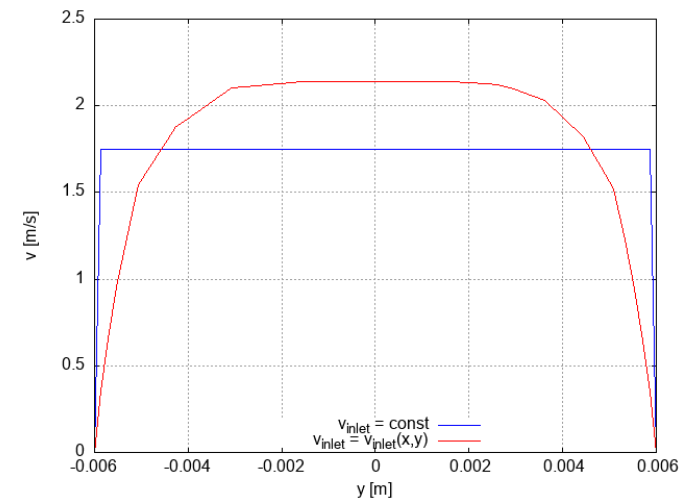
Console

Forces - Direction Vector (0 0 1)			Coefficients			
Zone	Forces [N]		Pressure	Viscous	Total	
wall_head	0.36886696	Viscous -0.0011510001	Total 0.36771596	0.60223177	Viscous -0.0018791839	Total 0.60035258
Net	0.36886696	-0.0011510001	0.36771596	0.60223177	-0.0018791839	0.60035258

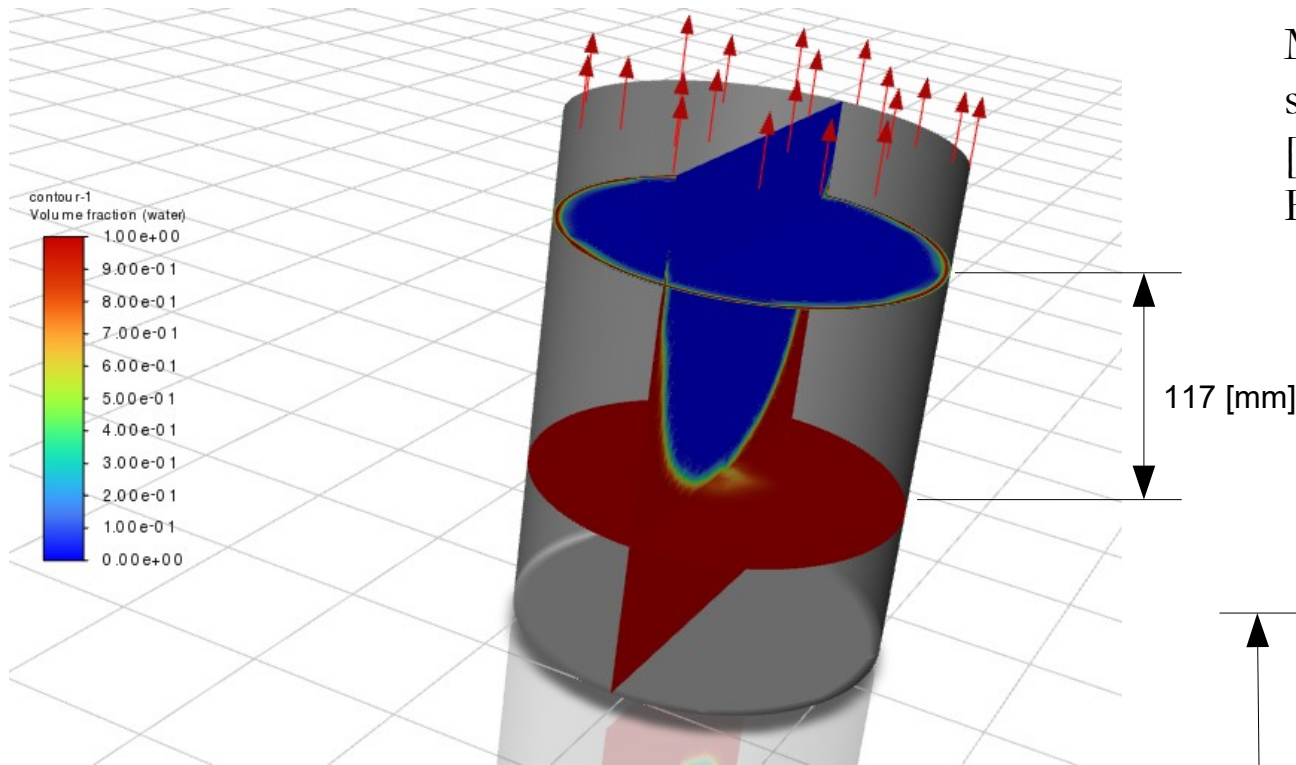
rozwiązanie analityczne: $F = 0.3703 [N]$

rozwiązanie numeryczne (stała prędkość na wlocie): $F = 0.402 [N]$ $\delta = 2.134 \%$

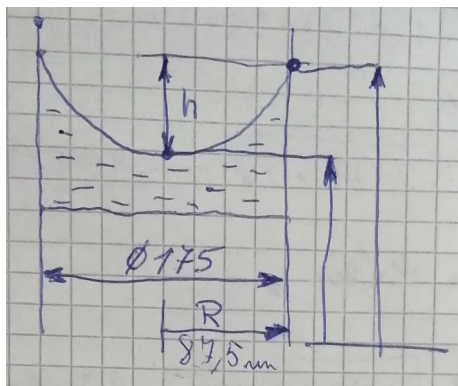
rozwiązanie numeryczne (profil prędkości na wlocie): $F = 0.369 [N]$ $\delta = 0.004 \%$



Jakość wyników



Modelowanie kształtu powierzchni swobodnej w naczyniu wirującym [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

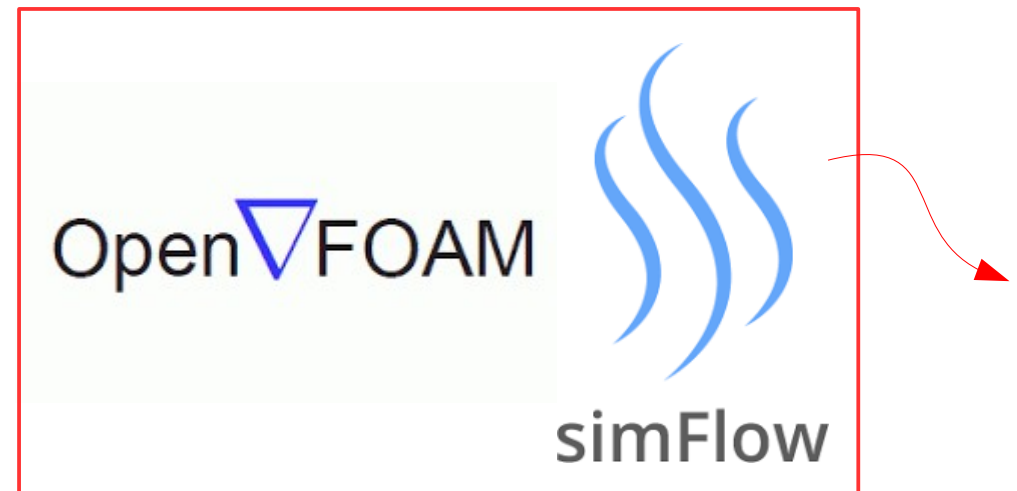


Eksperyment został wykonany na zajęciach laboratoryjnych z Mechaniki Płynów [Paweł Pietkiewicz, 2022]

$$160 \text{ h} = 171 - 59 = 112$$

Kody MOS

Oprogramowanie MOS dzieli się na komercyjne i niekomercyjne.



Kody MOS

ANSYS:



UWAGA na wizualizacje!



- jest wiodącym na świecie **komercyjnym** pakietem do obliczeń numerycznych, umożliwiającym kompleksową symulację w **każdej niemal** dziedzinie nauki i przemysłu
- bardzo dobry do zastosowań komercyjnych oraz badawczych (UDF w języku **C**)
- na WNT są dostępne licencje: **25** edukacyjnych i **1** badawcza w wersji **2022R2**
- w RCI są dostępne stare licencje: **25** edukacyjnych i **5** badawczych w wersji **14.x**
- **nie posiadamy licencji komercyjnej – nie możemy świadczyć usług!**
- w roku **2022** zakupiliśmy serwer obliczeniowy – nasza licencja na max. 16 rdzeni CPU
- w roku **2022** podpisaliśmy umowę o współpracę z firmą Symkom

Interdyscyplinarne Centrum Modelowania Matematycznego i Komputerowego UW:

- corocznie umożliwia zakup tzw. licencji krajowej na najnowszą wersję pakietu ANSYS za relatywnie niewielką kwotę
- oferuje dla pracowników i studentów polskich uczelni tzw. granty obliczeniowe – bezpłatne do zastosowań niekomercyjnych – na komputerach dużej mocy (z systemem **Linux**)

Kody MOS

OpenFOAM: słowniki C++



- jest wiodącym na świecie **niekomercyjnym** pakietem do obliczeń numerycznych, umożliwiającym symulacje w obszarze **termo-mechaniki płynów** (ale nie tylko)
- bardzo dobry do zastosowań badawczych, średnio dobry do zastosowań komercyjnych
- jest dystrybuowany na zasadach licencji otwartej (z kodem źródłowym w **C++**)
- działa w systemach Unix/**Linux** (zalecane) oraz Windows
- **nie posiada interfejsu** – konfiguracja odbywa się poprzez tzw. **słowniki**
- istnieją nakładki graficzne ułatwiające pracę (te lepsze są **komercyjne**, np. **SimFlow**)
- wymaga znajomości obsługi środowiska **Gnuplot** oraz programu **ParaView**
- istnieje możliwość uruchomienia na serwerze WNT (są na nim dwa systemy operacyjne)

Największe wady:

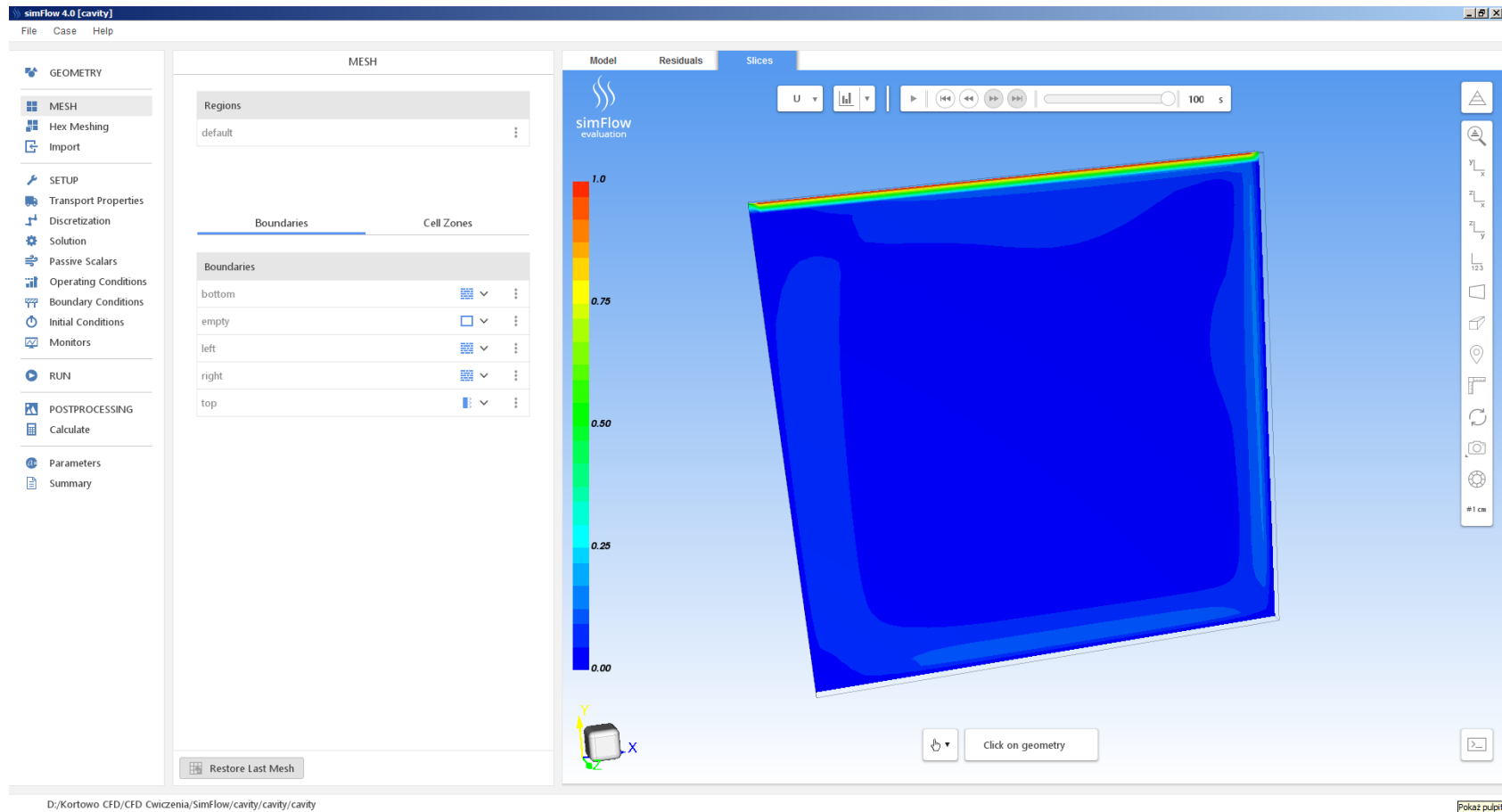
- ograniczona liczba przykładów
- ograniczony dostęp do wiedzy
- nieprzewidywalne zmiany
(ogólna cecha programów z nurtu Open Source)

przykład
słownika

```
geometry
{
    sphere_i
    {
        type searchableSphere;
        centre (0.05 0.05 0.05);
        radius 0.02;
    }
}
```



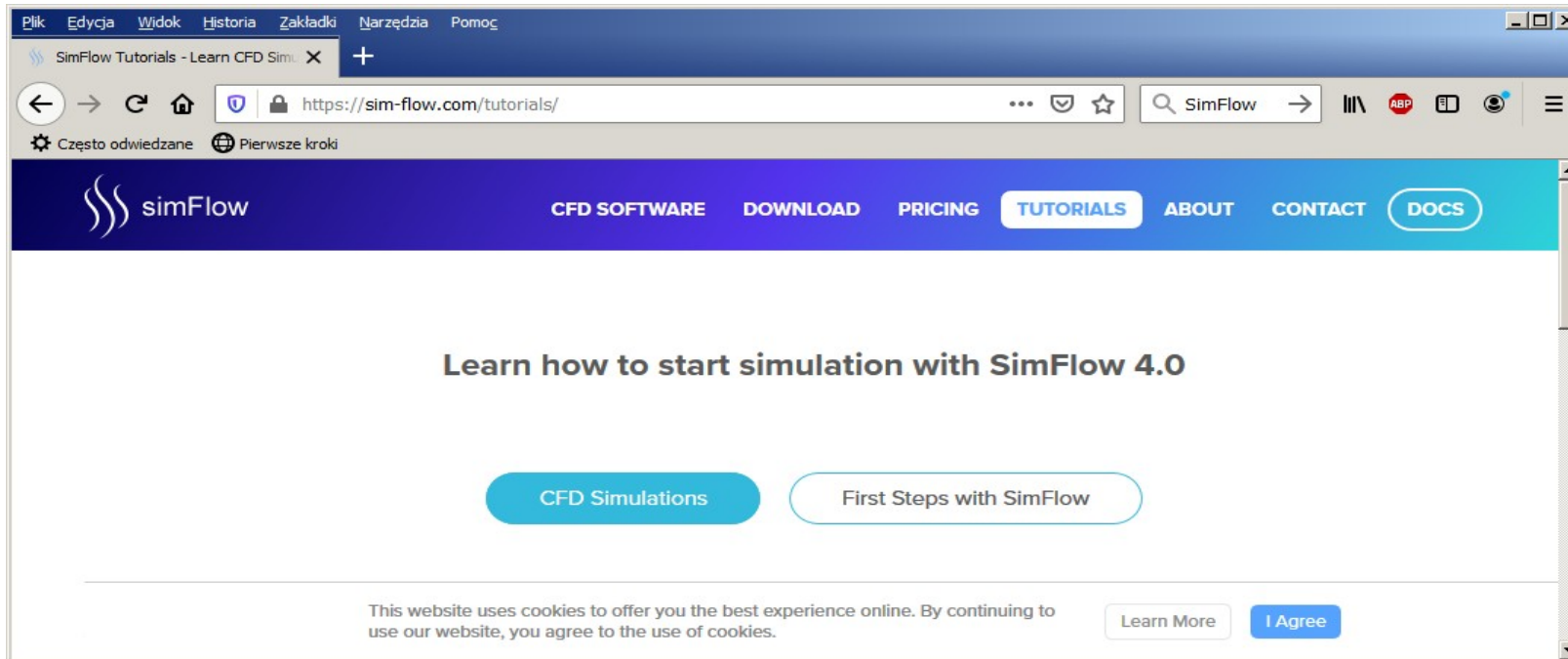
SimFlow



SimFlow 4.0 (Windows) – nakładka na pakiet OpenFOAM – ograniczenia w wersji bezpłatnej:

- maksymalnie 200 000 komórek,
- maksymalnie 2 procesory w obliczeniach równoległych,
- brak wsparcia technicznego.

SimFlow

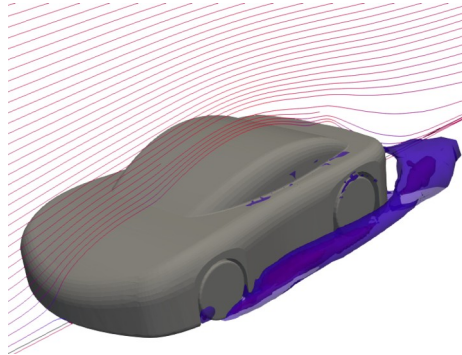


<https://sim-flow.com/>

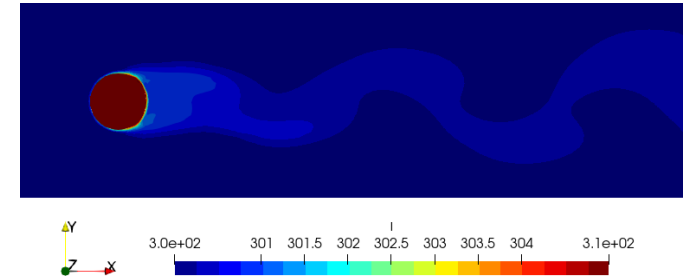
Strona zawiera:

- samouczki w wersji wideo,
- samouczki w wersji tekstu i rysunków.

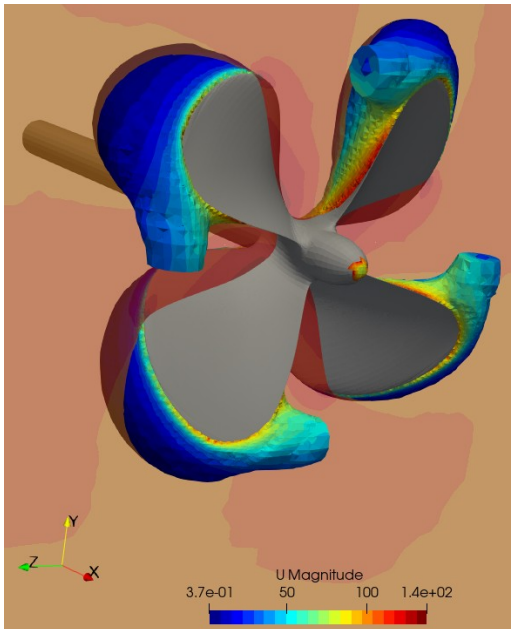
SimFlow



Przepływ zewnętrzny
(simpleFoam, $k-\omega$ SST).



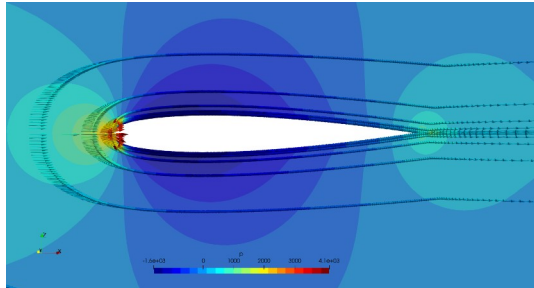
Przepływ zewnętrzny (chtMultiRegionFoam)
– przykład modelu podzielonego na regiony
(fluid i solid).



Przepływ zewnętrzny
(simpleFoam, Realizable $k-\epsilon$)
– przykład techniki zwanej
rotating reference frame.

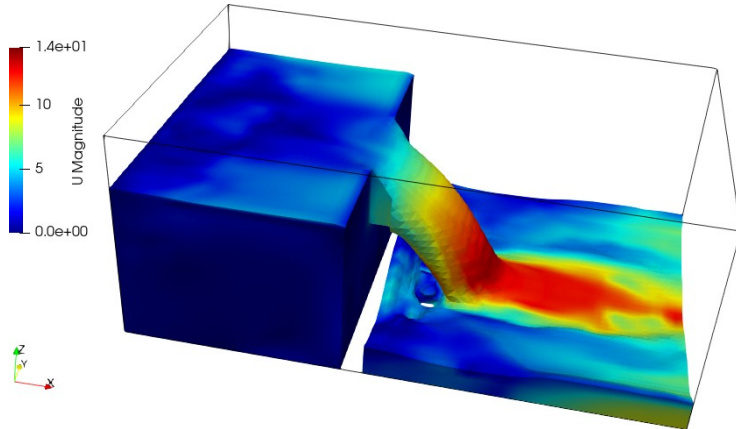
Przykłady modeli z samouczków
programu SimFlow.

SimFlow

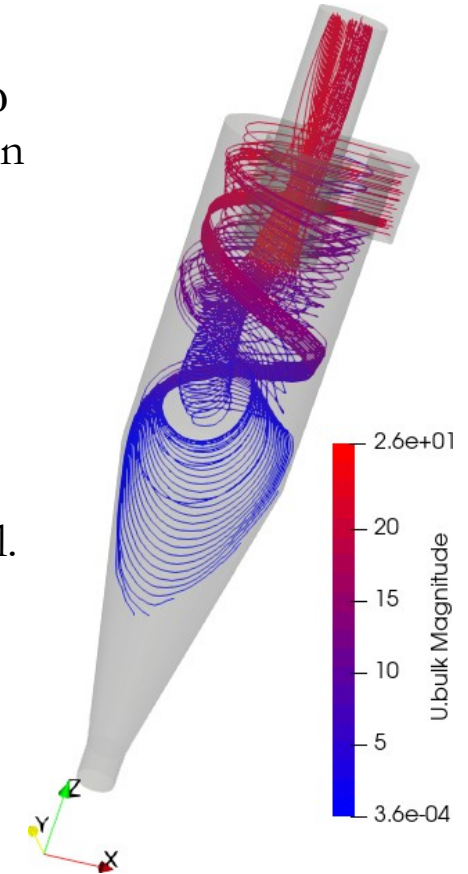


Przepływ zewnętrzny (simpleFoam, $k-\omega$ SST) – SimFlow posiada specjalny plugin przeznaczony dla profili lotniczych.

Przepływ dwufazowy (MPPICFoam, LES) – Discrete Phase Model.



Przepływ dwufazowy (interFoam, laminar) – Volume of Fluid.

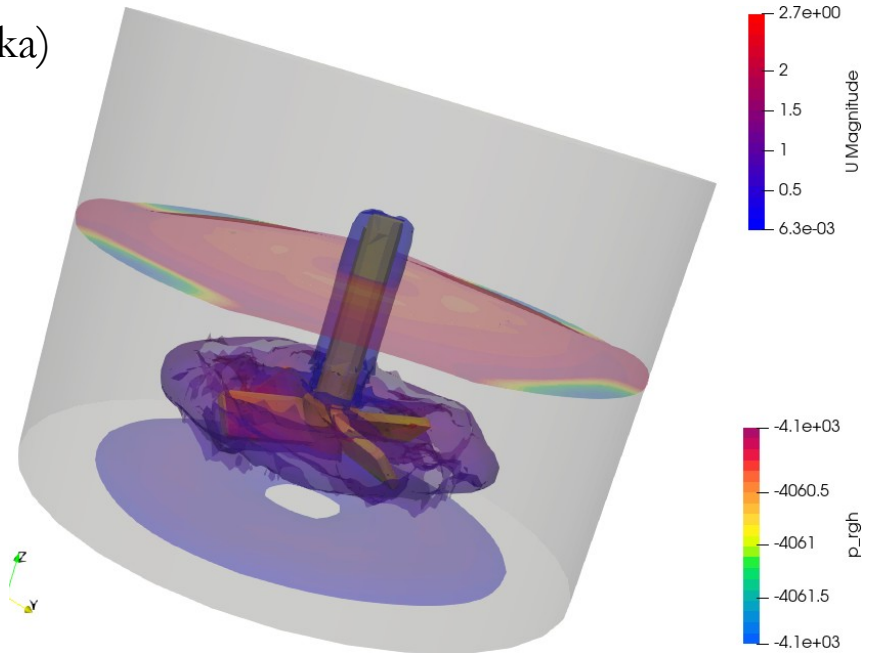
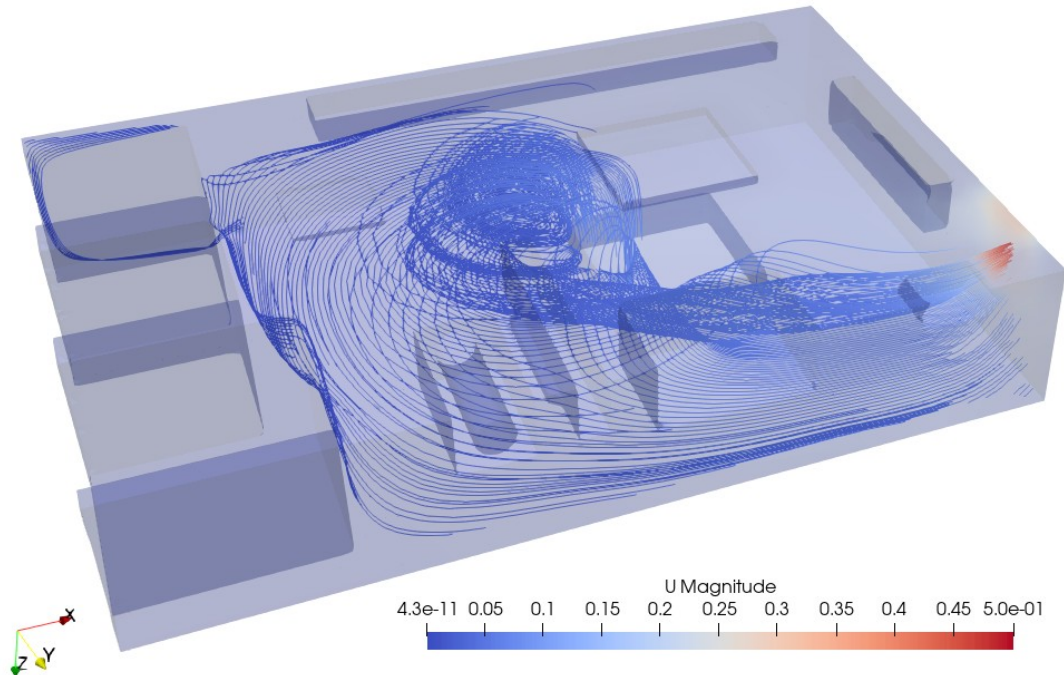


Przykłady modeli z samouczków programu SimFlow.

SimFlow

Przepływ jednofazowy (ruchoma siatka)
(CHT Multi Region SIMPLE, $k-\epsilon$).

Przepływ jednofazowy
(interFoam, Realizable $k-\epsilon$).



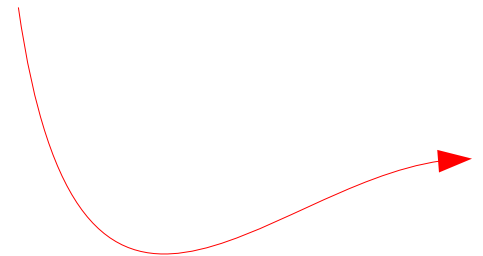
Przykłady modeli z samouczków
programu SimFlow.

SimFlow – przykład modelowania

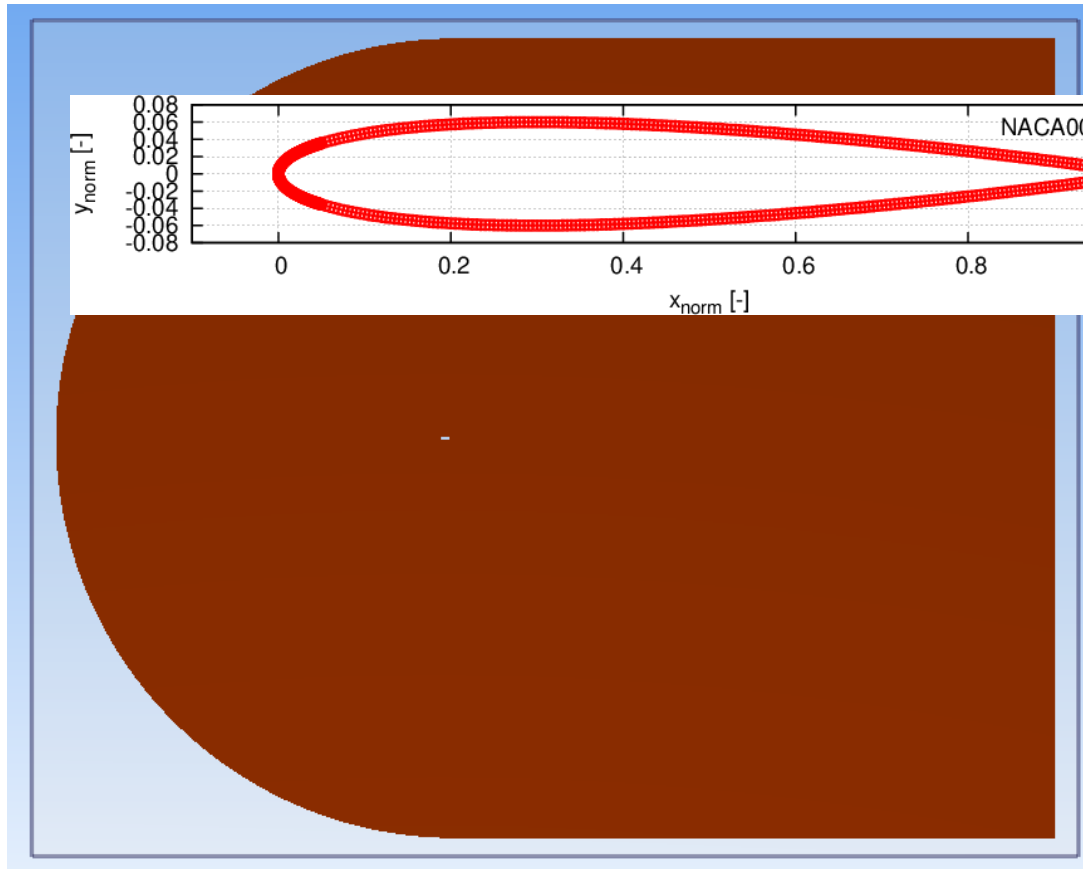
Etapy procesu modelowania numerycznego:

- **przygotowanie (preprocessing):**
 1. określenie geometrii domeny obliczeniowej
 2. dyskretyzacja domeny obliczeniowej
 3. wybór modelu matematyczno-fizycznego
 4. definiowanie zestawu domknięć
 5. definiowanie parametrów materiałowych
 6. określenie warunków brzegowych
 7. określenie warunków początkowych
- **przeprowadzenie obliczeń (solving):**
 8. określenie technik numerycznych
 9. określenie szczegółów monitoringu procesu obliczeniowego
 10. określenie szczegółów rejestracji wyników
 11. określenie warunku zakończenia obliczeń
 12. przeprowadzenie i monitoring procesu obliczeń
- **analiza i obróbka wyników (postprocessing):**
 13. wizualizacja, analiza i obróbka wyników

Na ćwiczeniach wykorzystywany jest najczęściej pakiet ANSYS – zamieszczony tu przykład ma ilustrować, że niezależnie od użytego kodu obliczeniowego, proces modelowania numerycznego jest zasadniczo taki sam.



SimFlow – przykład modelowania



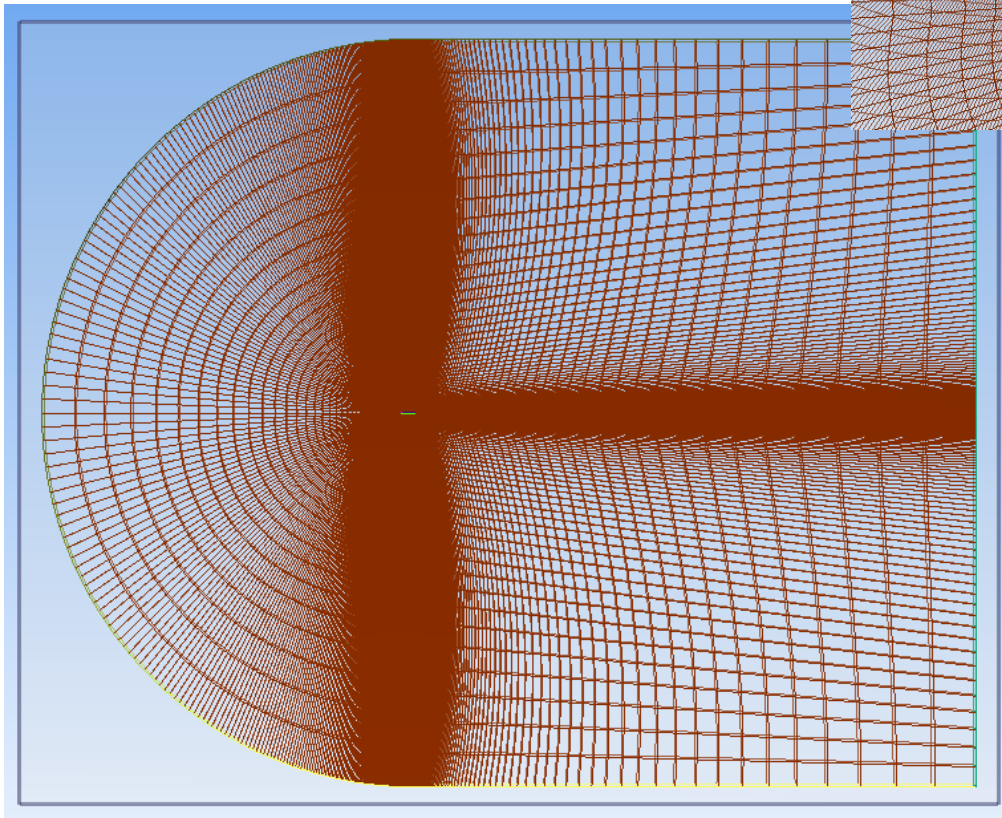
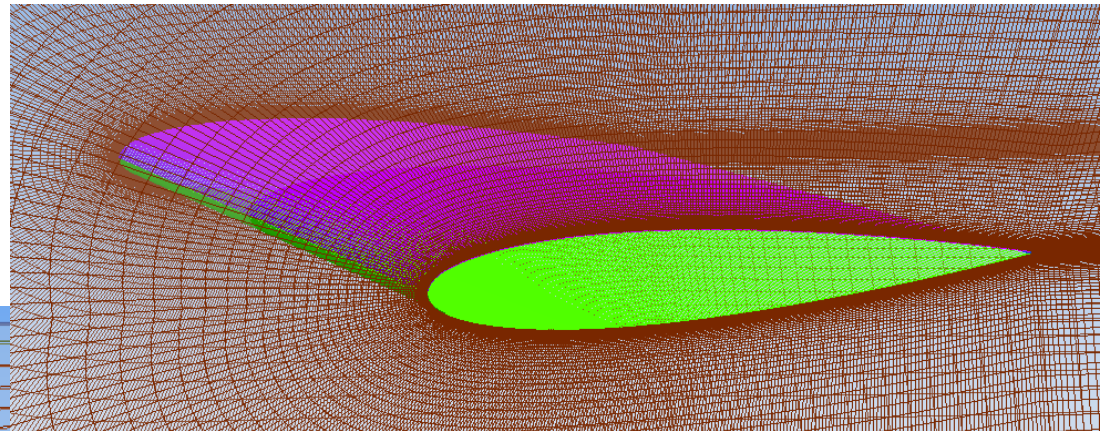
```
naca0012.dat — Nota...
Plik  Edycja  Format  Widok  Pomoc
# NACA 0012 AIRFOILS
0.0000000 0.0000000
0.0005839 0.0042603
0.0023342 0.0084289
0.0052468 0.0125011
0.0093149 0.0164706
0.0145291 0.0203300
0.0208771 0.0240706
0.0283441 0.0276827
0.0369127 0.0311559
0.0465628 0.0344792
0.0572720 0.0376414
0.0690152 0.0406310
0.0817649 0.0434371
0.0954915 0.0460489
0.1101628 0.0484567
0.1257446 0.0506513
0.1422005 0.0526251
0.1594921 0.0543715
0.1775789 0.0558856
0.1964187 0.0571640
0.2159676 0.0582048
0.2361799 0.0590081
0.2570083 0.0595755
0.2781010 0.0599100
```



















SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – domena obliczeniowa 2D (tu: wybrany profil lotniczy oraz otoczenie).

1. Określenie geometrii domeny obliczeniowej

SimFlow – przykład modelowania

SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – siatka numeryczna (tu: siatka strukturalna typu „C”).



Boundaries	Cell Zones
Boundaries	
empty	  
inlet	  
lower	  
outlet	  
top	  
upper	  

2. Dyskretyzacja domeny obliczeniowej

SimFlow – przykład modelowania

SOLVER SELECTION

Solver Filters

Time Steady State Transient

Flow Incompressible Compressible

Models

<input type="checkbox"/> Turbulence	<input type="checkbox"/> MRF	<input type="checkbox"/> Species
<input type="checkbox"/> Heat Transfer	<input type="checkbox"/> SRF	<input type="checkbox"/> Lagrangian
<input type="checkbox"/> Radiation	<input type="checkbox"/> Porosity	<input type="checkbox"/> Dynamic Mesh
<input type="checkbox"/> Buoyancy	<input type="checkbox"/> Multiphase	<input type="checkbox"/> User Defined

Available Solvers (49) ⓘ

- Rho Reacting
- Rho Reacting Buoyant
- Rho SIMPLE
- SIMPLE**
- SIMPLE Coal Parcel
- SIMPLE Reacting Parcel
- Sonic
- Sonic Dynamic Mesh
- Snow

Current Solver SIMPLE

Select

SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – wybór solwera (tu: simpleFoam).

simpleFoam

Steady-state, incompressible solver with turbulence, porosity and rotating reference frame modelling.

3. Wybór modelu matematyczno-fizycznego

SimFlow – przykład modelowania

TURBULENCE

Enable Turbulence Equations

Turbulence Modeling

Laminar
 RANS
 LES

Modeling Options

Model

- k- ϵ
- RNG k- ϵ
- Realizable k- ϵ
- Spalart-Allmaras
- k- ω
- k- ω SST**
- k- ω SST SAS
- k-kl- ω

SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – wybór domknięcia na tensor naprężeń turbulentnych (tu: model k- ω SST).

4. Definiowanie zestawu domknięć

SimFlow – przykład modelowania

SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – wybór rodzaju płynu (tu: podaje się tylko kinematyczny współczynnik lepkości).

The image shows a screenshot of the SimFlow software interface. The main window is titled "TRANSPORT PROPERTIES". It contains a "Transport Model" dropdown menu set to "Newtonian" and a text input field for the kinematic viscosity ν [m²/s] with the value "1.5e-05". Below this is a "Material Database" button. A "Material Selection" dialog box is open in the foreground, displaying a table of materials. The table has columns for "Material", "Type", and a selection checkbox. The material "air" is selected, indicated by a green checkmark and the text "(selected)".

Material	Type	
<input type="checkbox"/> acetylene	gas	⋮
<input checked="" type="checkbox"/> air	gas	⋮
<input type="checkbox"/> ammonia	gas	⋮
<input type="checkbox"/> argon	gas	⋮
<input type="checkbox"/> carbon_dioxide	gas	⋮
<input checked="" type="checkbox"/> air	gas	(selected)

Buttons: Apply, Cancel

5. Definiowanie parametrów materiałowych

SimFlow – przykład modelowania

BOUNDARY CONDITIONS

Boundaries	
<input type="checkbox"/> empty	<input type="checkbox"/> v
<input checked="" type="checkbox"/> inlet	<input type="checkbox"/> v
<input checked="" type="checkbox"/> lower	<input checked="" type="checkbox"/> v
<input checked="" type="checkbox"/> outlet	<input checked="" type="checkbox"/> v
<input checked="" type="checkbox"/> top	<input checked="" type="checkbox"/> v
<input checked="" type="checkbox"/> upper	<input checked="" type="checkbox"/> v

Flow | Turbulence

p | Type: Free Stream Pressure | Freestream Value [m²/s²]: 0

U | Type: Free Stream | Freestream Value [m/s]: U 0 0

SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – definiowanie wartości parametrów na wybranych granicach domeny (tu: ciśnienie i prędkość na wlocie).

6. Określenie warunków brzegowych

SimFlow – przykład modelowania

Basic	Potential	Patch	Map
p	<input type="text" value="0"/>		
U	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
k	<input type="text" value="1e-01"/>		
ω	<input type="text" value="100"/>		
v_t	<input type="text" value="0.1"/>		

SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – definiowanie wartości początkowych (tu: wartości zdefiniowano ręcznie).

7. Określenie warunków początkowych

SimFlow – przykład modelowania

Solvers	SIMPLE	Residuals	Relaxation	Limits
p	U	k	ω	
Solver	GAMG			

Solvers	SIMPLE	Residuals	Relaxation	Limits
Consistent	<input checked="" type="checkbox"/>			
Non-Orthogonal Correctors	2			

Solvers	SIMPLE	Residuals	Relaxation	Limits
p	1e-06			
U	1e-06			
k	1e-05			
ω	1e-05			

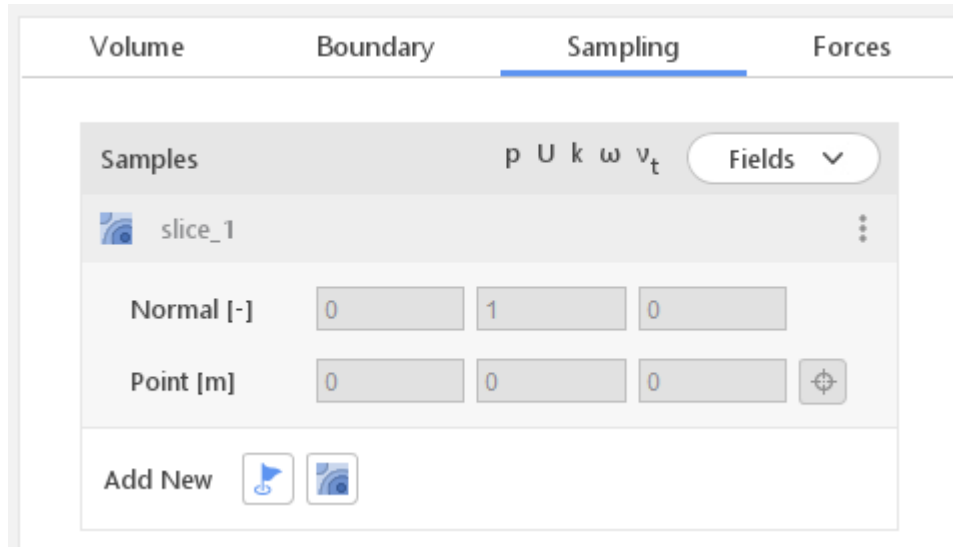
Solvers	SIMPLE	Residuals	Relaxation	Limits
p	0.75			
U	0.75			
k	0.5			
ω	0.5			

Solvers	SIMPLE	Residuals	Relaxation	Limits
Velocity Damping	<input type="checkbox"/>			

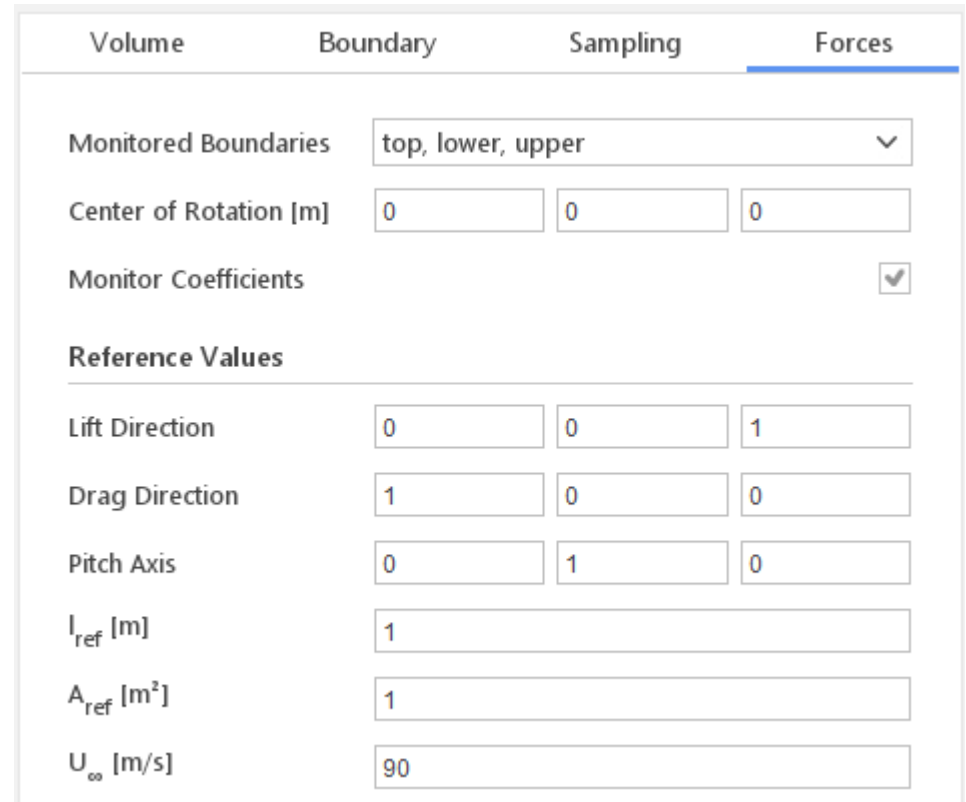
SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – definiowanie technik obliczeniowych i ich parametrów (tu: wariant solwera rozwiązującego układ równań liniowych, liczbę korekt ciśnienia, kryteria zbieżności rezyduów oraz wartość współczynników relaksacji).

8. Określenie technik numerycznych

SimFlow – przykład modelowania



SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – definiowanie przekroju, na którym będą wizualizowane wybrane pola.



SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – definiowanie monitora (tu: siły unoszenia i siły oporu).

SimFlow – przykład modelowania

RUN SIMULATION

Time Control **Output** CPU (1) Notify Me

Write Control Iteration

Interval [-]

Clean Old Result Files

Max No. of Files

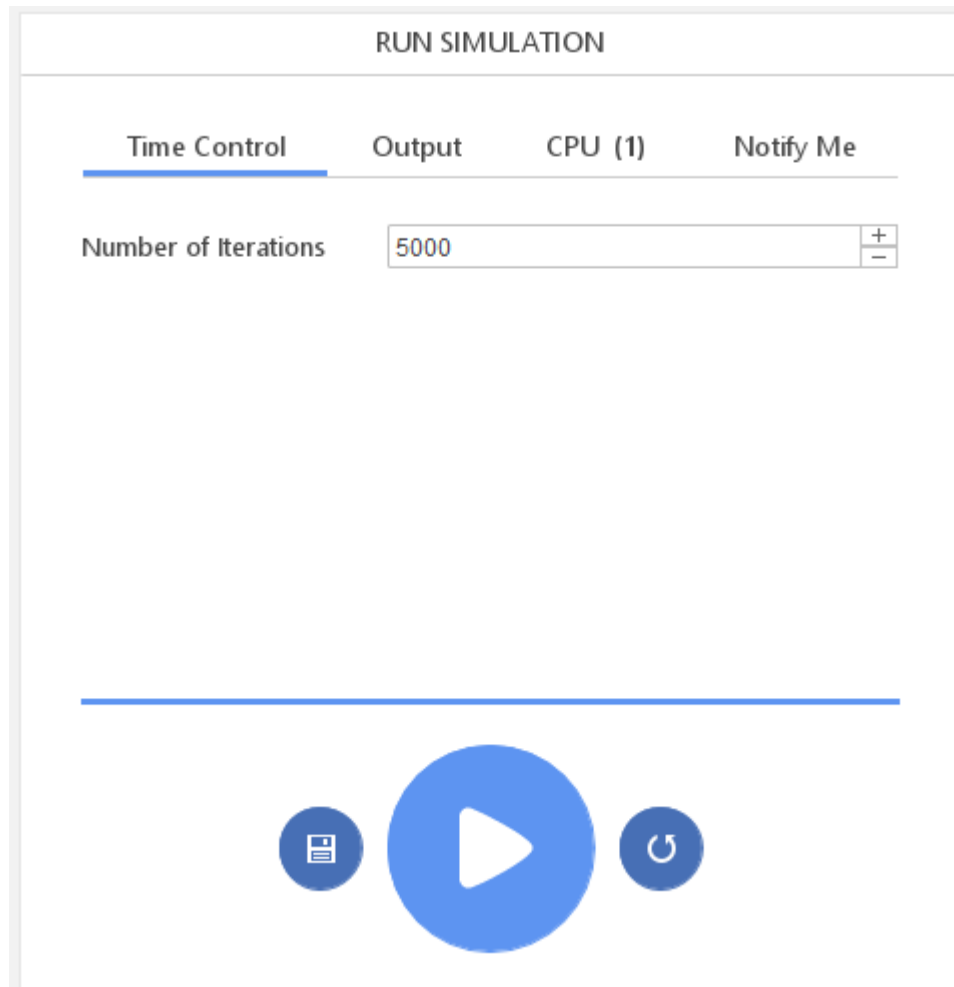
Nazwa

- 0
- 4700
- 4702
- airfoils
- chemkin
- constant
- postProcessing
- system
- naca.foam
- naca.pvsm
- naca.sim
- solver.log

SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 –
częstotliwości zapisywania wyników
(tu: zapisują się tylko dwa ostatnie kroki czasowe).

10. Określenie szczegółów rejestracji wyników

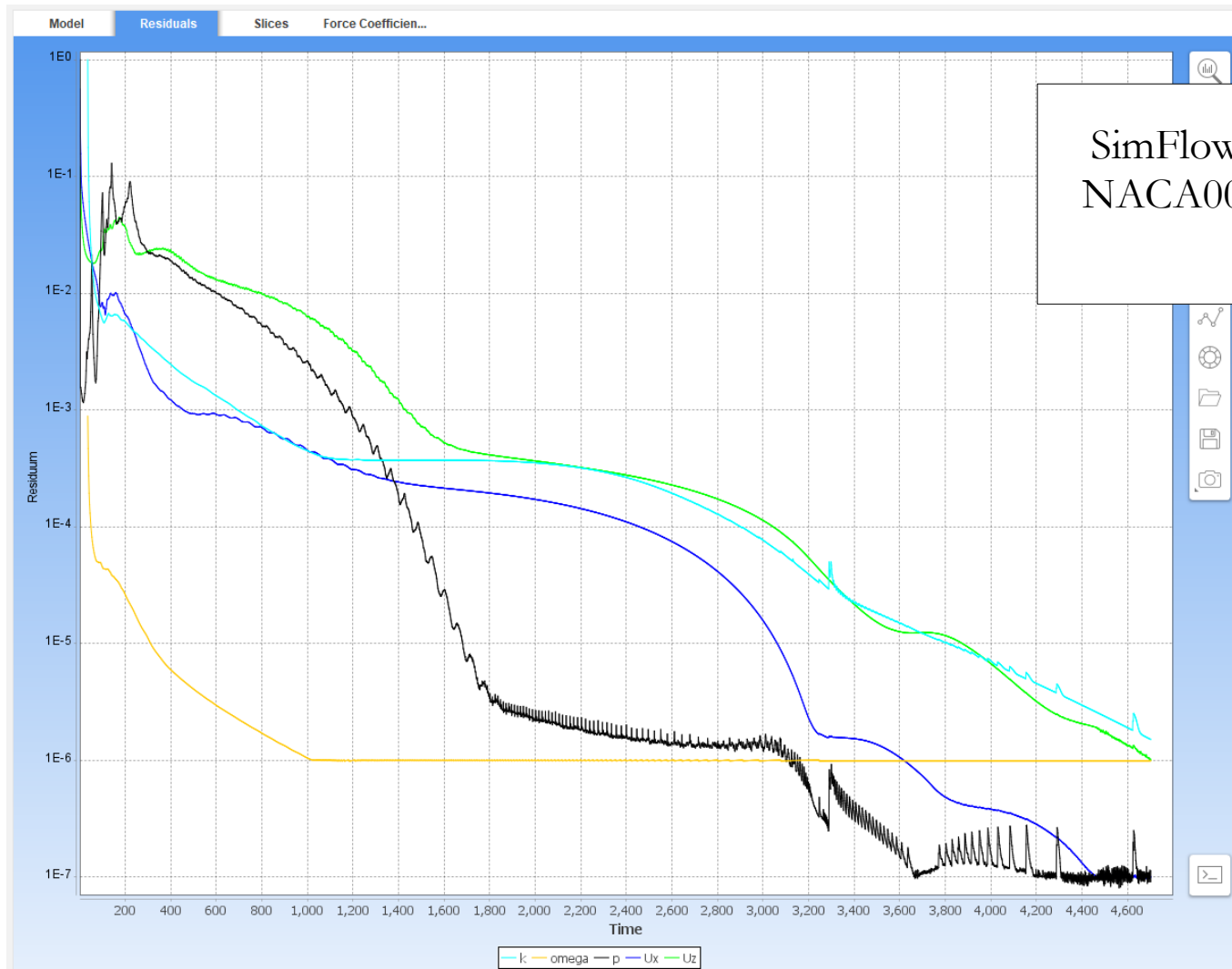
SimFlow – przykład modelowania



SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – definiowanie warunku zakończenia obliczeń (tu: 5000 iteracji).

11. Określenie warunku zakończenia obliczeń

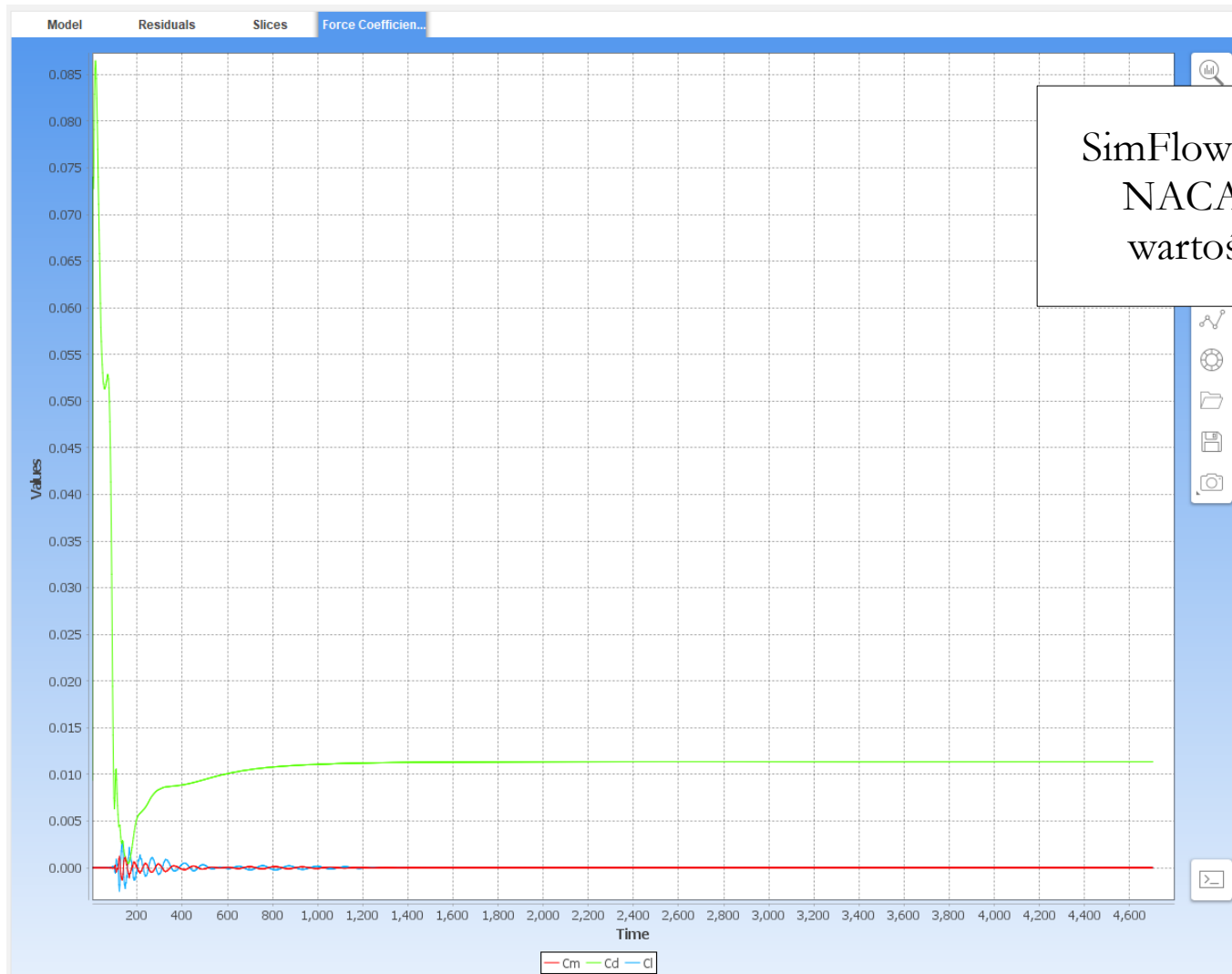
SimFlow – przykład modelowania



SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – monitorowanie przebiegu rezyduów.

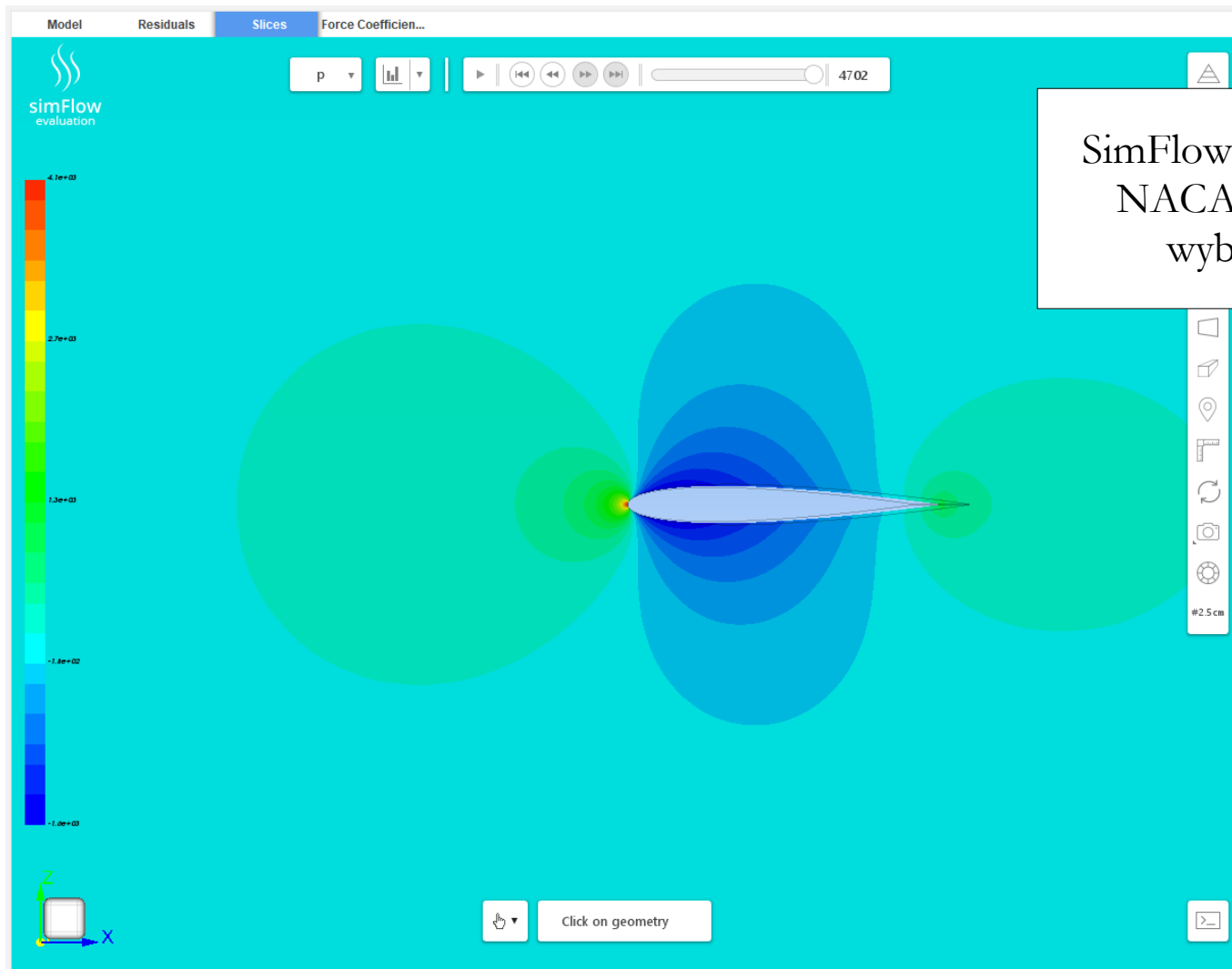
12. Przeprowadzenie i monitoring procesu obliczeń

SimFlow – przykład modelowania



SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – obserwacja ewolucji wartości sił działających na profil.

SimFlow – przykład modelowania



SimFlow: Modelowanie opływu profilu NACA0012 – obserwacja rozkładu wybranych pól (tu: ciśnienia).

Podsumowanie

Zagadnienia:

Etapy procesu modelowania numerycznego, domena obliczeniowa, określenie geometrii domeny obliczeniowej, dyskretyzacja domeny obliczeniowej, wybór modelu matematyczno-fizycznego, definiowanie zestawu domknięć, definiowanie parametrów materiałowych, określenie warunków brzegowych, określenie warunków początkowych, określenie technik numerycznych, rozwiązywanie układów równań liniowych, rezydua, współczynniki relaksacji, dyskretyzacja czasu, określenie szczegółów monitoringu procesu obliczeniowego, określenie szczegółów rejestracji wyników, określenie warunku zakończenia obliczeń, zbieżność obliczeń, przeprowadzenie obliczeń, analiza i obróbka wyników, błędy analiz numerycznych, dyfuzja numeryczna, dyspersja numeryczna, jakość wyników, kody MOS, SimFlow, SimFlow – przykład modelowania.

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



Dziękuję za uwagę

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2003-2024