

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



Obliczeniowa Dynamika Płynów

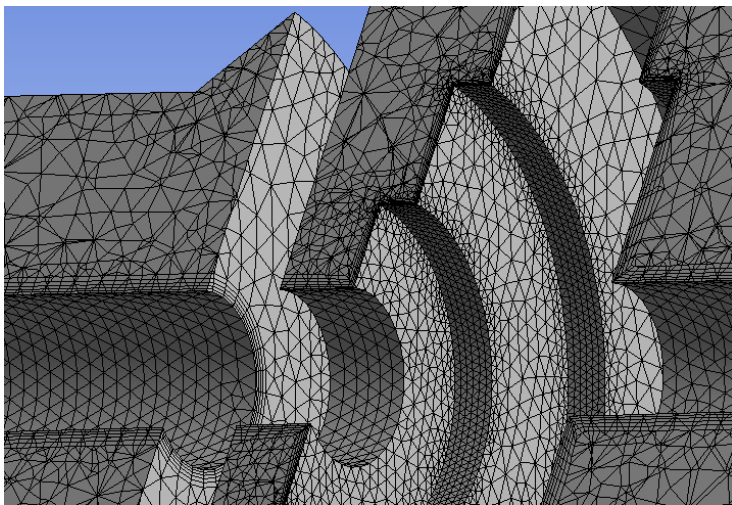
Computational Fluid Dynamics – CFD

Siatki Numeryczne

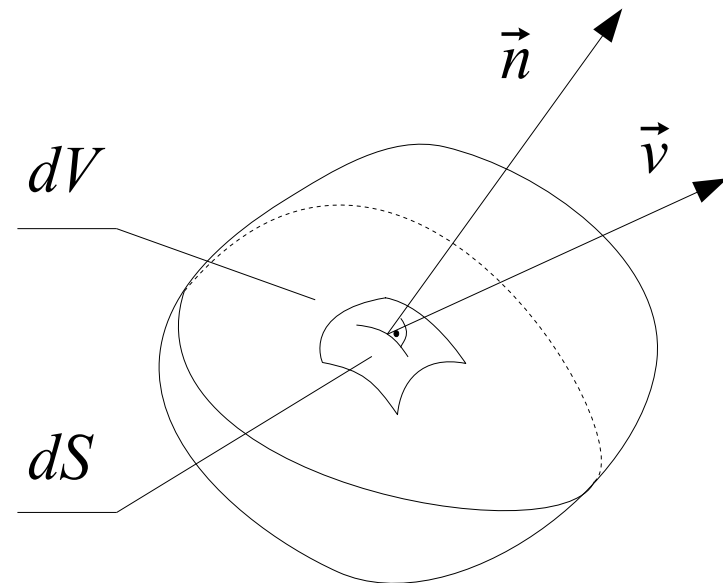
Dyskretyzacja

Dyskretyzacja – zamiana funkcji ciągłej na funkcję określoną jedynie w wybranym zbiorze argumentów.

W metodach numerycznych dyskretyzacji podlega przestrzeń oraz czas.



Przykład dyskretyzacji przestrzeni obliczeniowej.

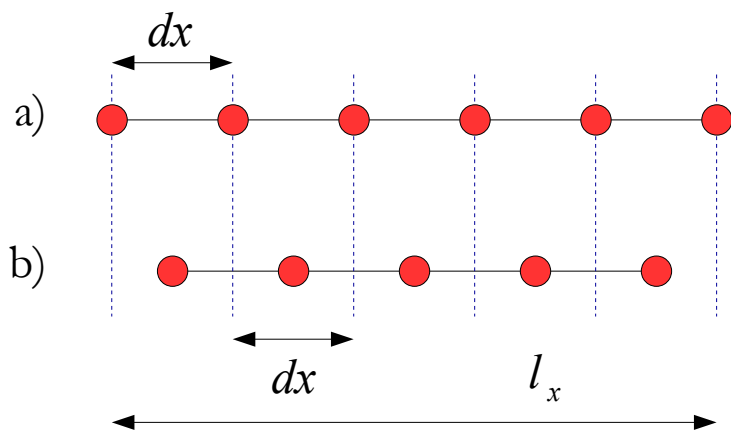
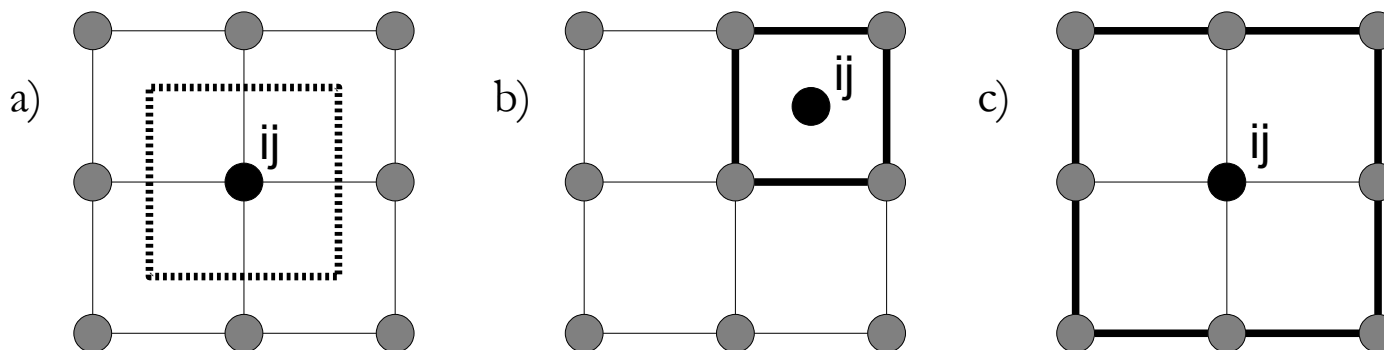


Schemat Objętości Skończonej.

Rodzaje dyskretyzacji przestrzeni

Rodzaje dyskretyzacji przestrzeni:

- a) centralna względem węzła (node-cell scheme) – typowa dla MRS oraz MES,
- b) centralna względem komórki (cell centered scheme) – typowa dla MOS, MZB,
- c) wielokomórkowa (cell-vertex scheme).



$$dx = \frac{l_x}{n_x - 1}$$

- komórek jest mniej niż węzłów

$$dx = \frac{l_x}{n_x}$$

- komórek jest tyle samo co węzłów

Elementy siatek numerycznych



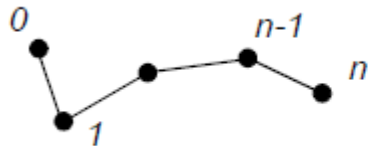
VTK_VERTEX (=1)



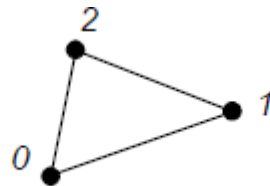
VTK_POLY_VERTEX (=2)



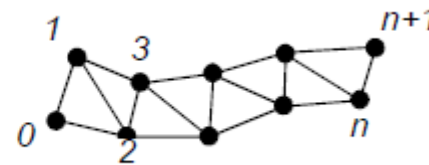
VTK_LINE (=3)



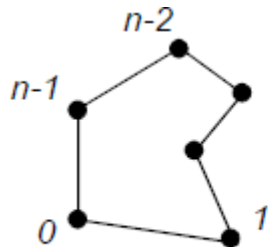
VTK_POLY_LINE (=4)



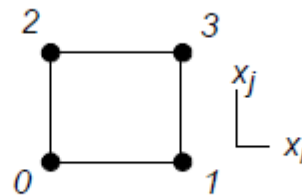
VTK_TRIANGLE (=5)



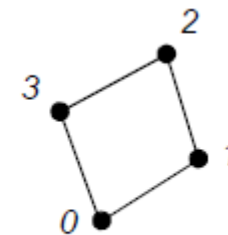
VTK_TRIANGLE_STRIP (=6)



VTK_POLYGON (=7)

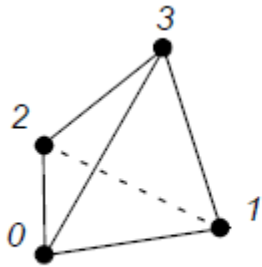


VTK_PIXEL (=8)

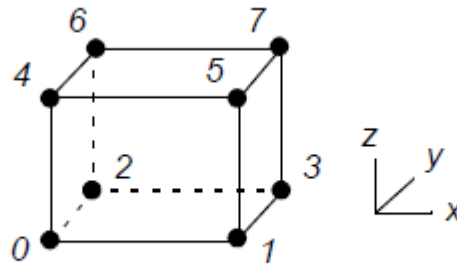


VTK_QUAD (=9)

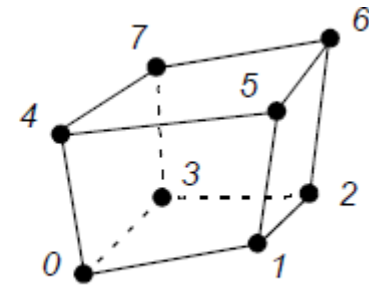
Elementy siatek numerycznych



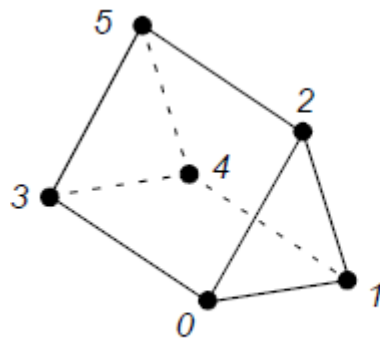
VTK_TETRA (=10)



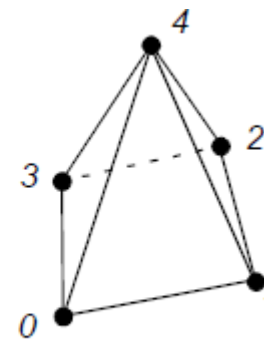
VTK_VOXEL (=11)



VTK_HEXAHEDRON (=12)

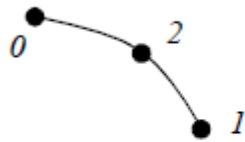


VTK_WEDGE (=13)

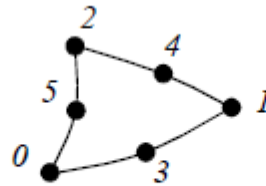


VTK_PYRAMID (=14)

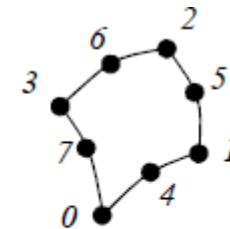
Elementy siatek numerycznych



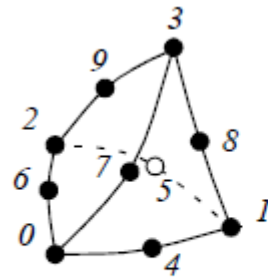
VTK_QUADRATIC_EDGE
(=21)



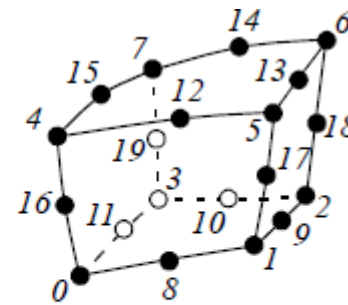
VTK_QUADRATIC_TRIANGLE
(=22)



VTK_QUADRATIC_QUAD
(=23)



VTK_QUADRATIC_TETRA
(=24)



VTK_QUADRATIC_HEXAHEDRON
(=25)

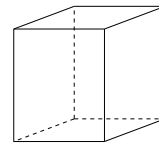
Rodzaje siatek numerycznych

Podstawowa klasyfikacja siatek numerycznych:

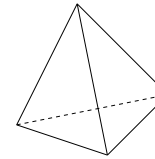
- siatki strukturalne,
- siatki niestukturalne,
- siatki hybrydowe,
- siatki wieloblokowe,
- siatki wielostrefowe,
- siatki nakładające się,
- siatki adaptujące się,
- siatki ruchome,
- ...

Istnieją algorytmy typu:

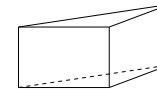
- patch conforming – generacja następuje od powierzchni do wnętrza (zalecane)
- patch independent – generacja następuje od wnętrza do powierzchni



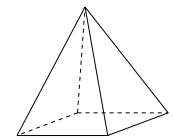
hexa



tetra



prism



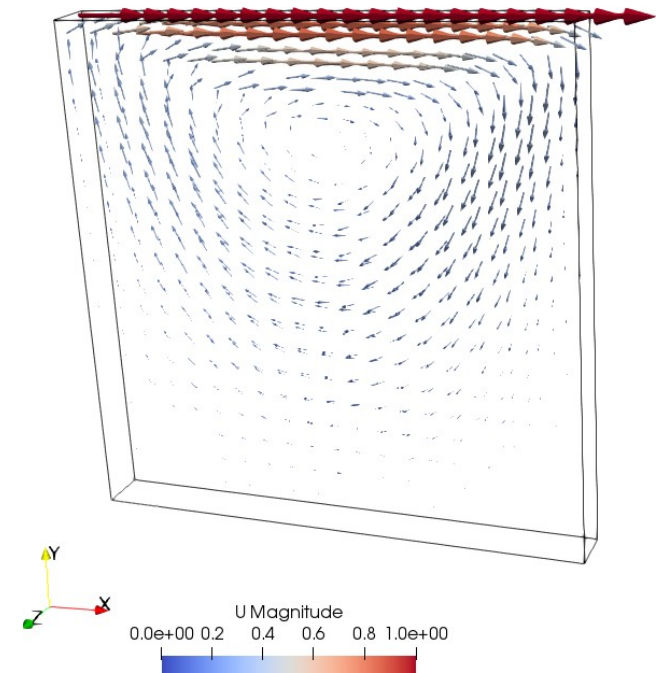
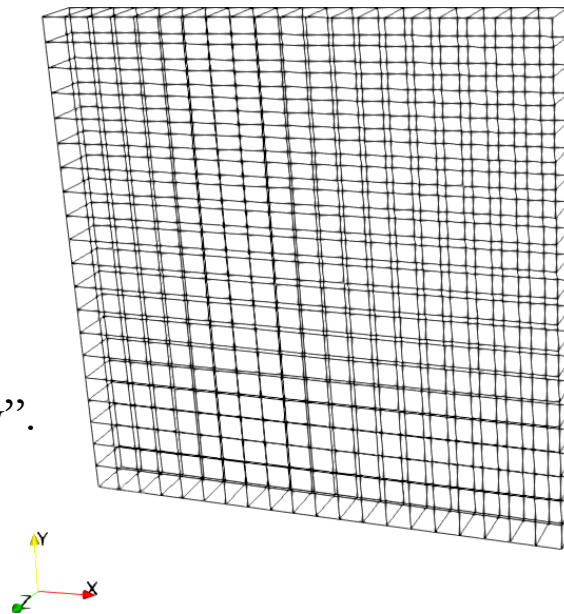
pyramid

„potoczne” nazwy typów komórek 3D

Siatki strukturalne

Siatki strukturalne – siatki składające się z komórek o topologii czworobocznej lub prostopadłościowej (najczęściej), posiadające wyraźnie określone „wiersze”, „kolumny” oraz „warstwy”.

Położenie komórki
definiowane jest indeksami
„wiersza”, „kolumny” i „warstwy”.

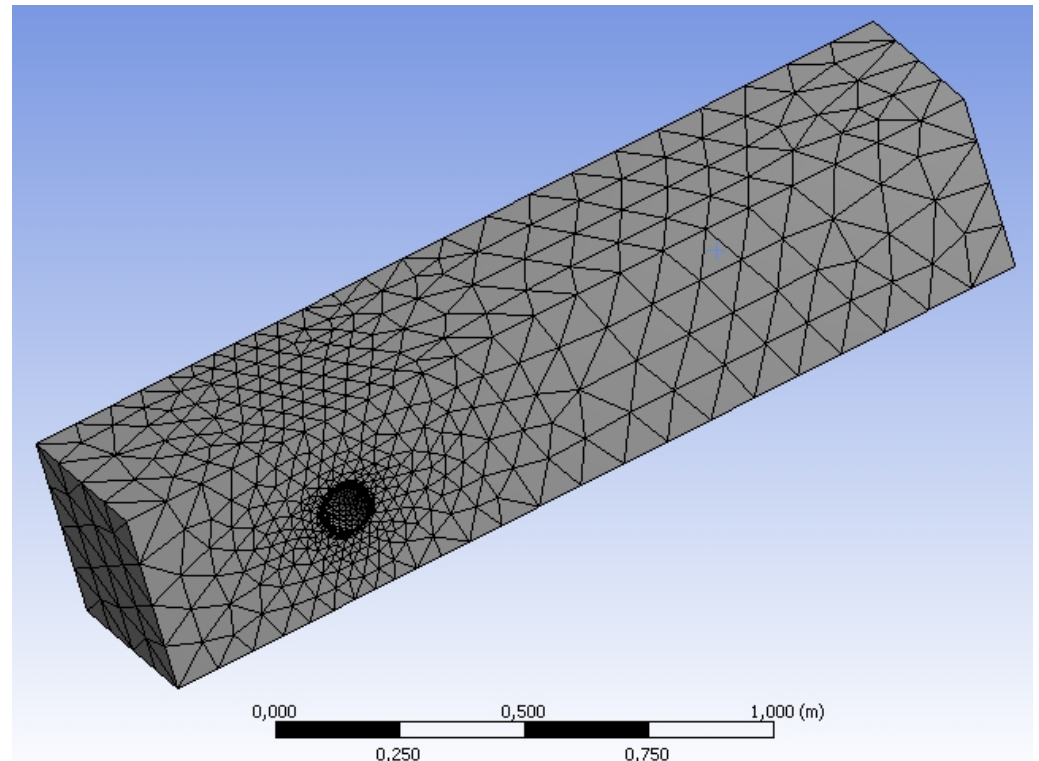


Przykład siatki strukturalnej
– tzw. zagadnienie „wnęki” (OpenFOAM).

Siatki niestrukturalne

Siatki niestrukturalne – siatki składające się z komórek o topologii innej niż czworoboczna lub prostopadłościenna.

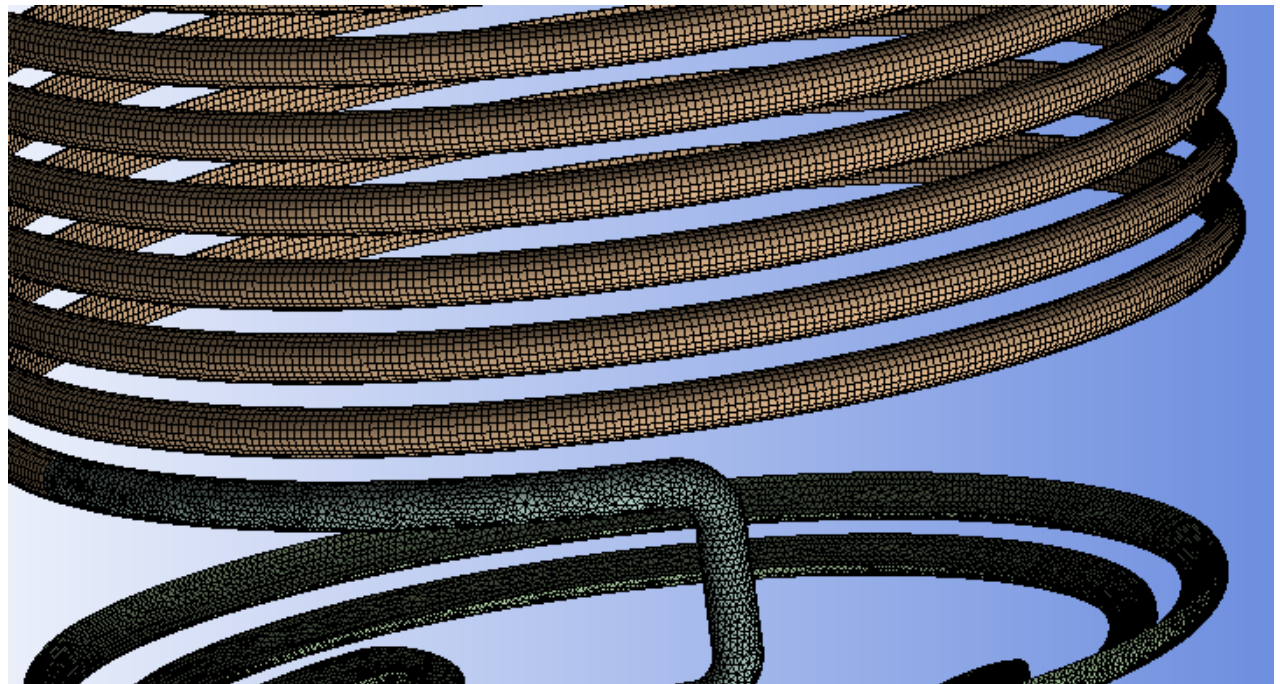
Położenie komórki definiowane jest jej liczbą porządkową (od 1 do n , gdzie n – liczba komórek siatki).



Przykład siatki niestrukturalnej – opływ przeszkody walcowej (ANSYS Meshing 14.5).

Siatki hybrydowe

Siatki hybrydowe – siatki składające się z regionów zawierających zarówno siatki strukturalne, jak i niestructuralne.



Przykład siatki hybrydowej:

- siatka strukturalna w obszarze rury o przekroju w kształcie połowy koła,
- siatka niestructuralna w obszarze rury o przekroju kołowym.

Siatki hybrydowe

siatki strukturalne

- korzystniejsze obliczeniowo
- łatwiejsze w generacji
- dają prostsze schematy numeryczne
- łatwa identyfikacja „sąsiadów” (po indeksach)
- trudne do zastosowania w przypadku skomplikowanej geometrii

siatki niestrukturalne

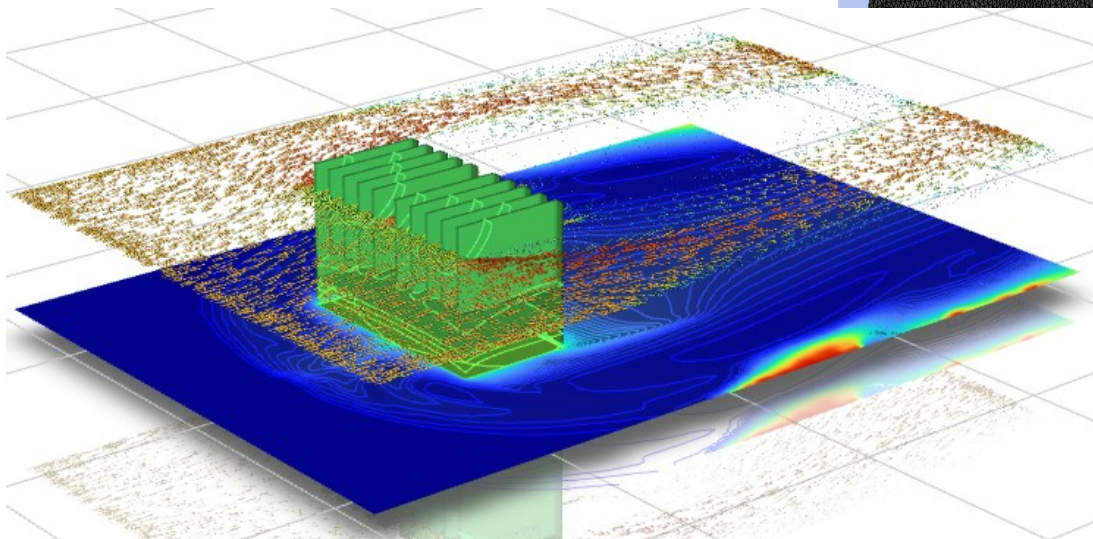
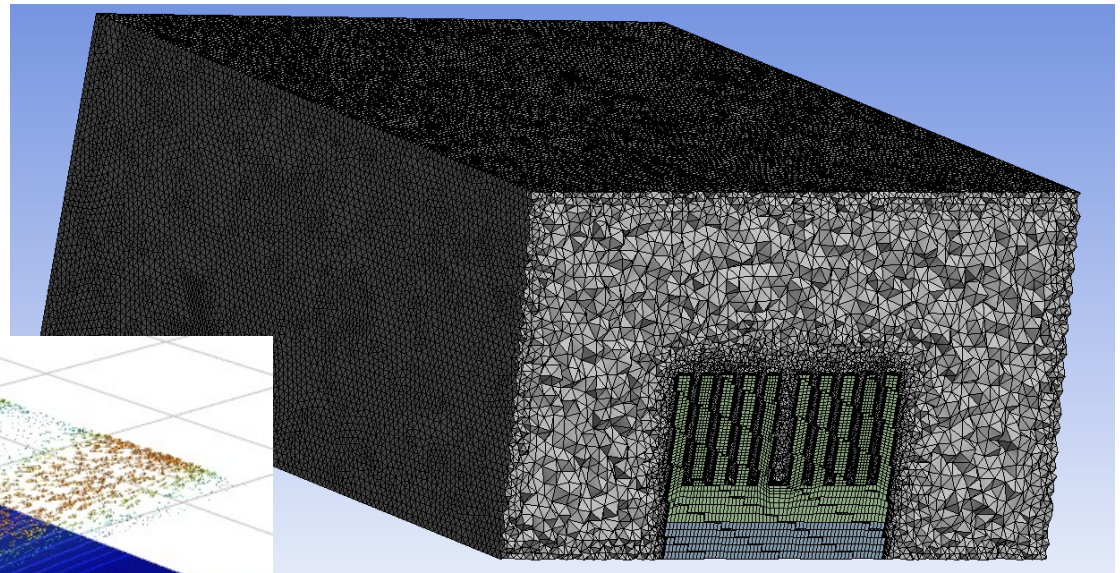
- mniej korzystnie obliczeniowo
- trudniejsze w generacji
- dają skomplikowane schematy numeryczne
- trudniejsza identyfikacja „sąsiadów”
- bardzo korzystne w przypadku skomplikowanej geometrii

siatki hybrydowe

- łączą najlepsze cechy siatek opisanych wyżej
- pozwalają wygenerować siatki o wyższej jakości

Siatki wieloblokowe

Siatki wieloblokowe (multi-block) – siatki składające się z dowolnej liczby regionów o topologii czworobocznej lub czworościennej, tworzących razem jedną domenę obliczeniową.

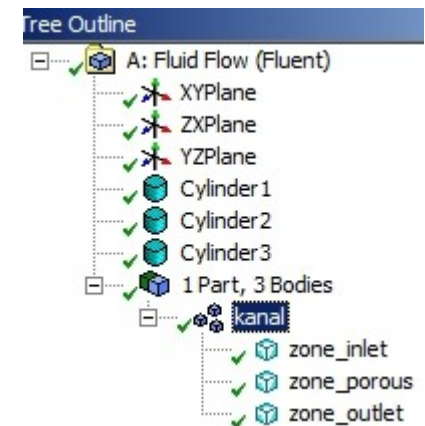


Przykład wieloblokowej siatki hybrydowej z warstwą inflacyjną (ANSYS Fluent).

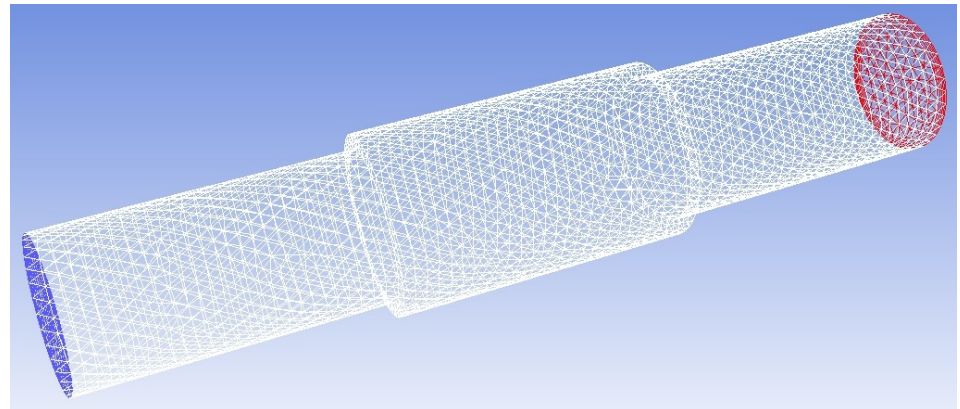
Siatki wielostrefowe

Siatki wielostrefowe (multi-zone) – siatki składające się z regionów zawierających dowolne rodzaje siatek, przeznaczone do stosowania specjalnych modeli lub technik obliczeniowych, np.:

- siatki ze strefą o innych cechach,
- siatki z ruchomą strefą odniesienia,
- siatki ze strefą ruchomą.

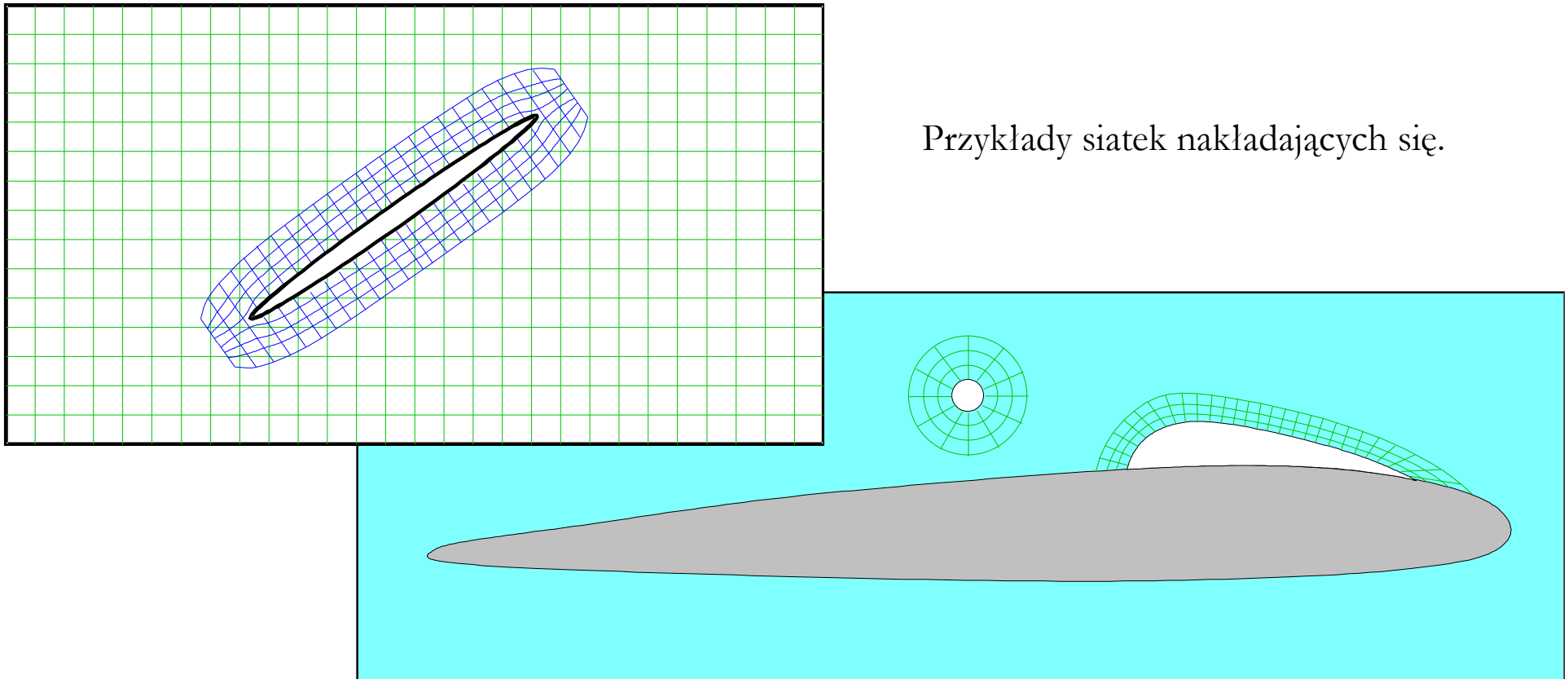


Przykład siatki podzielonej na strefy – strefa środkowa to obszar, w którym ma być zdefiniowany materiał porowaty (ANSYS Meshing 14.5).



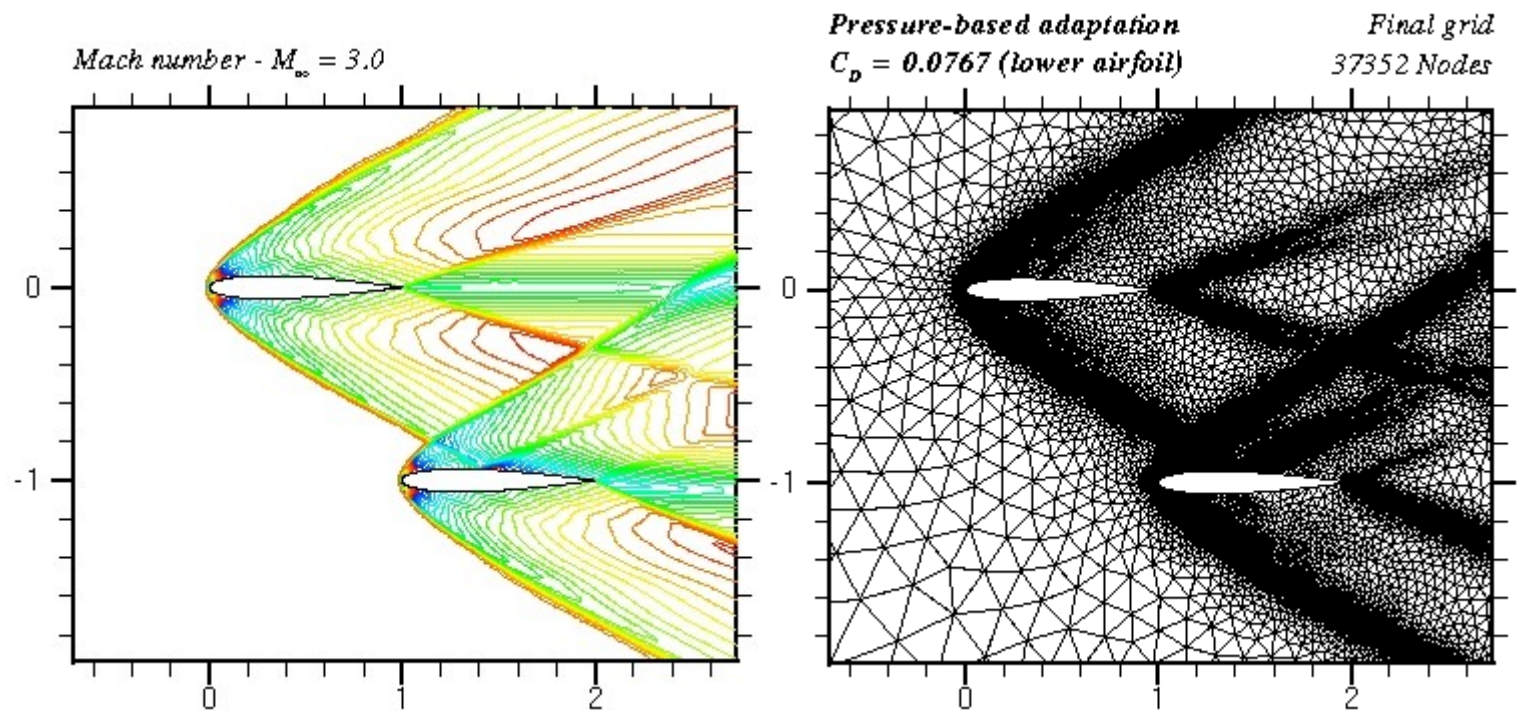
Siatki nakładające się

Siatki nakładające się (siatki overset, siatki chimery) – niezależne siatki numeryczne operujące na całości lub części tej samej domeny. Wadą tego typu rozwiązania jest konieczność wymiany danych między siatkami.



Siatki adaptujące się

Siatki adaptujące się – siatki, w których lokalizacje węzłów i/lub liczba komórek zmienia się automatycznie w trakcie symulacji na podstawie określonych parametrów, np. wielkości lokalnego gradientu wybranej funkcji skalarnej lub wektorowej.



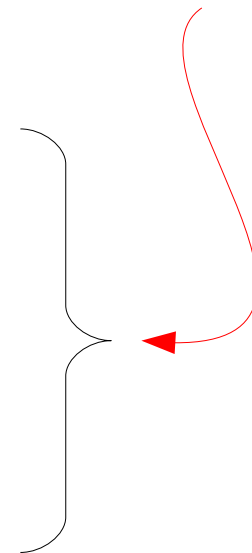
Przykłady adaptacji siatki w obszarze występowania fali uderzeniowej (materiał z Internetu).

Siatki ruchome

Siatki ruchome – siatki przeznaczone do modelowania układów z ruchomymi brzegami domen. Rozróżnia się siatki:

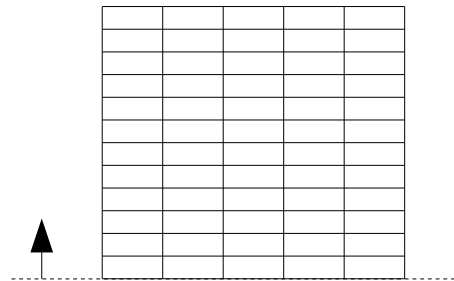
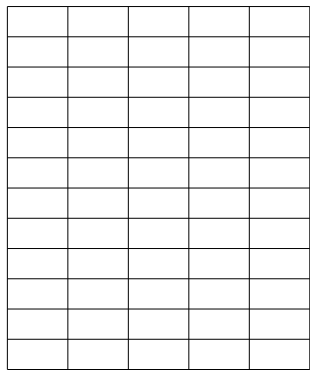
- o ruchu prostoliniowym:
 - o stałej liczbie komórek,
 - o zmiennej liczbie komórek aktywnych,
 - o zmiennej liczbie komórek,
- o ruchu obrotowym:
 - Single Reference Frame,
 - Multiple Reference Frame (model stacjonarny):
 - Frozen Rotor Model,
 - Mixing Plane Model,
 - Multiple Reference Frame (model niestacjonarny):
 - Sliding Mesh Model.

W programie może być zdefiniowana domyślna oś obrotu stref ruchomych (w ANSYS Fluent jest to oś Z).



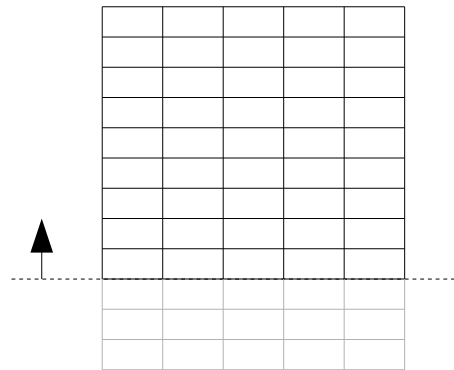
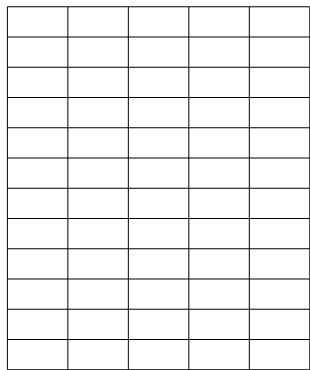
Siatki ruchome

Siatki ruchome o stałej liczbie komórek – siatki zbudowane z określonej liczby komórek, które w trakcie symulacji ulegają “ściskaniu” bądź “rozciąganiu”, zależnie od zmian geometrii układu. Siatki takie nadają się do modelowania stosunkowo niewielkich zmian geometrii nie obracających się elementów. Przykładem może być ruch tłoka w cylindrze lub zmienna geometria skrzydła samolotu. Siatki tego typu mogą być strukturalne bądź niestructuralne.



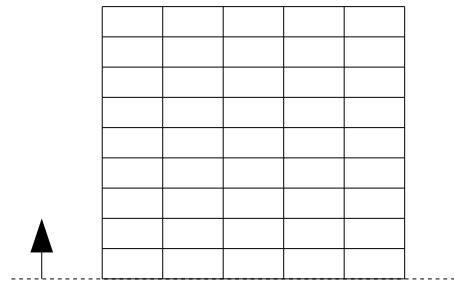
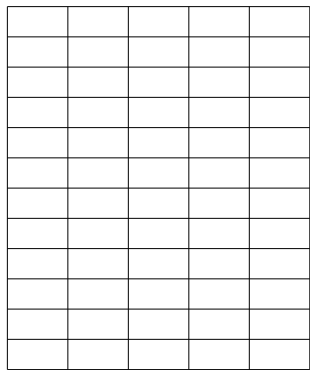
Siatki ruchome

Siatki ruchome o zmiennej liczbie komórek aktywnych – siatki zbudowane z określonej liczby komórek, które w trakcie symulacji ulegają aktywacji lub dezaktywacji, zależnie od ruchów brzegów domeny. W tym przypadku właściwa siatka numeryczna jest nieruchoma, ruchomy jest za to zbiór komórek aktywnych. Siatki takie nadają się do modelowania przepływów z ruchomymi ściankami.



Siatki ruchome

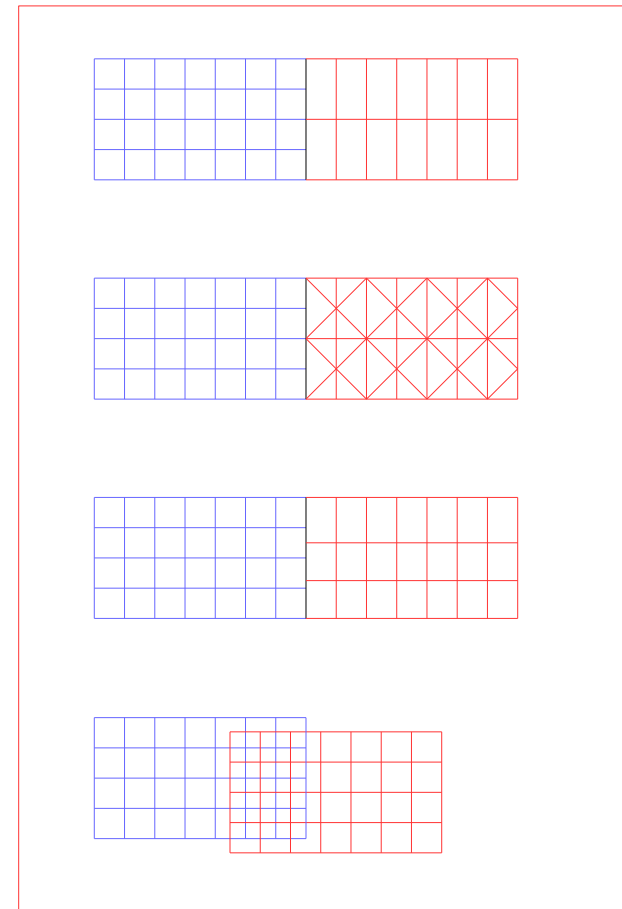
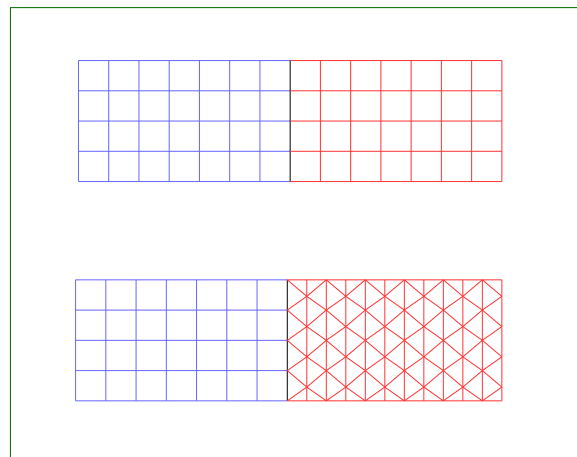
Siatki ruchome o zmiennej liczbie komórek – siatki zbudowane ze zmieniającej się w czasie liczby komórek, zależnie od zmian geometrii. Siatki takie są najbardziej uniwersalne, gdyż nadają się do modelowania dowolnych układów złożonych, o wzajemnie zmiennym położeniu. Przykładem może być symulacja wyprzedzania samochodów na autostradzie bądź symulacja odrzucania stopni rakiet. W takim przypadku występuje względny ruch obiektów, niemożliwy do modelowania przy użyciu siatek nieruchomych.



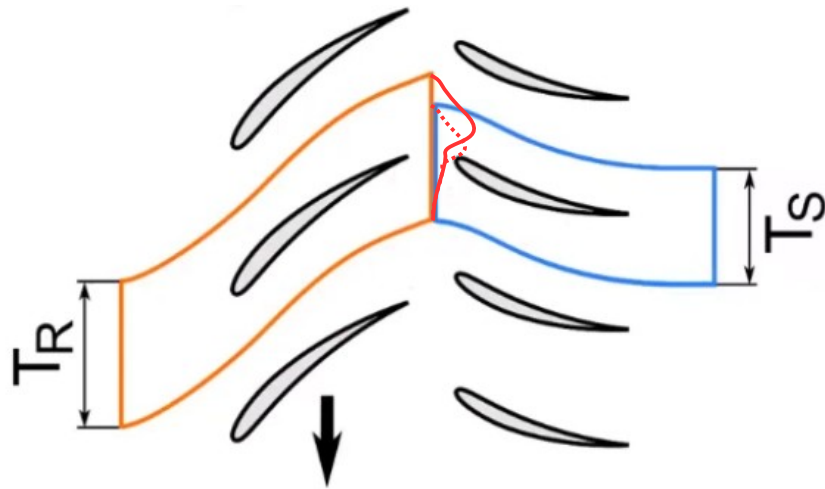
Siatki ruchome

Interfejs – linia lub powierzchnia graniczna między blokami lub strefami siatki numerycznej. Interfejsy mogą być:

- zgodne
(z węzłami współdzielonymi lub nie),
- niezgodne.



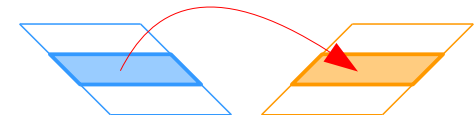
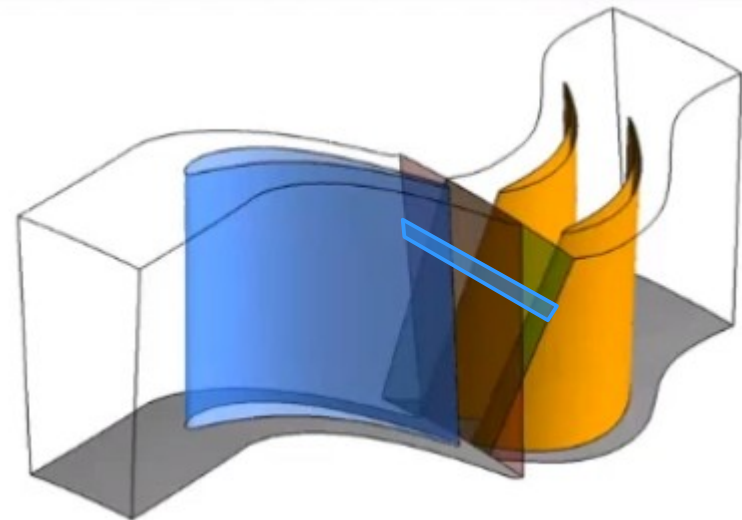
Siatki ruchome



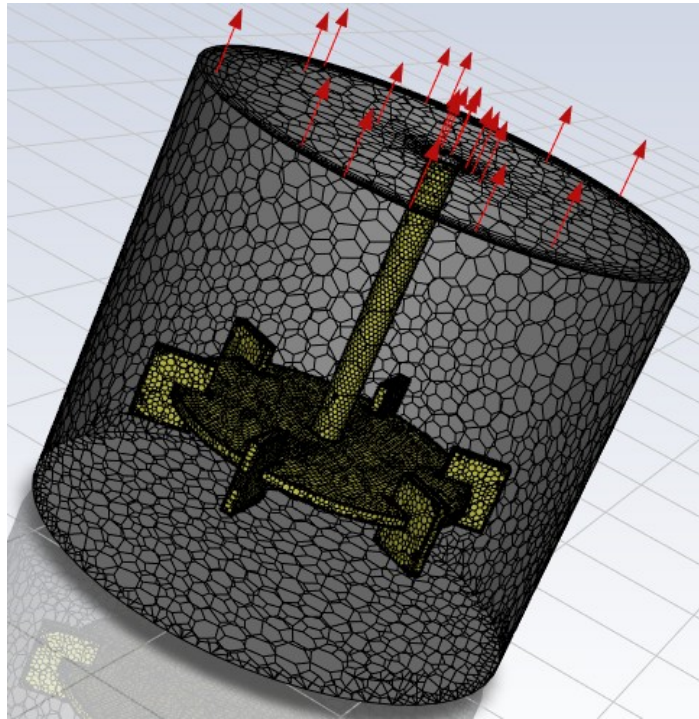
Przykład dopasowywania interfejsów siatek ruchomych metodą „Pinch Scale”
– przeskalowanie pól na jednej z powierzchni interfejsu (materiały szkoleniowe firmy SymKom).



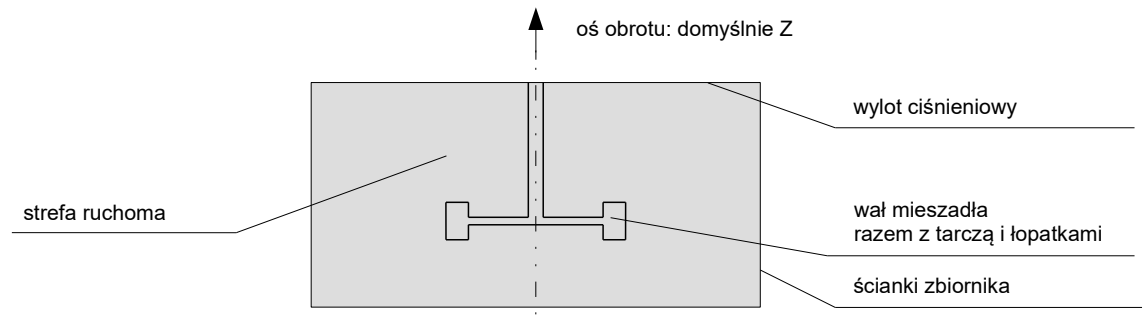
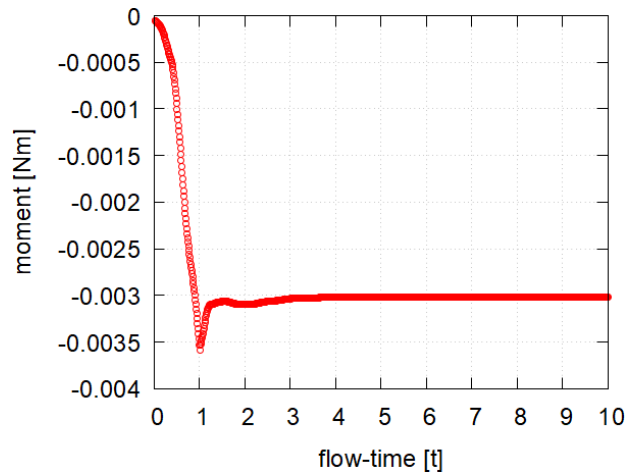
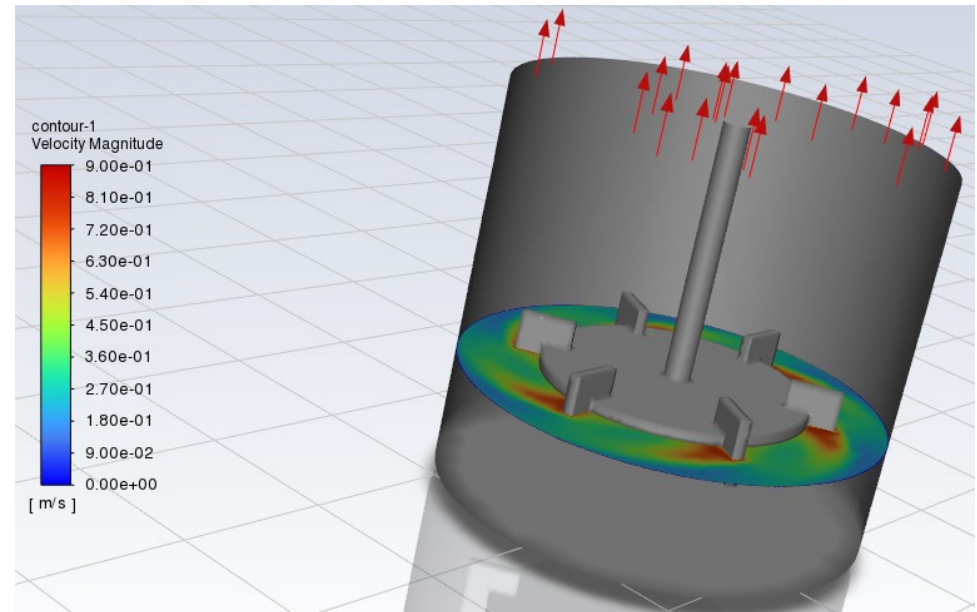
Przykład dopasowywania interfejsów siatek ruchomych metodą „Mixing Plane”
– podział obu stron interfejsu na paski o takiej samej wysokości (szerokość i kształt paska nie ma znaczenia) i przekazywanie wartości średnich, obliczonych dla jednego paska, do paska naprzeciwległego (materiały szkoleniowe firmy SymKom).



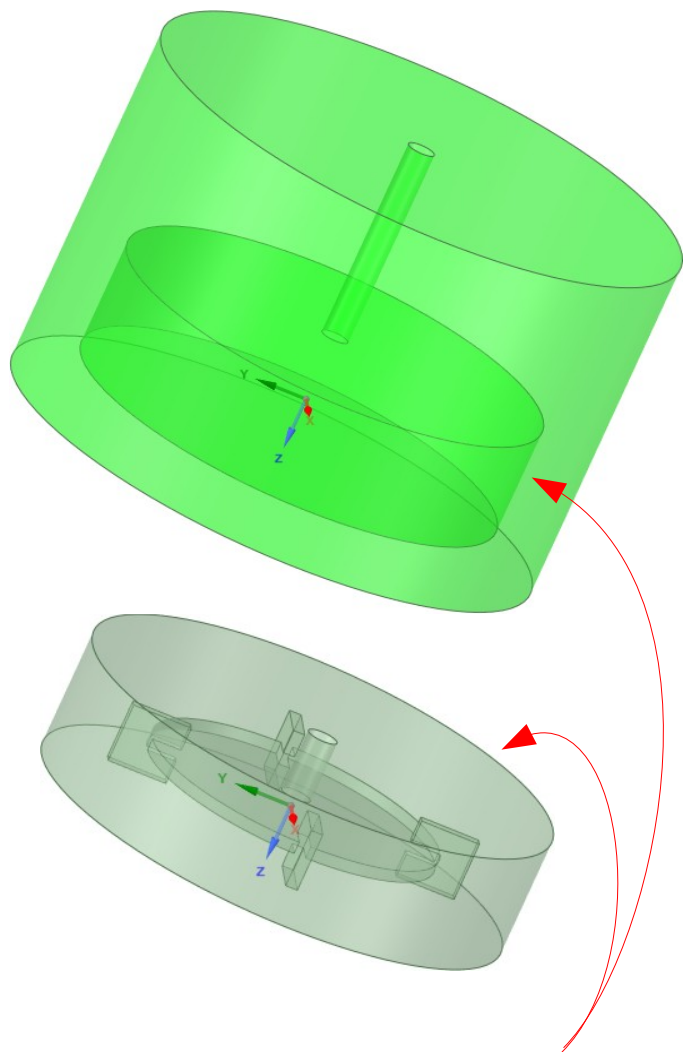
Siatki ruchome



Przykłady zastosowania techniki Single Reference Frame
[Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent]

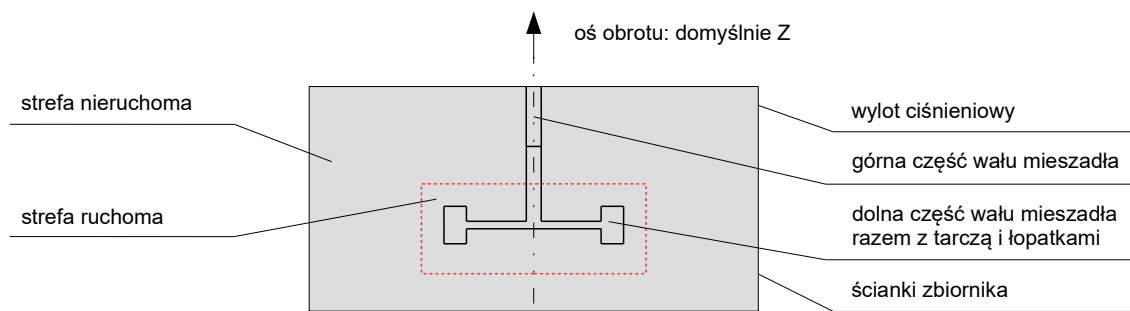
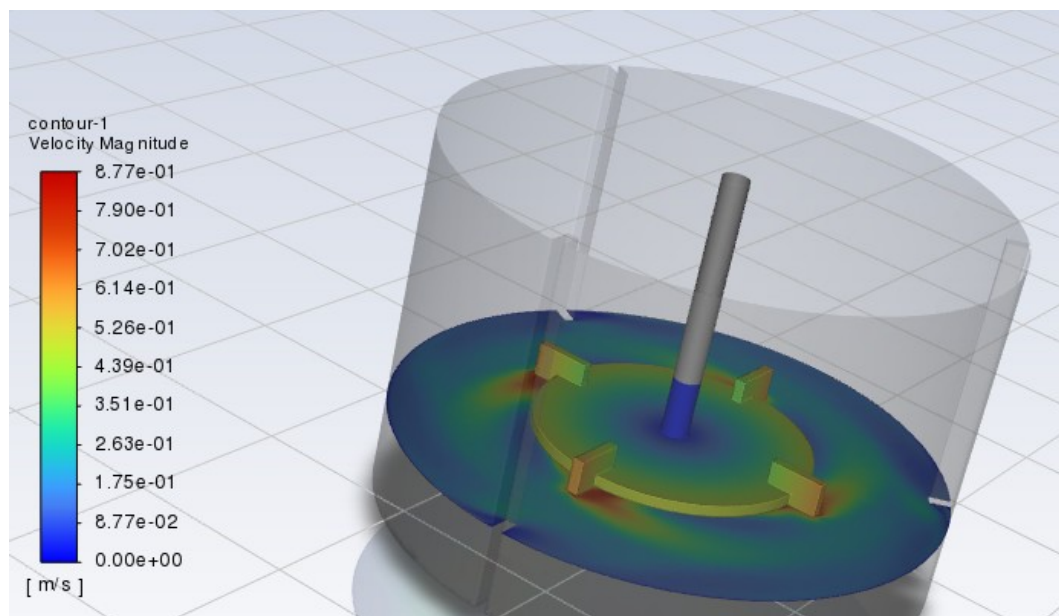


Siatki ruchome

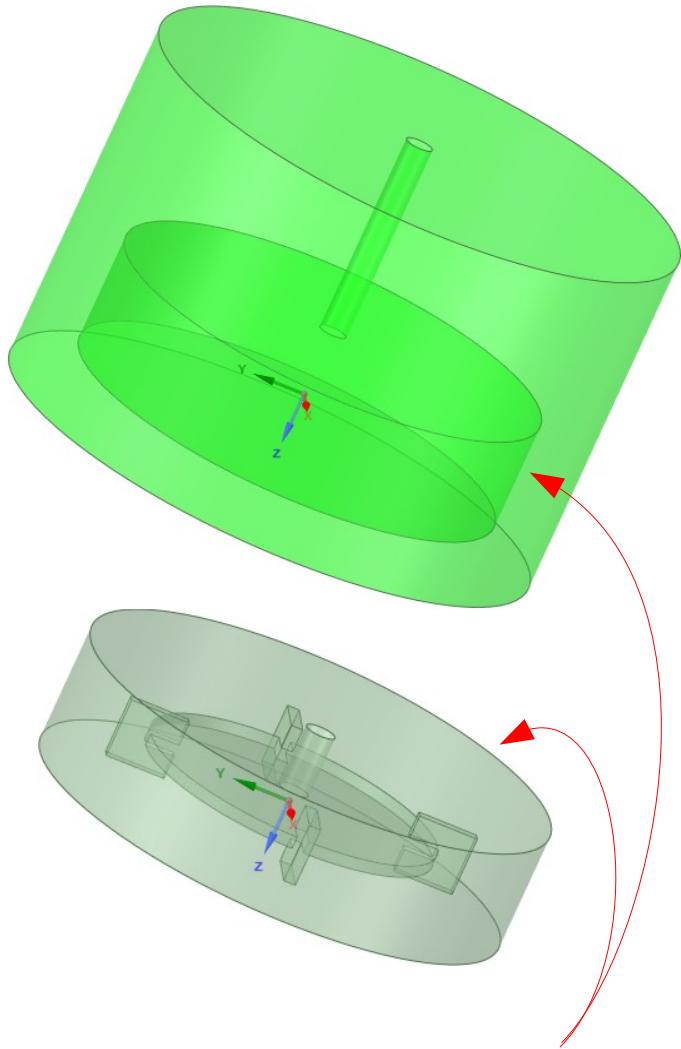


Tu interfejs musi być zgodny.

Przykłady zastosowania techniki Multiple Reference Frame [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent]

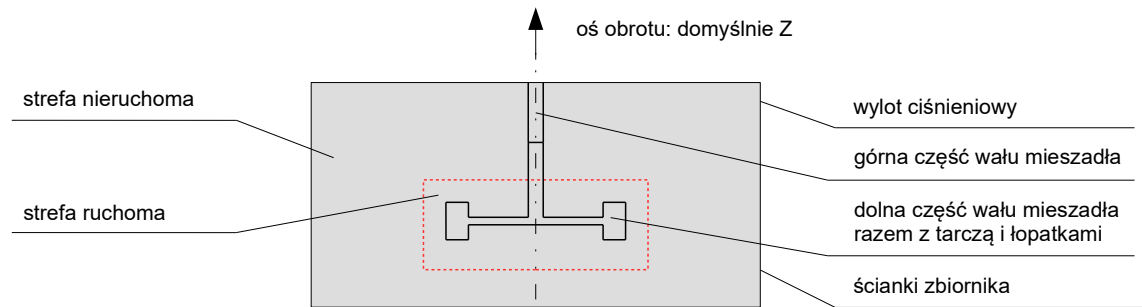
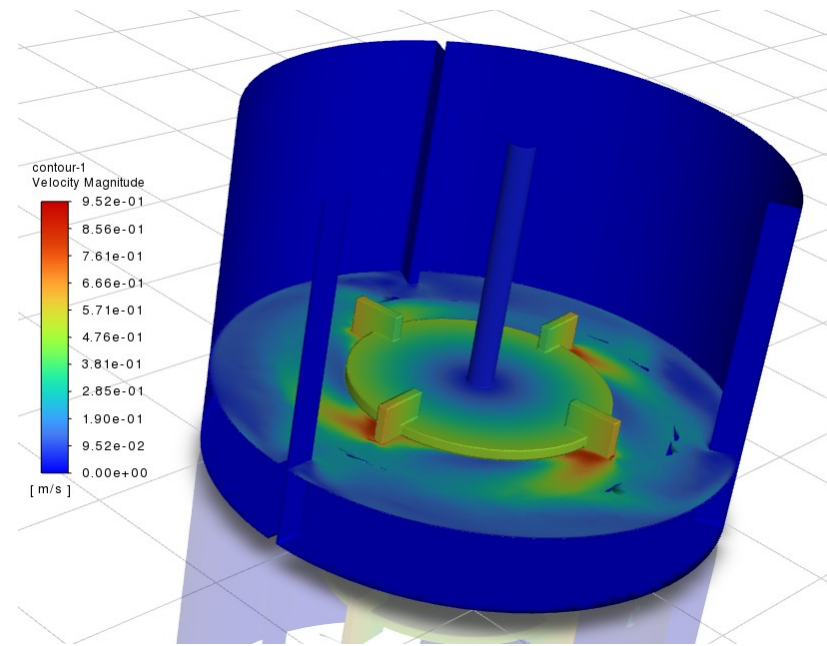


Siatki ruchome



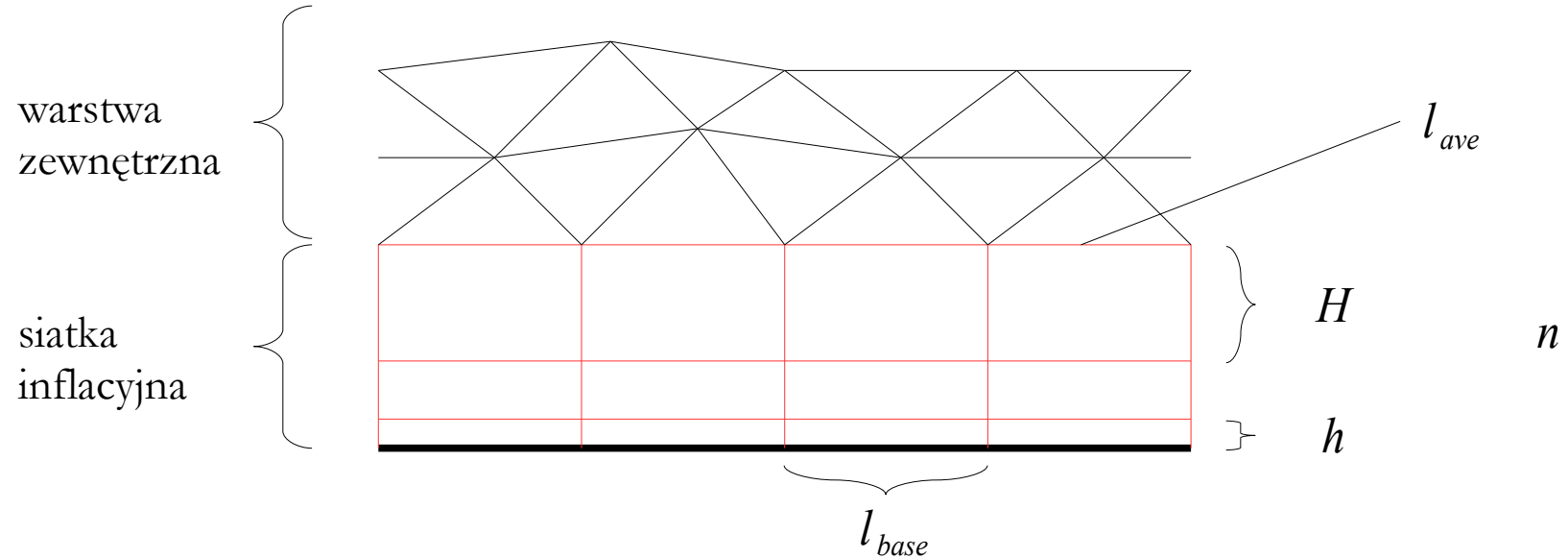
Tu interfejs musi być niezgodny.

Przykłady zastosowania techniki Sliding Mesh
[Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent]



Siatki inflacyjne

Siatka inflacyjna – siatka strukturalna tworzona na powierzchniach ścianek, w celu lepszego odwzorowania warstwy przyściennej.



h - grubość pierwszej warstwy

H - grubość ostatniej warstwy

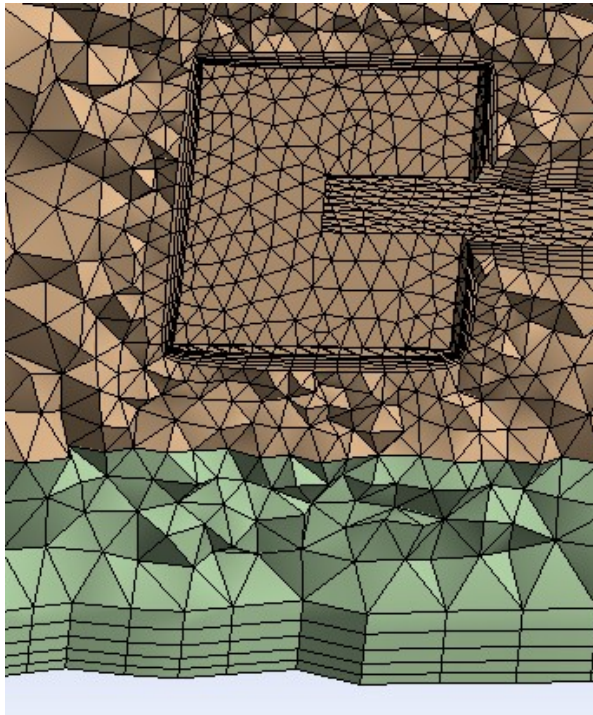
g_r - współczynnik przyrostu grubości

n - liczba warstw

l_{ave} - średnia długość krawędzi komórki w warstwie zewnętrznej

l_{base} - średnia długość podstawy komórek znajdujących się w pierwszej warstwie

Siatki inflacyjne



Fragmenty siatki z warstwą inflacyjną (ANSYS Meshing 2022 R1).



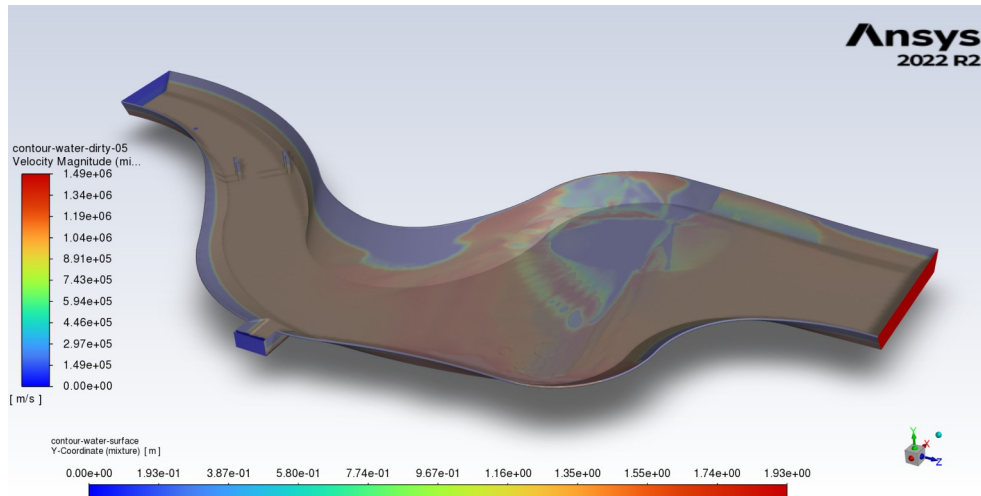
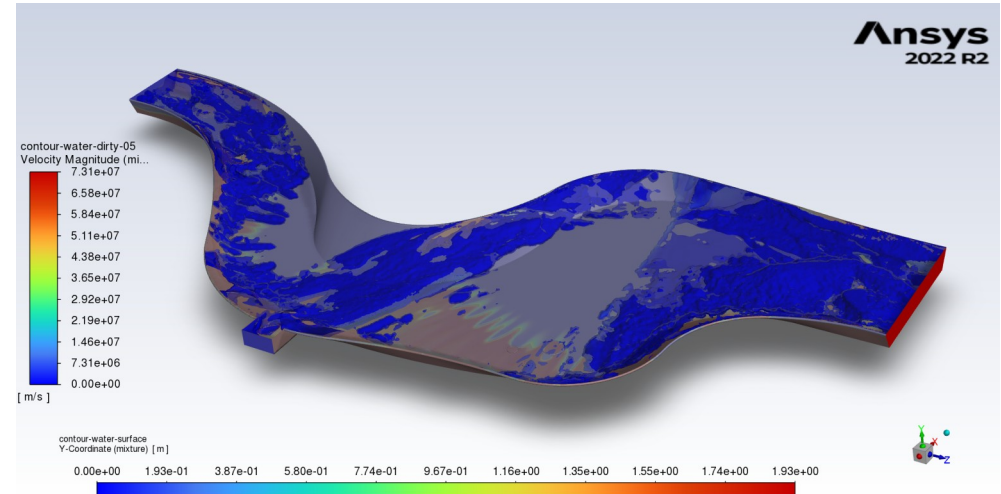
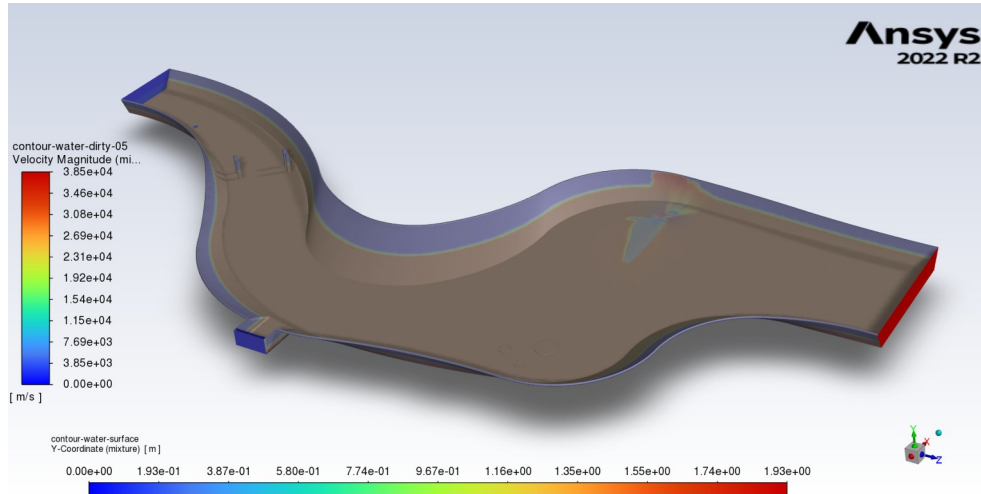
```
H:\Holandia pobyt\Linux\OpenFOAM\wojciech-dev\run\VOF-circles-rare\system\snappyH...
Plik Edycja Szukaj Widok Format Składnia Ustawienia Narzędzia Makra Uruchom Wyczki Okno ? X
snappyHexMeshDict
661     relativeSizes true;
662
663     // Per final patch (so not geometry!) the layer information
664     layers
665     {
666         cylinder_001
667         {
668             nSurfaceLayers 3;
669         }
670         cylinder_002
671         {
672             nSurfaceLayers 3;
673     }
```

Details of "Inflation" - Inflation	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	2 Bodies
Definition	
Suppressed	No
Boundary Scoping Method	Named Selections
Boundary	Multiple Entities
Inflation Option	pressure_outlet wall-tank wall-agitator
<input type="checkbox"/> Transition Ratio	
<input type="checkbox"/> Maximum Layers	5
<input type="checkbox"/> Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre



Fragmenty siatki z warstwą inflacyjną (OpenFOAM).

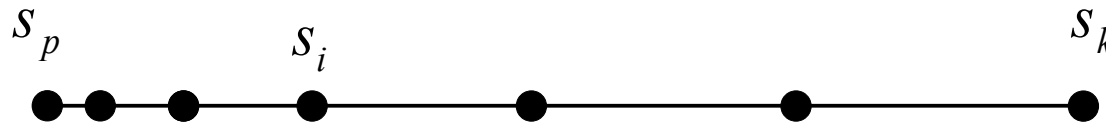
Siatki inflacyjne



Przykład utraty stabilności obliczeń wynikającej z błędnie zdefiniowanej warstwy inflacyjnej (na jednej z małych powierzchni nie została ona wygenerowana).

Funkcje rozpinające

Funkcja rozpinająca (bias) – funkcja umożliwiająca nierównomierne rozłożenie węzłów na wybranym kierunku.



$$s_i = F s_k + (1 - F) s_p$$

F - funkcja rozpinająca

s_i - współrzędna węzła

s_p - współrzędna początku linii

s_k - współrzędna końca linii

N_s - liczba węzłów na linii

Funkcje rozpinające

Funkcja liniowa:

$$F = \frac{i}{N_s}$$

Funkcja tanh:

$$F = 1 + \frac{\tanh\left(\alpha\left(\frac{i}{N_s} - 1\right)\right)}{\tanh(\alpha)}$$

Funkcja wykładnicza:

$$F = \frac{\exp\left(\alpha\frac{i}{N_s}\right) - 1}{\exp(\alpha) - 1}$$

Funkcja sinh:

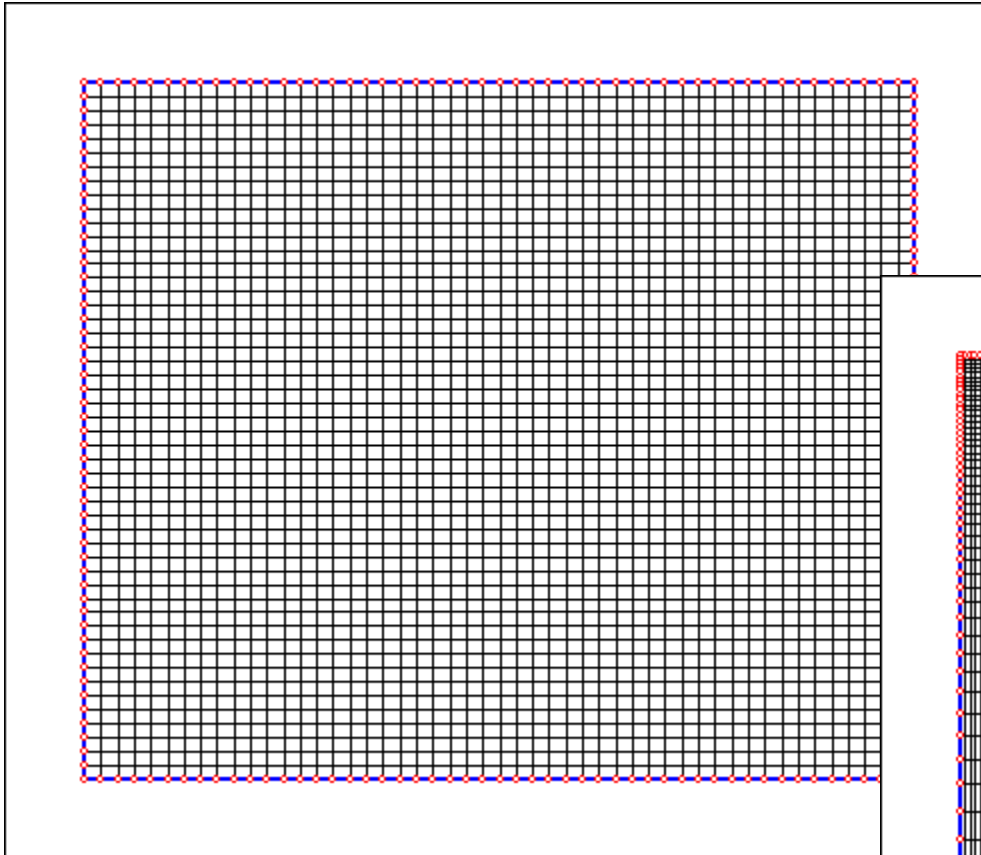
$$F = \frac{\sinh\left(\alpha\frac{i}{N_s}\right)}{\sinh(\alpha)}$$

Funkcje rozpinające.

α - parametr sterujący

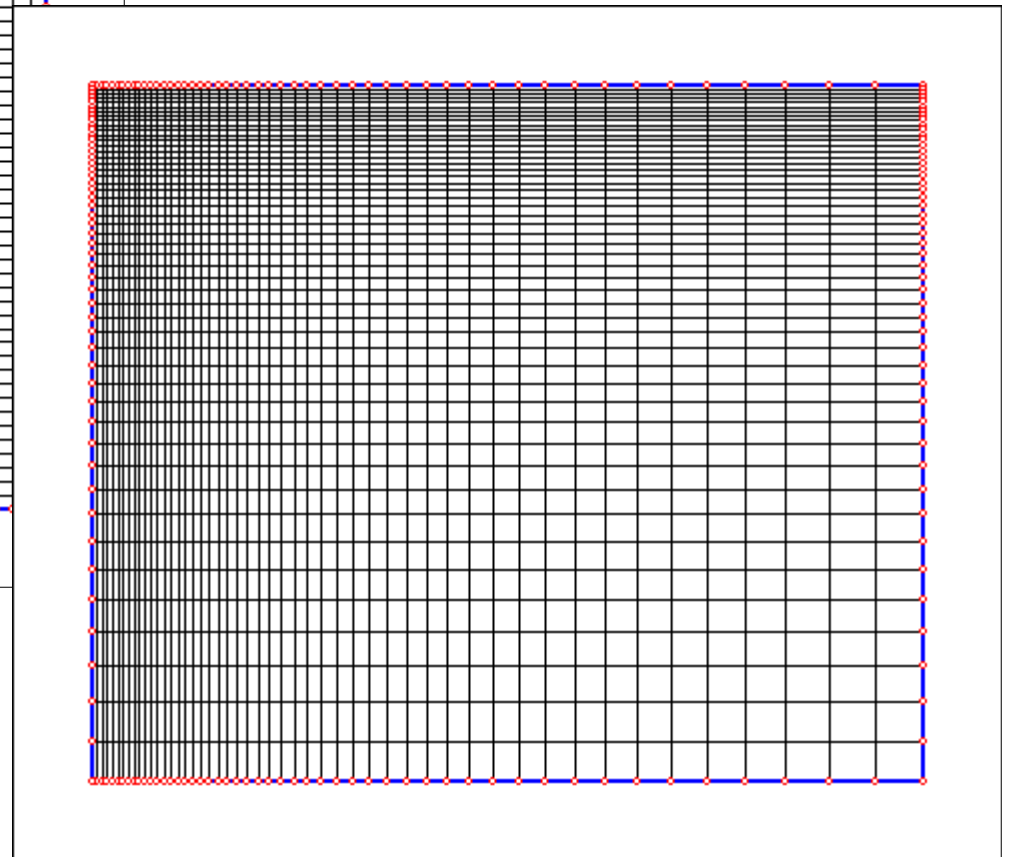
- rozkład funkcją typu tangens hiperboliczny jest lepszy niż funkcją wykładniczą,
- funkcja sinus hiperboliczny jest lepsza w obszarze wewnętrznym warstwy przyściennej,
- funkcja tangens hiperboliczny jest najlepsza w obszarze zewnętrznym warstwy laminarnej oraz w pozostałym obszarze przepływu na zewnątrz warstwy laminarnej.

Funkcje rozpinające



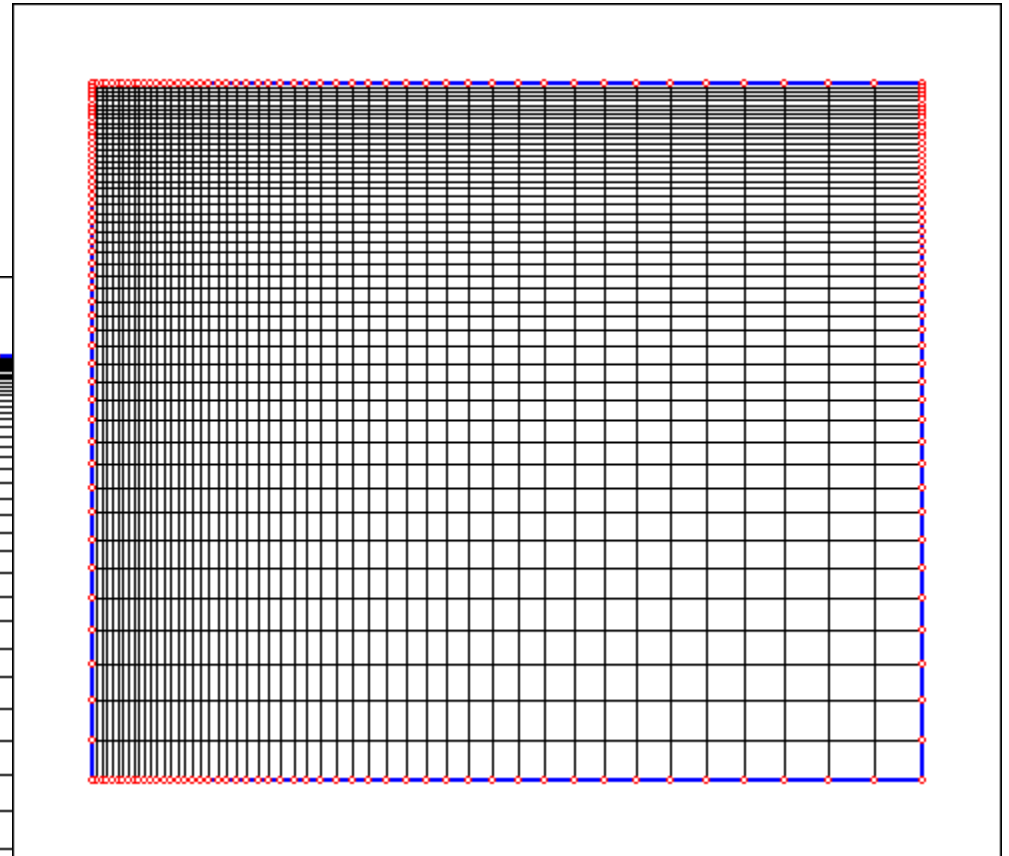
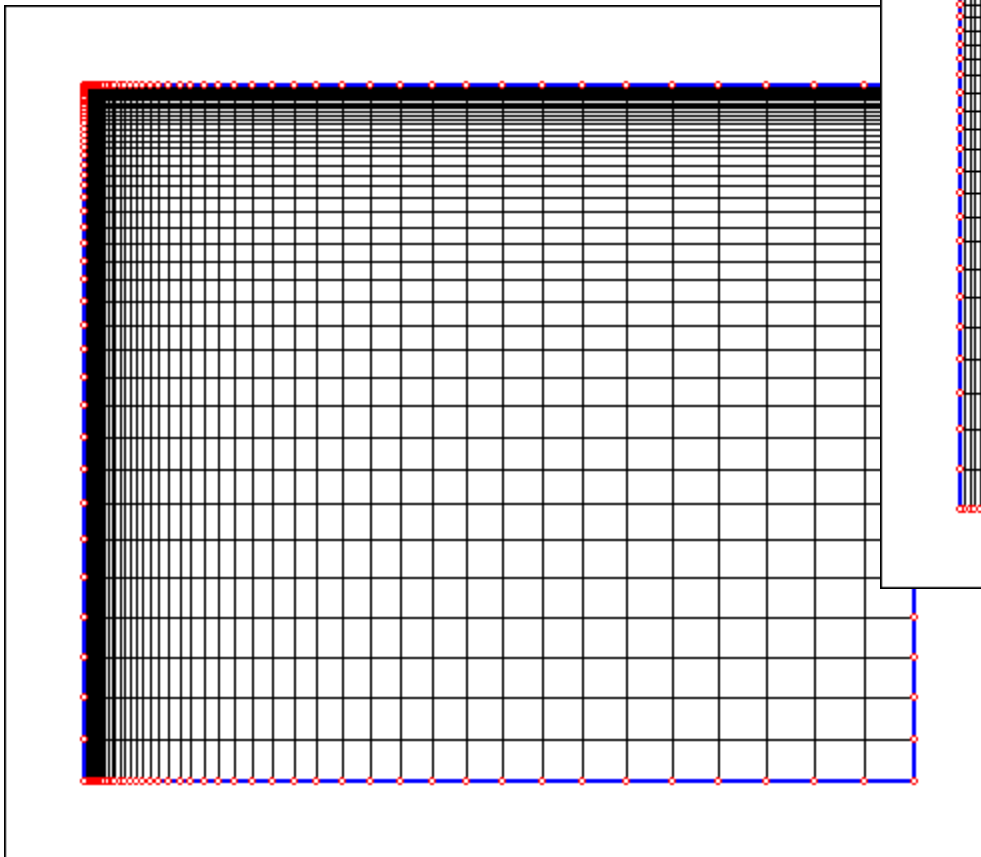
Przykłady dystrybucji
węzłów siatki
funkcją liniową.

Przykłady dystrybucji
węzłów siatki
funkcją wykładniczą.



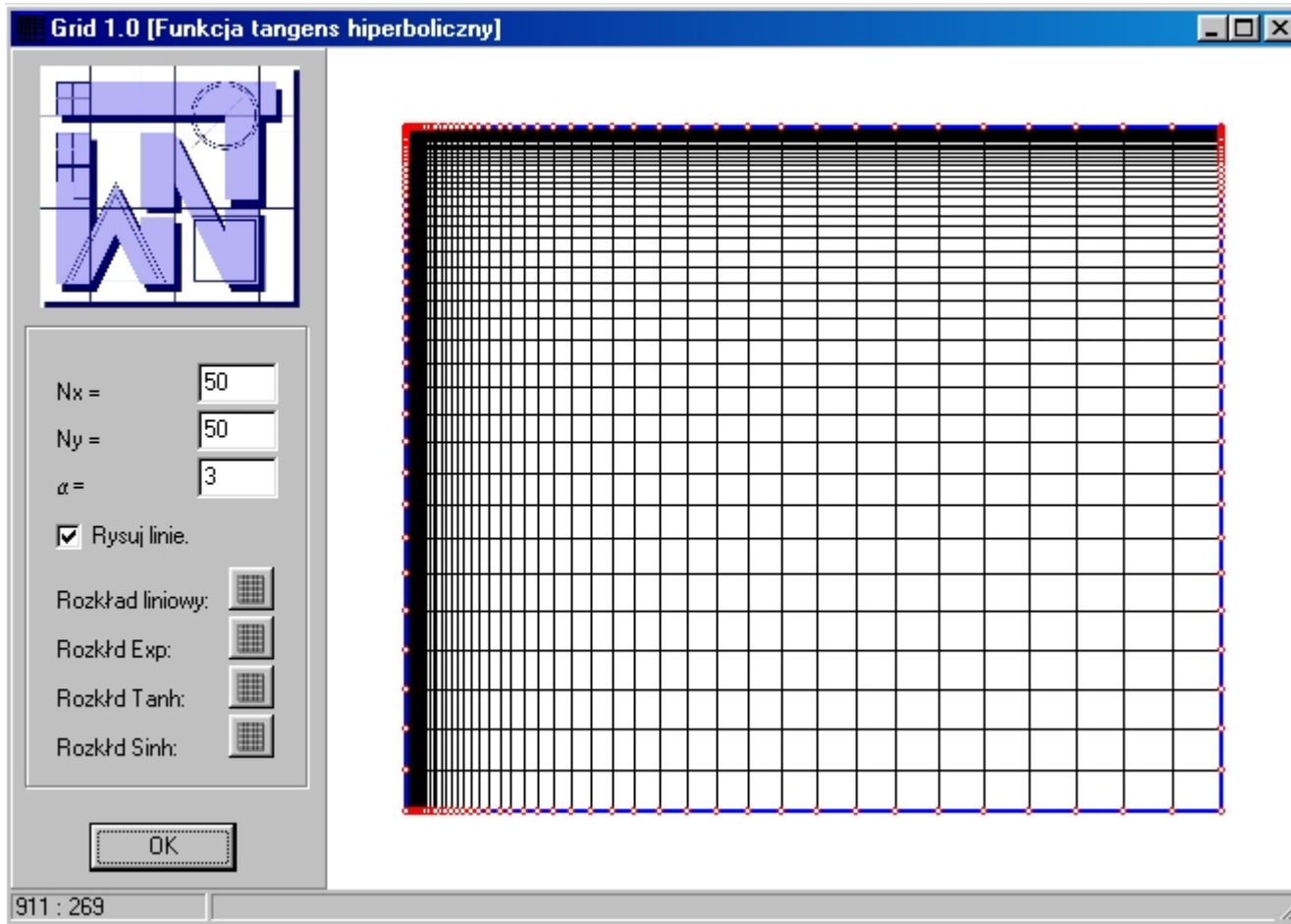
Funkcje rozpinające

Przykłady dystrybucji
węzłów siatki
funkcją tanh.



Przykłady dystrybucji
węzłów siatki
funkcją sinh.

Funkcje rozpinające



Interfejs programu autorskiego służącego do demonstracji zagadnienia funkcji rozpinających (wersja 1.0).

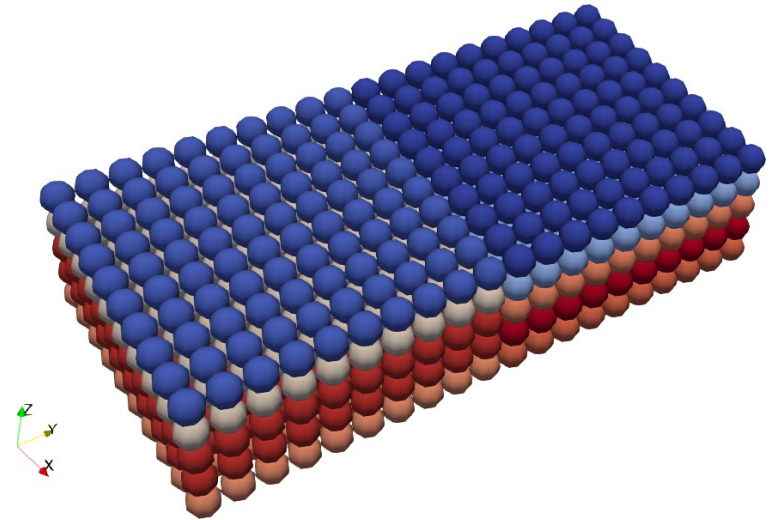
Funkcje rozpinające

The image displays the 'Geometria 2.0' software interface. The main window shows a green mesh of a complex polygonal domain. The 'Definicja siatki' (Mesh Definition) panel is open, showing settings for the mesh: $N_x = 50$ and $N_y = 50$. The 'Exp' button is selected, and the 'Siatka' (Mesh) radio button is chosen. The 'Informacje - Komórka' (Cell Information) panel shows the coordinates $i(x) = 45$ and $i(y) = 12$, and displays a diagram of a cell with vertices labeled A, B, C, and D. The status bar at the bottom of the main window shows: X: 1230 : 331, Y: 2500, Skala: 6,98, nD: 6, nG: 3, nL: 2. The status bar of the 'Informacje - Komórka' panel shows: X= 97,224079 : 97,835790, Y= 1,943655 : 2,328958.

Interfejs programu autorskiego służącego do demonstracji zagadnienia funkcji rozpinających (wersja 2.0).

Rodzaje siatek wg standardu VTK

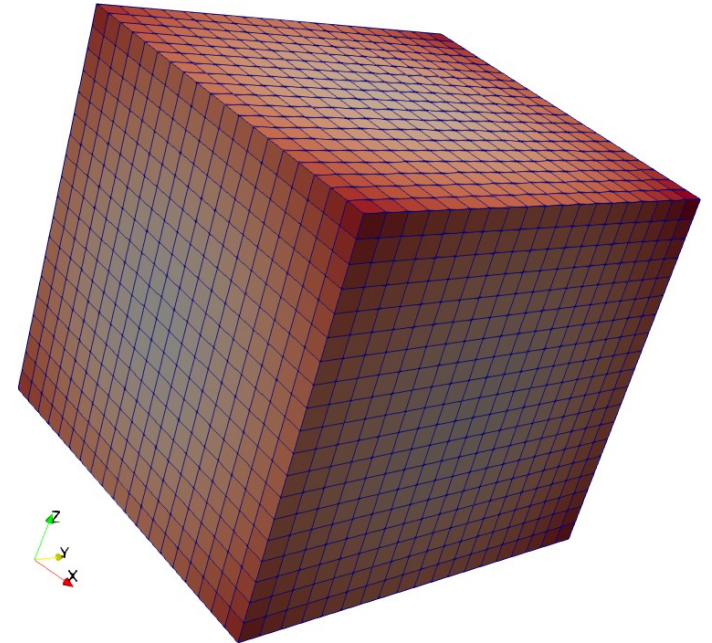
```
!tworzenie pliku VTK:
open(1, file='structured_points_s3d.vtk')
write(1, '(A) ')      '# vtk DataFile Version 3.0'
write(1, '(A) ')      'Dowolna Nazwa'
write(1, '(A) ')      'ASCII'
write(1, '(A) ')      'DATASET STRUCTURED_POINTS'
write(1, '(A,3I6) ')  'DIMENSIONS ', nx, ny, nz
write(1, '(A,3I6) ')  'SPACING 1 1 1'
write(1, '(A,3I6) ')  'ORIGIN 0 0 0'
write(1, '(A,I12,A) ') 'POINT_DATA ', nx*ny*nz
write(1, '(A) ')      'SCALARS skalar_3d float'
write(1, '(A) ')      'LOOKUP_TABLE default'
do i = 1, nx
  do j = 1, ny
    do k = 1, nz
      write(1, '(F12.6) ')  s3d(i,j,k)
    end do
  end do
end do
close(1)
```



Structured Points – siatka regularnie rozmieszczonych węzłów.

Rodzaje siatek wg standardu VTK

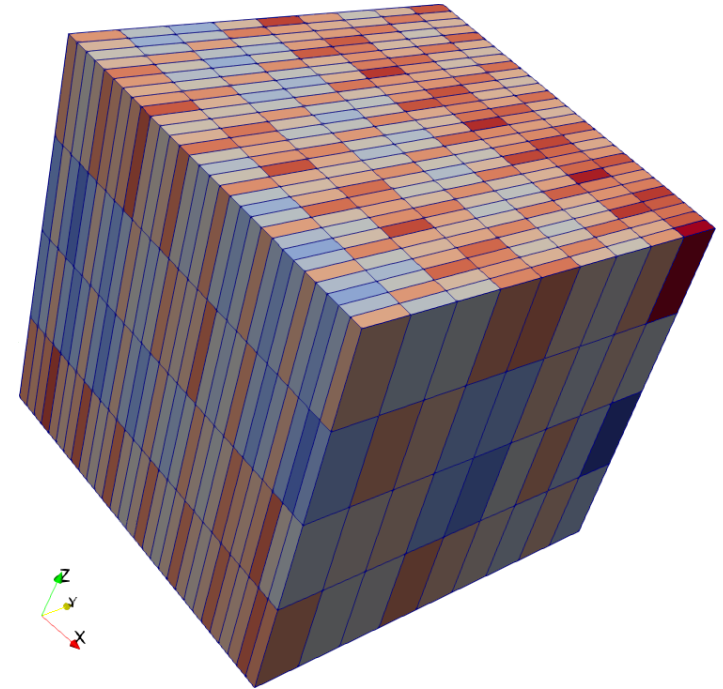
```
!tworzenie pliku VTK:
open(1, file='structured_grid_s3d.vtk')
write(1, '(A) ')      '# vtk DataFile Version 3.0'
write(1, '(A) ')      'Dowolna Nazwa'
write(1, '(A) ')      'ASCII'
write(1, '(A) ')      'DATASET STRUCTURED_GRID'
write(1, '(A,3I6) ')  'DIMENSIONS ', nx, ny, nz
write(1, '(A,I8,A) ') 'POINTS ', nx*ny*nz, ' float'
do i = 1, nx
  do j = 1, ny
    do k = 1, nz
      write(1, '(3F12.6) ') i*dx, j*dy, k*dz
    end do
  end do
end do
write(1, '(A,I8) ')   'CELL_DATA ', (nx-1)*(ny-1)*(nz-1)
write(1, '(A) ')      'SCALARS skalar_3d float'
write(1, '(A) ')      'LOOKUP_TABLE default'
do i = 1, nx-1
  do j = 1, ny-1
    do k = 1, nz-1
      write(1, '(F12.6) ') s3d(i,j,k)
    end do
  end do
end do
close(1)
```



Structured Grid – siatka regularnie rozmieszczonych komórek.

Rodzaje siatek wg standardu VTK

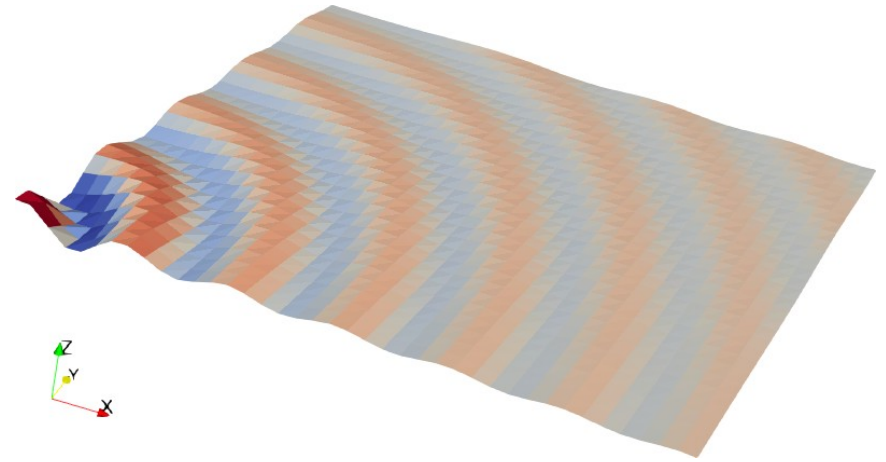
```
!tworzenie pliku VTK:
open(1, file='rectilinear_grid.vtk')
write(1, '(A) ')      '# vtk DataFile Version 3.0'
write(1, '(A) ')      'Dowolna Nazwa'
write(1, '(A) ')      'ASCII'
write(1, '(A) ')      'DATASET RECTILINEAR_GRID'
!definicja ile ma byc rzędow punktow na kazdym kierunku
write(1, '(A,3I6) ')  'DIMENSIONS ', nx, ny, nz
!zapis wspolrzędnych rzędow punktow:
write(1, '(A,I6,A) ') 'X_COORDINATES ', nx, ' float'
write(1, '(F12.5) ')  x
write(1, '(A,I6,A) ') 'Y_COORDINATES ', ny, ' float'
write(1, '(F12.5) ')  y
write(1, '(A,I6,A) ') 'Z_COORDINATES ', nz, ' float'
write(1, '(F12.5) ')  z
!informacja ile jest komorek w sieci:
write(1, '(A,I6) ')   'CELL_DATA ', (nx-1)*(ny-1)*(nz-1)
!informacja ile jest pol skalarnych w pliku (tu 1):
write(1, '(A) ')      'FIELD FieldData 1'
!zapis pierwszego pola skalarnego dla wszystkich komorek:
write(1, '(A,I2,I6,A) ') 'scalar_3d ', 1, (nx-1)*(ny-1)*(nz-1), ' float '
do i = 1, nx-1
  do j = 1, ny-1
    do k = 1, nz-1
      write(1, '(F12.6) ')    s3d(i,j,k)
    end do
  end do
end do
close(1)
```



Rectilinear Grid – siatka komórek o różnych rozmiarach na każdym kierunku.

Rodzaje siatek wg standardu VTK

```
!saving the input data in VTK format for ParaView:
open(1,file='unstructured_grid_surface.vtk')
write(1,'(A)') '# vtk DataFile Version 3.0'
write(1,'(A)') 'Surface'
write(1,'(A)') 'ASCII'
write(1,'(A)') 'DATASET UNSTRUCTURED_GRID'
write(1,'(A,I6,A)') 'POINTS ', nx*ny, ' double'
do i = 1, nx
  do j = 1, ny
    write(1,'(3F16.8)') x(i),y(j), z(i,j)
  end do
end do
write(1,'(A,I6,A,I6)') 'CELLS ', (nx-1)*(ny-1), ' ', 5*(nx-1)*(ny-1)
do i = 1, nx-1
  do j = 1, ny-1
    write(1,'(A2,4I8)') '4 ', (i-1)*ny+j-1, (i)*ny+(j-1), (i-1)*ny+1+j-1, (i)*ny+1+(j-1)
  end do
end do
write(1,'(A,I6)') 'CELL_TYPES ', (nx-1)*(ny-1)
do i = 1, nx-1
  do j = 1, ny-1
    write(1,'(A2)') '8 '
  end do
end do
write(1,'(A,I6)') 'CELL_DATA ', (nx-1)*(ny-1)
write(1,'(A)') 'SCALARS z(x,y) double'
write(1,'(A)') 'LOOKUP_TABLE default'
do i = 1, nx-1
  do j = 1, ny-1
    write(1,'(F16.8)') z(i,j)
  end do
end do
close(1)
```



Unstructured Grid – siatka składająca się z dowolnego zestawu dowolnych komórek.

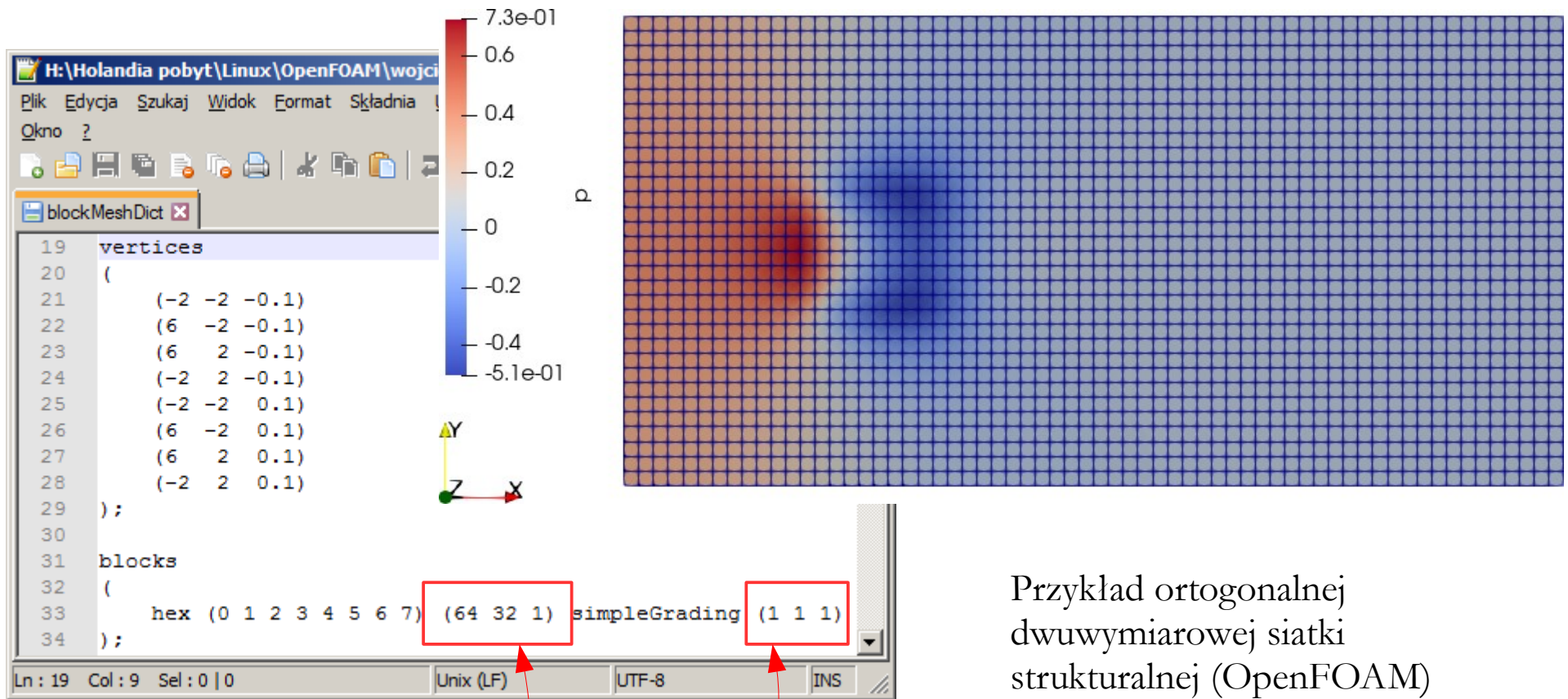
Ortogonalność siatek numerycznych

Ortogonalność – warunek oznaczający, że linie siatki powinny rozpoczynać się na brzegach lub przecinać pod kątem maksymalnie zbliżonym do kąta prostego. Ortogonalność siatki upraszcza schematy numeryczne oraz poprawia stabilność i dokładność obliczeń. W siatkach ortogonalnych dyfuzja i dyspersja numeryczna jest zazwyczaj mniejsza.

Podstawowe metody osiągnięcia ortogonalności:

- stosowanie domen:
 - prostokątnych lub prostopadłościennych,
 - cylindrycznych lub sferycznych,
- stosowanie krzywoliniowych układów współrzędnych,
- tworzenie siatek dostosowanych do przepływu, np. O,H,C, „sweep”.

Ortogonalność siatek numerycznych

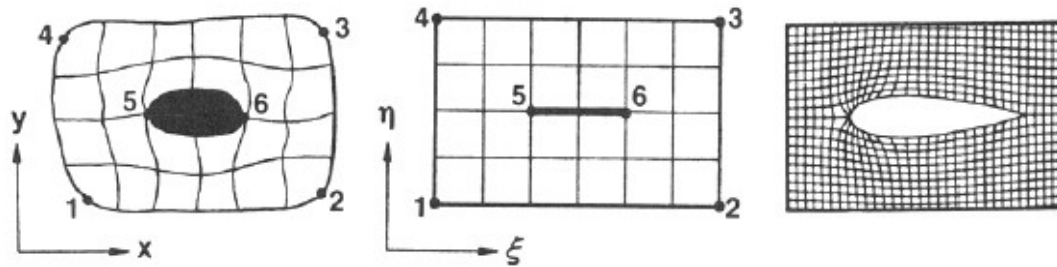


rozmiar siatki

parametry sterujące funkcji rozpinającej

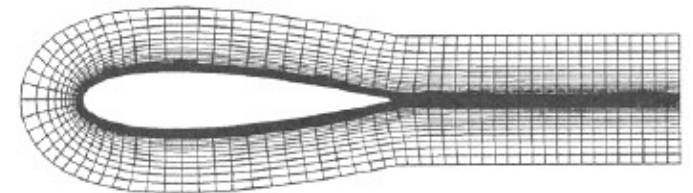
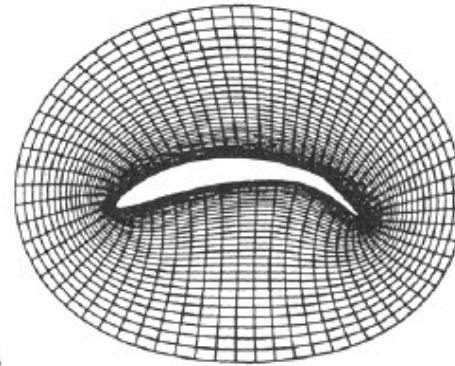
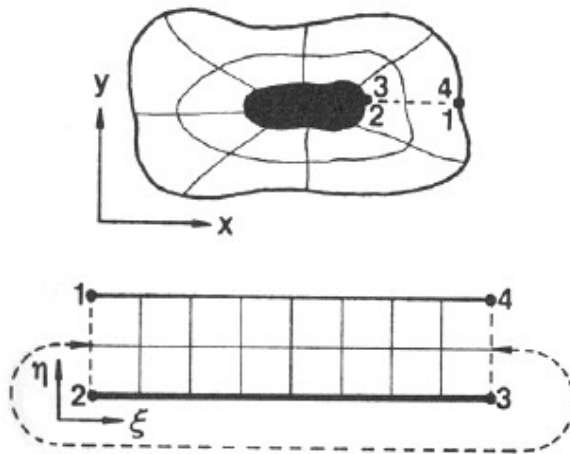
Przykład ortogonalnej dwuwymiarowej siatki strukturalnej (OpenFOAM) – opływ ciała porowatego.

Ortogonalność siatek numerycznych



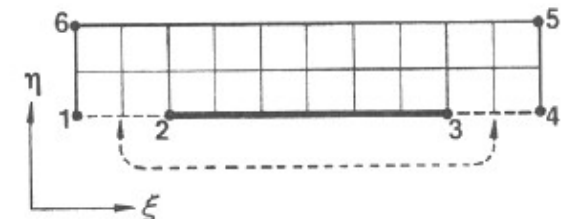
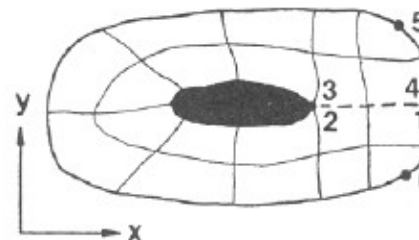
Siatka typu „H”.

Przykład poprawy ortogonalności siatek poprzez konwertowanie przestrzeni rzeczywistej do odpowiedniej przestrzeni krzywoliniowej (odwzorowanie musi być **jednoznaczne**), w której to komórki siatki uzyskują topologię prostokątów lub prostopadłościanów (material z Internetu).



Siatka typu „O”.

Siatka typu „C”.



Gładkość siatek numerycznych

Gładkość – warunek oznaczający, że siatka powinna zapewniać monotoniczny przebieg pochodnych, wyznaczanych dla różnych funkcji skalarnych lub wektorowych. Inaczej mówiąc, funkcje te nie mogą być lokalnie zbyt „strome” (posiadać za duże gradienty), gdyż może to prowadzić do niestabilności obliczeń.

Podstawowe metody wygładzania siatek strukturalnych:

- metoda algebraiczna,
- metoda Laplace’a,
- metoda Poissona.

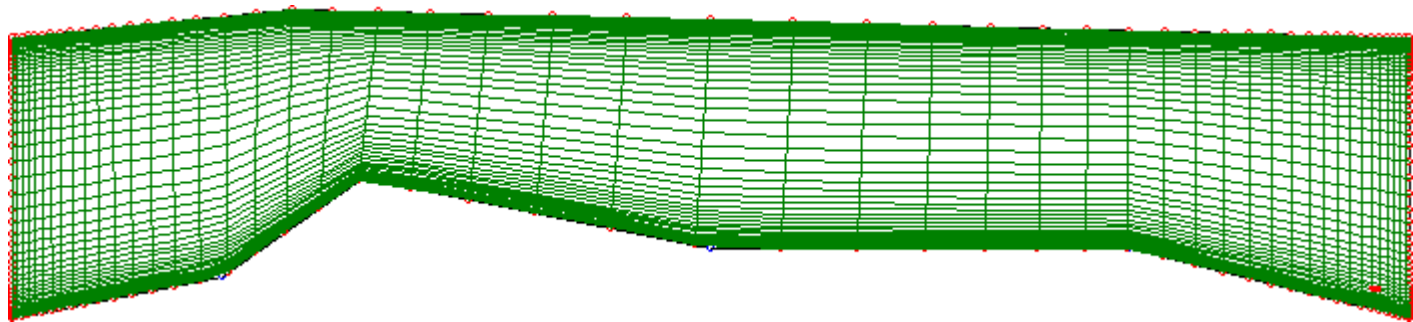
Wyjaśnia to, dlaczego w pewnych obszarach stosujemy zagęszczanie siatek.

Podstawowe metody wygładzania siatek niestrukturalnych:

- metody triangulacyjne,
- zastosowanie techniki „brukowania”.

Gładkość siatek numerycznych

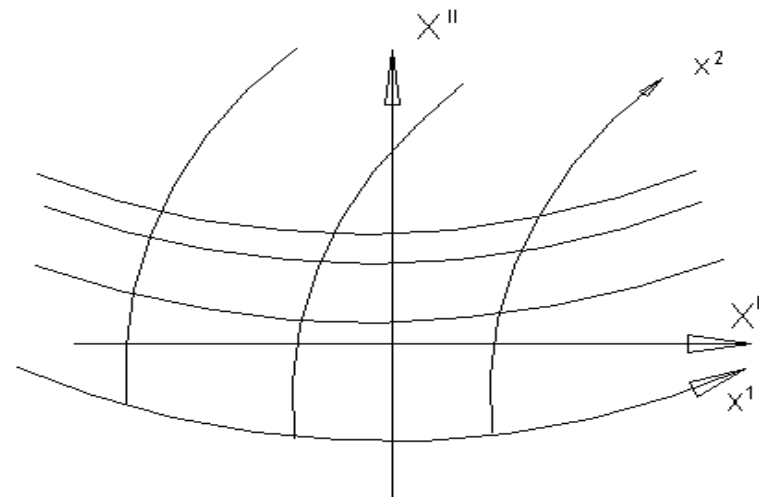
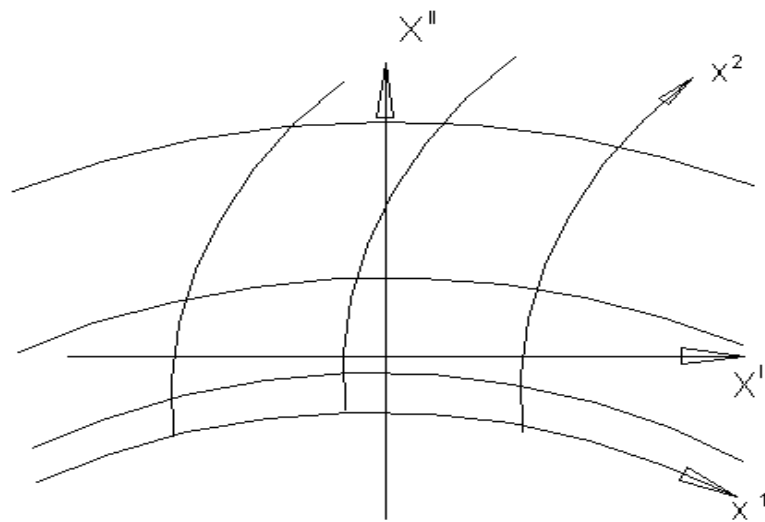
Metoda algebraiczna – polega na równomiernym podziale obszaru, zgodnie z zastosowaną funkcją rozpinającą. W tej metodzie odległości względne na boku obszaru oraz na liniach siatki równoległych do tego boku, są jednakowe. Wadą metody jest brak warunku ortogonalności oraz możliwość występowania załamania linii siatki w rejonach silnych “ugięć” obszaru modelowego.



Przykład generacji siatki metodą algebraiczną.

Gładkość siatek numerycznych

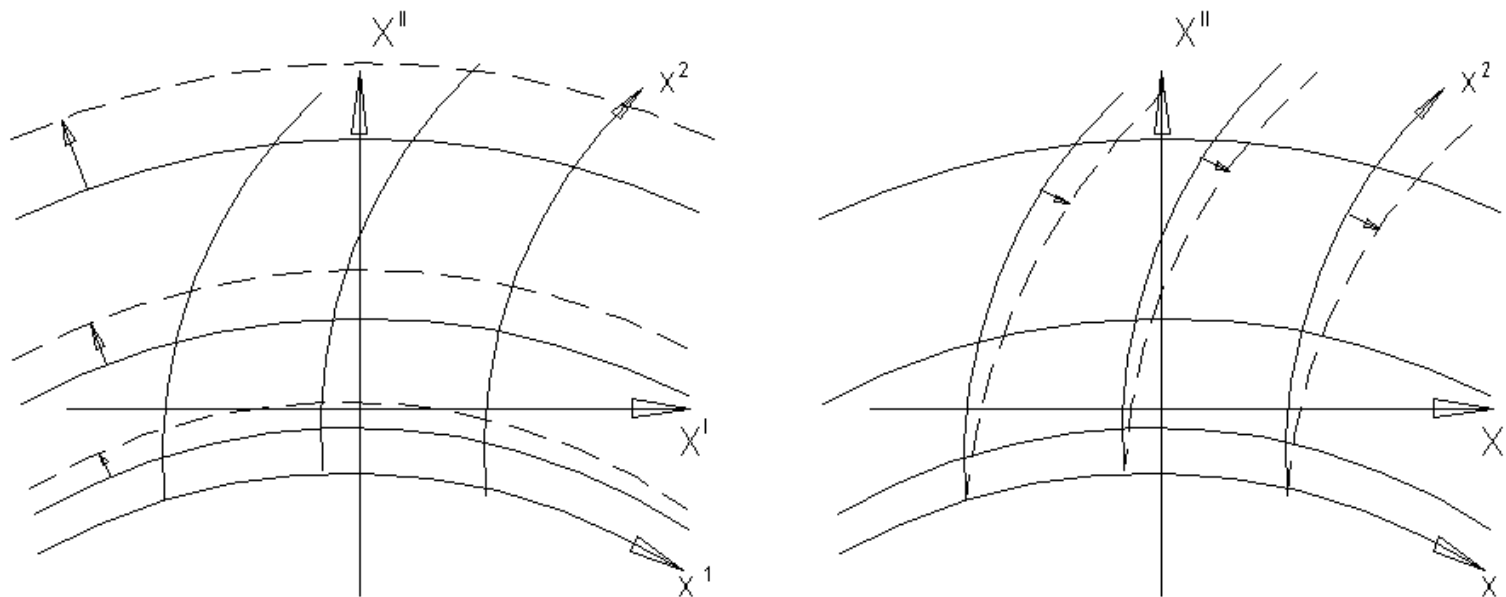
Metoda Laplace'a – polega na takim ułożeniu linii siatki, aby nie miały one załamań w punktach węzłowych. Wadą metody jest brak ortogonalności.



Przykład generacji siatki metodą Laplace'a (materiał z Internetu).

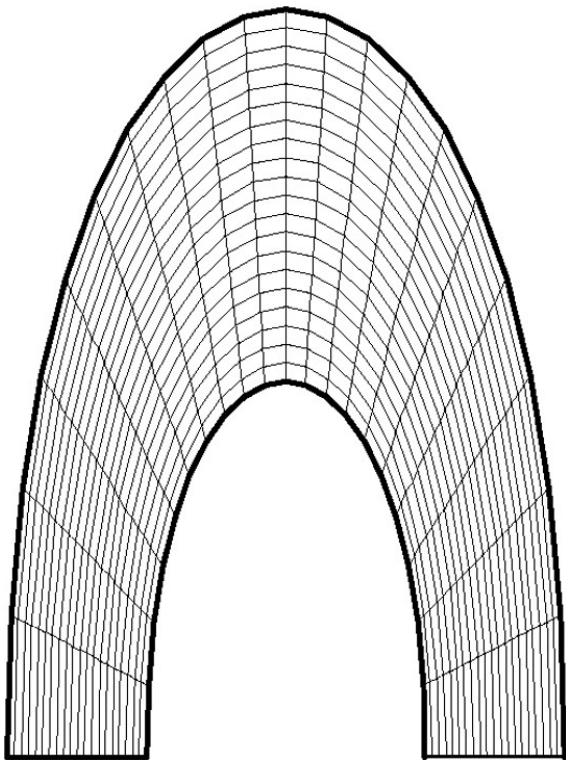
Gładkość siatek numeryczycznych

Metoda Poissona – umożliwia generację siatek spełniających warunek ortogonalności poprzez sterowanie przebiegiem poszczególnych linii siatki z użyciem tzw. funkcji kontrolnych (Thomasa lub Sorensena).

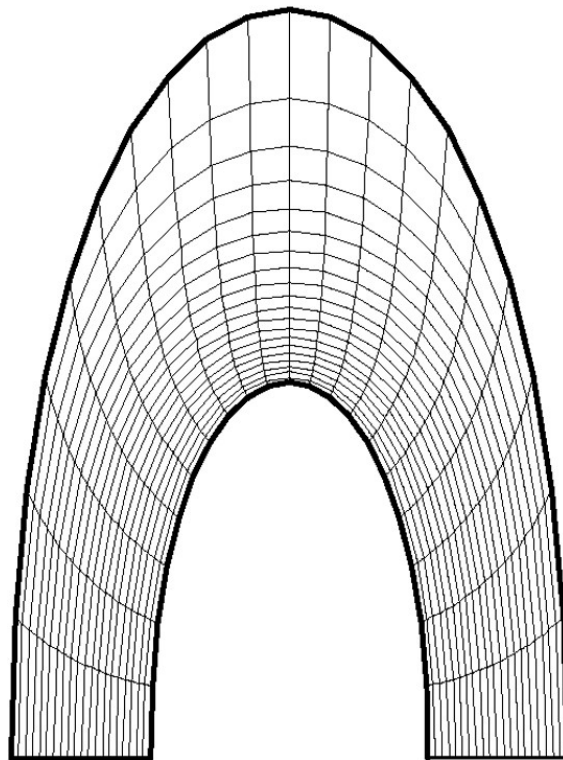


Przykład generacji siatki metodą Poissona (material z Internetu).

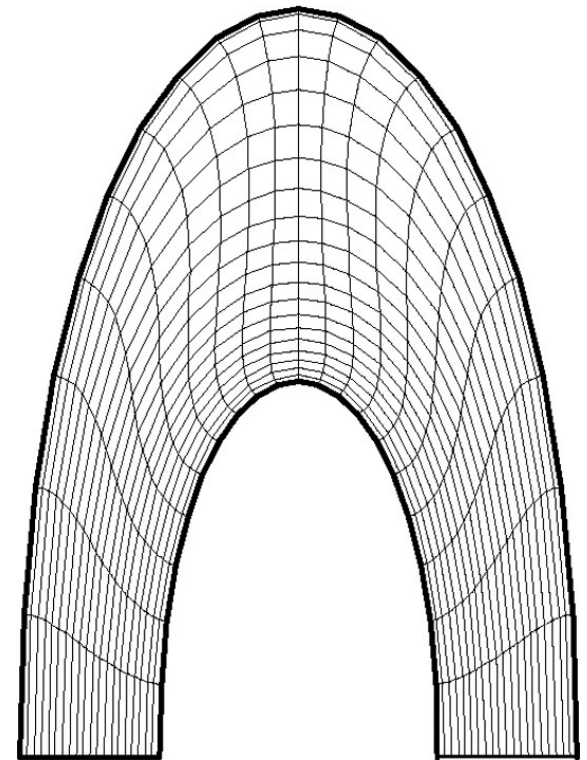
Gładkość siatek numerycznych



Metoda algebraiczna.



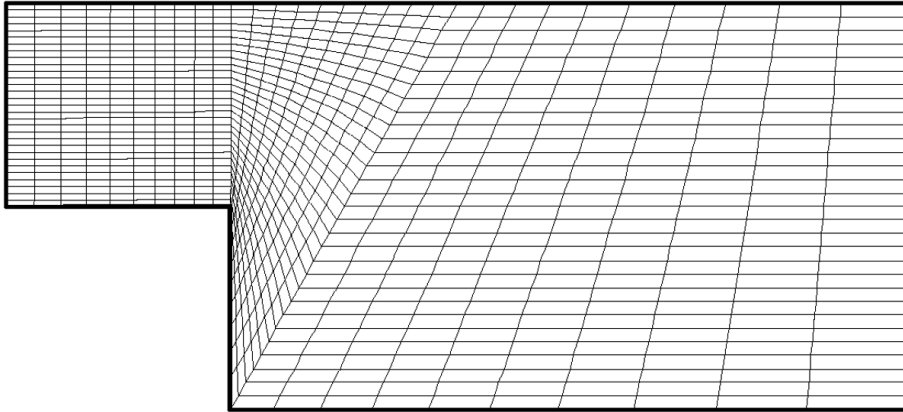
Metoda Laplace'a.



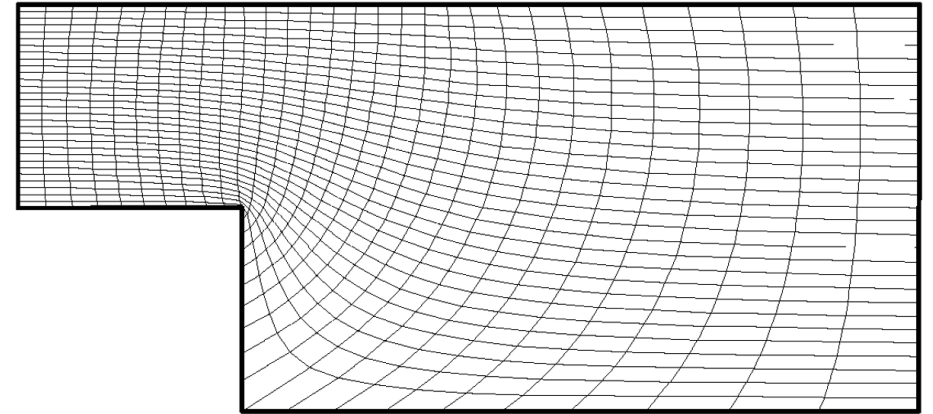
Metoda Poissona.

Przykłady działania wybranych metod wygładzania siatek (materiał z Internetu).

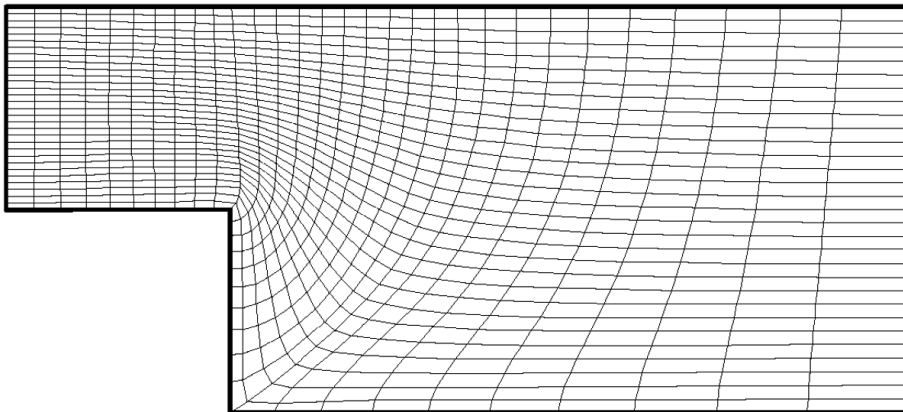
Gładkość siatek numerycznych



Metoda algebraiczna.



Metoda Laplace'a.



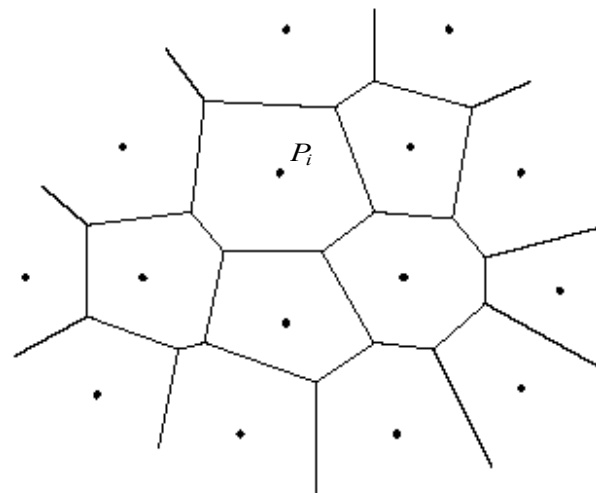
Metoda Poissona z funkcją kontrolną Sorensena.

Przykłady działania
wybranych metod wygładzania siatek
(materiał z Internetu).

Gładkość siatek numerycznych

Triangulacja – metoda polegająca na rozbiciu bardziej skomplikowanych obiektów geometrycznych na obiekty prostsze, np. trójkąty w 2D lub czworościany w 3D.

Teselacja Voronoi'a – polega na dekompozycji przestrzeni na obszary wokół każdego punktu w taki sposób, że wszystkie punkty z rejonu okalającego P_i są bliżej niego niż jakiegokolwiek innego punktu tej przestrzeni.



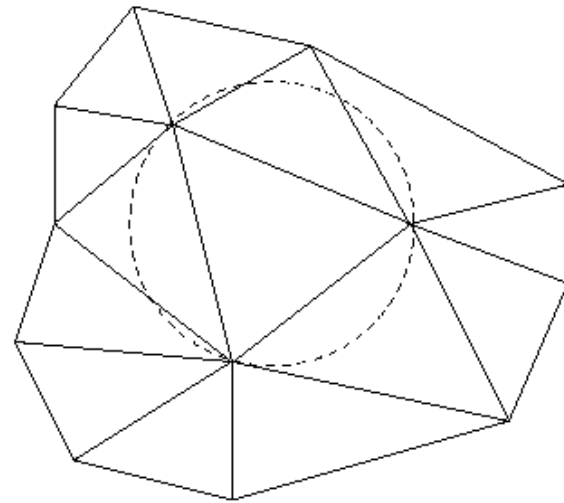
Wizualizacja idei teselacji Voronoi'a
(material z Internetu).

Gładkość siatek numerycznych

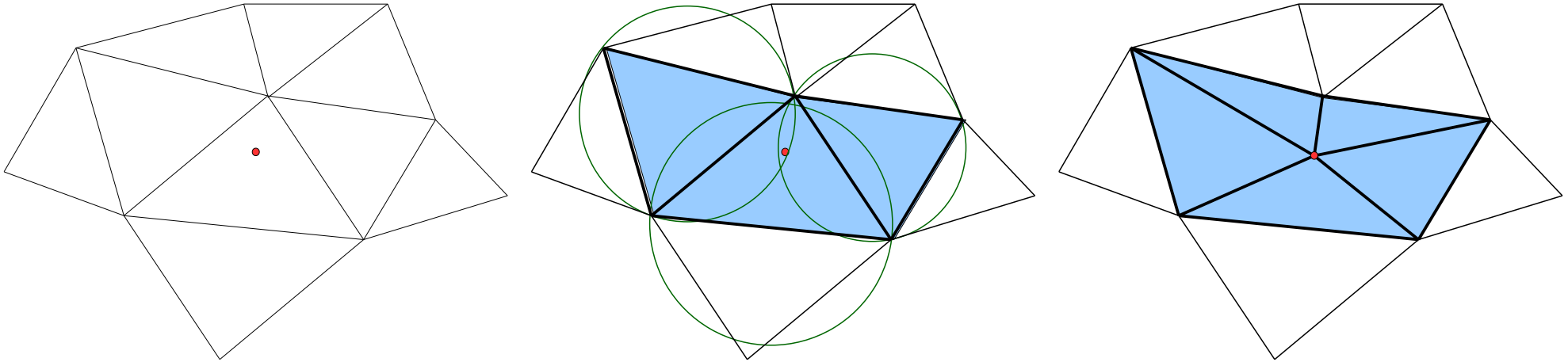
Triangulacja Delaunay'a – polega na takim podziale obszaru na trójkąty (w 2D), w którym każde koło opisane na trzech sąsiadujących ze sobą punktach z teselacji Voronoi'a, nie zawiera żadnego innego punktu.

Przykładowe algorytmy:

- algorytm Bowyera-Watsona,
- algorytm Greena-Sibsona,
- metoda postępującego brzegu.



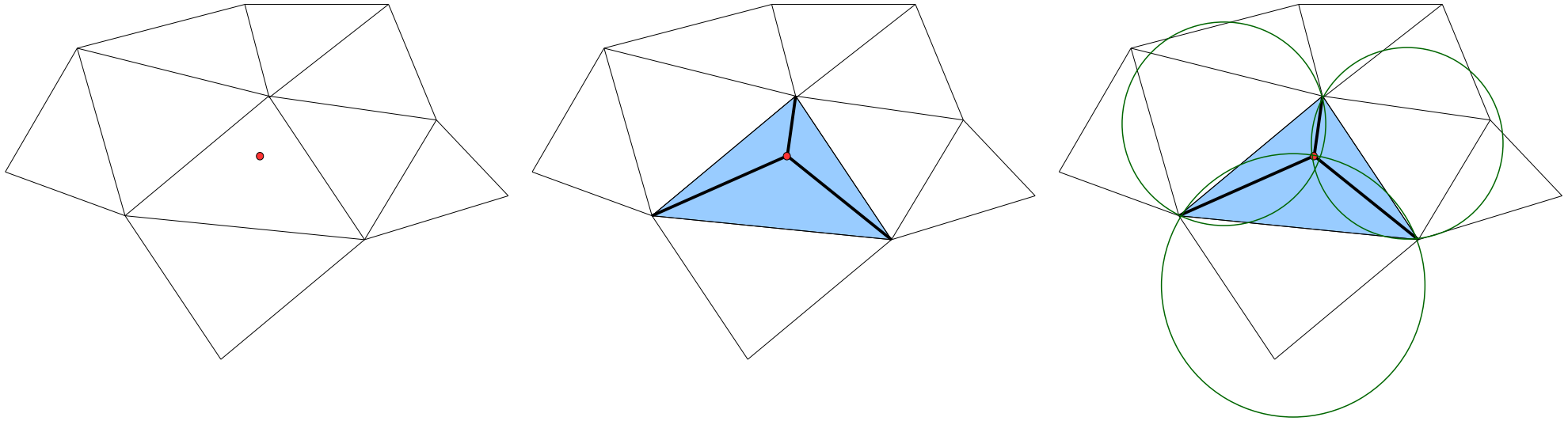
Gładkość siatek numerycznych



Zagęszczanie siatki wg. algorytmu **Bowyer-Watsona**:

- wstawić nowy punkt,
- utworzyć okręgi opisane na wierzchołkach wszystkich okolicznych trójkątów i sprawdzić, do których okręgów należy punkt,
- połączyć nowy punkt ze wszystkimi wierzchołkami trójkątów, do których należą okręgi zawierające nowy punkt.

Gładkość siatek numerycznych

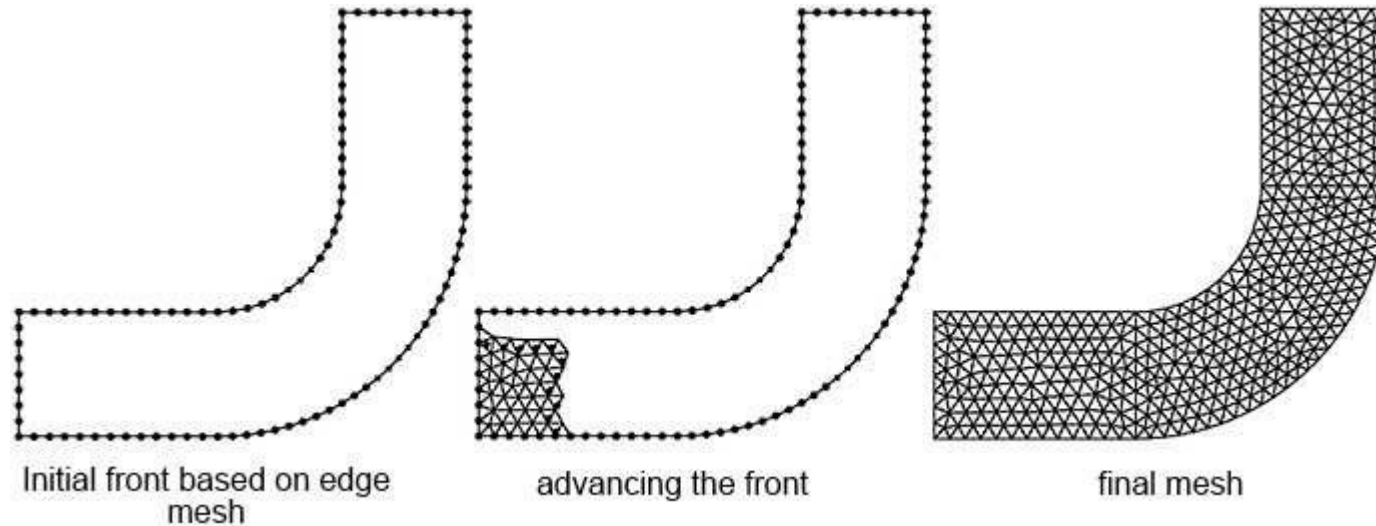


Zagęszczanie siatki wg. algorytmu **Greena-Sibsona**:

- wstawić nowy punkt,
- połączyć nowy punkt z wierzchołkami trójkąta, do którego należy,
- dla powstałych trójkątów sprawdzić warunek Delaunay'a:
 - jeśli warunek jest spełniony to algorytm się kończy,
 - jeśli warunek nie jest spełniony to zmienia się połączenia między węzłami.

Zaletą algorytmu jest szybkość, bowiem nie zawsze konieczne jest sprawdzenie wszystkich trójkątów.

Gładkość siatek numerycznych

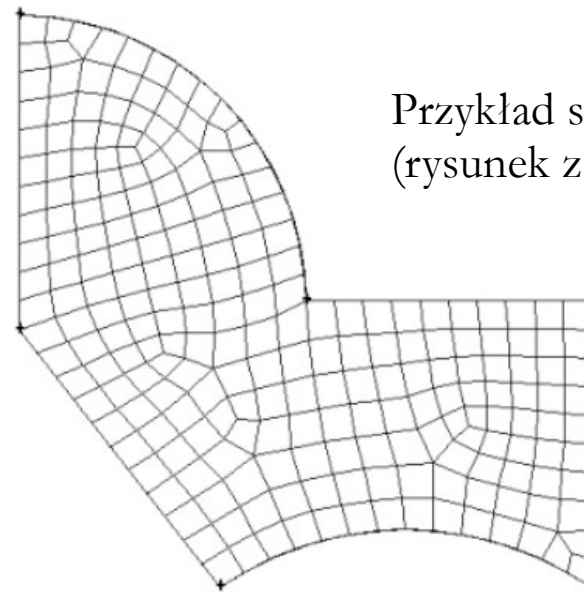
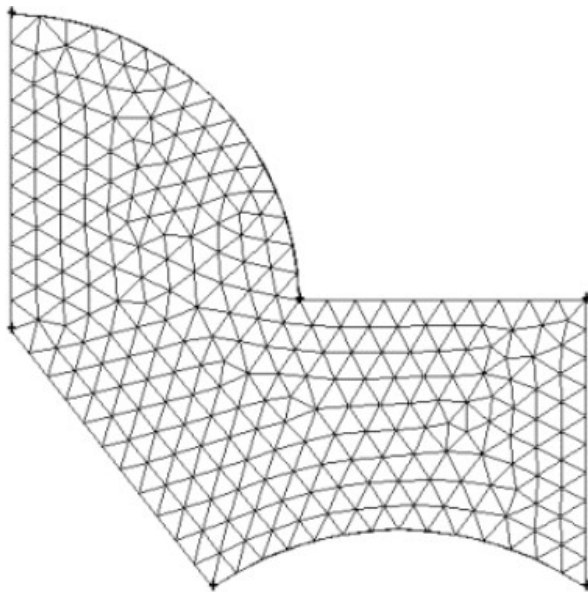


Metoda postępującego brzegu lub frontu (rysunek z Internetu):

- określić rozmiar komórek (stosuje się różne kształty),
- ustalić numerację brzegów domeny,
- wygenerować węzły na wybranym brzegu/brzegach domeny,
- wygenerować komórki na wybranym brzegu/brzegach domeny (stosując wskaźniki jakości),
- połączyć nowe węzły tak, aby uzyskać nowy brzeg obszaru,
- powtarzać dodawanie kolejnych węzłów i komórek, aż do wypełnienia całej przestrzeni.

Gładkość siatek numerycznych

Brukowanie (paving) – rodzaj siatek wykorzystywanych w przestrzeni 2D składających się z elementów czworobocznych, ale nie układających się w regularne „wiersze” i „kolumny” jak to ma miejsce w przypadku siatek strukturalnych. Siatki tego typu mogą być tworzone np. metodą postępującego brzegu.



Przykład siatki typu paving
(rysunek z Internetu).

Dopasowanie do zagadnienia

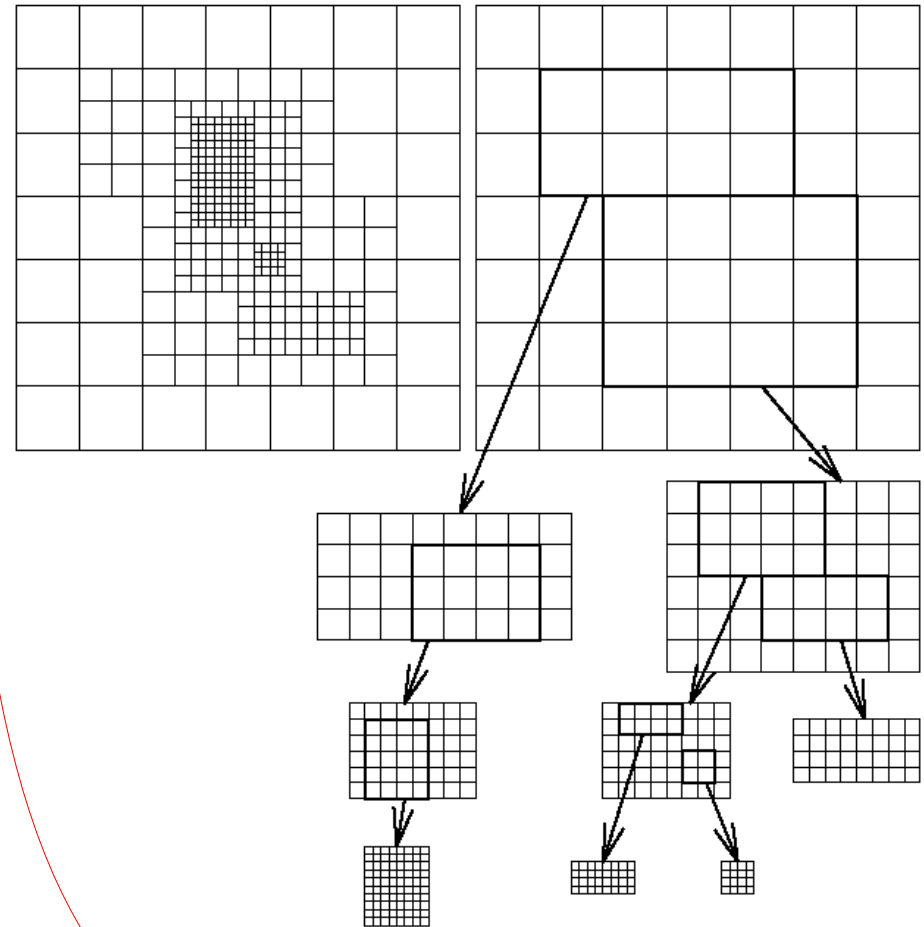
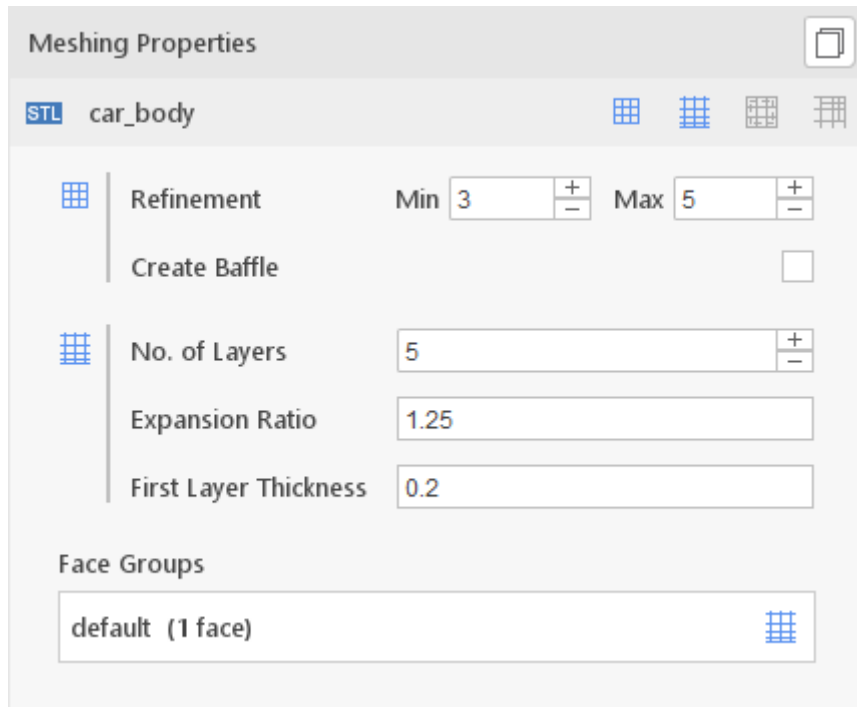
Dopasowanie do zagadnienia – warunek oznaczający, że siatka ma poprawnie reprezentować zarówno geometrię domeny obliczeniowej jak i zjawiska w niej zachodzące. Dopasowanie do zagadnienia można uzyskać poprzez stosowanie:

- odpowiedniego rodzaju siatki,
- odpowiedniego algorytmu generacji siatki,
- odpowiedniego rozmiaru komórek siatki,
- lokalnego zagęszczania komórek siatki,
- funkcji rozpinających,
- siatek inflacyjnych,
- siatek wieloblokowych, wielostrefowych lub nakładających się,
- siatek adaptujących się lub siatek ruchomych,
- ...

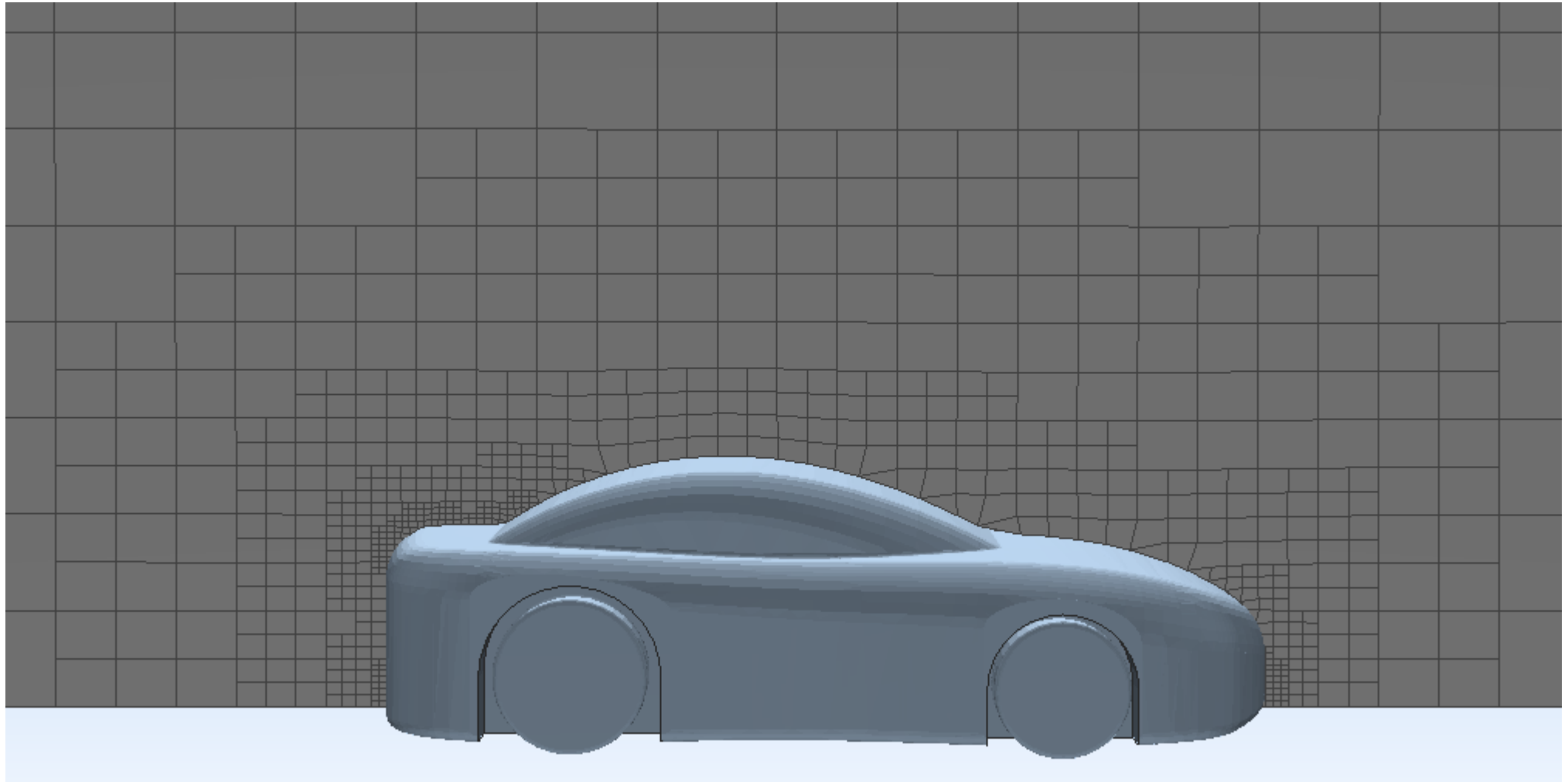
Dopasowanie do zagadnienia

Przykład definiowania zakresu poziomów zagęszczeń oraz definiowania warstwy inflacyjnej (SimFlow).

Siatka typu hexcore.

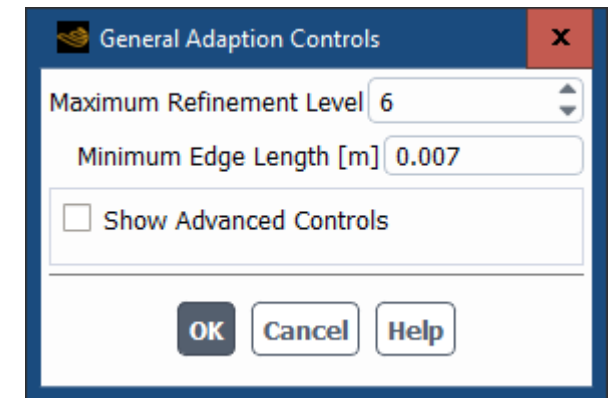
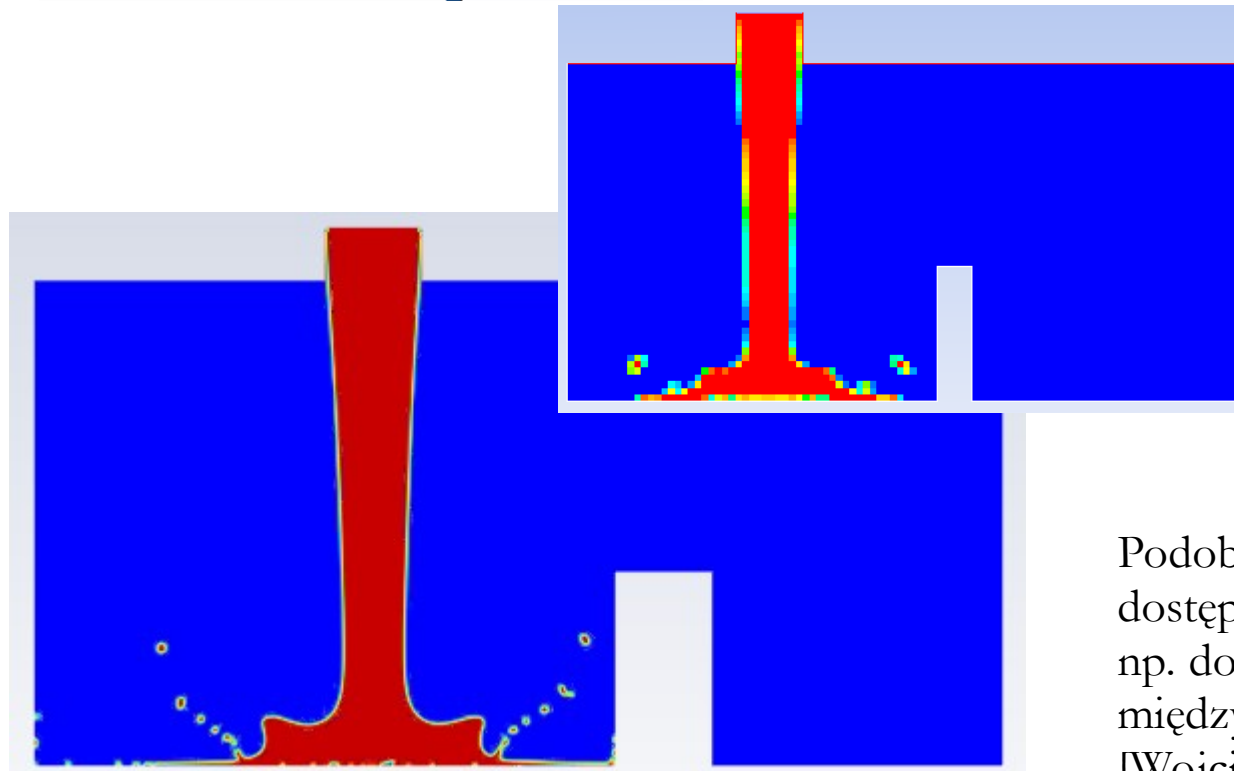
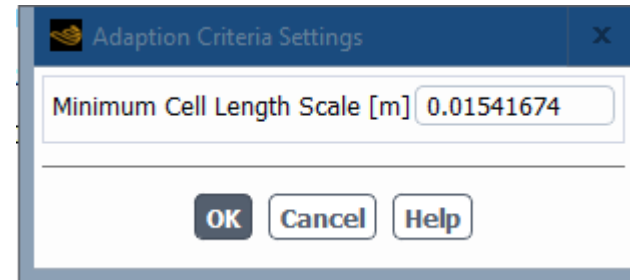
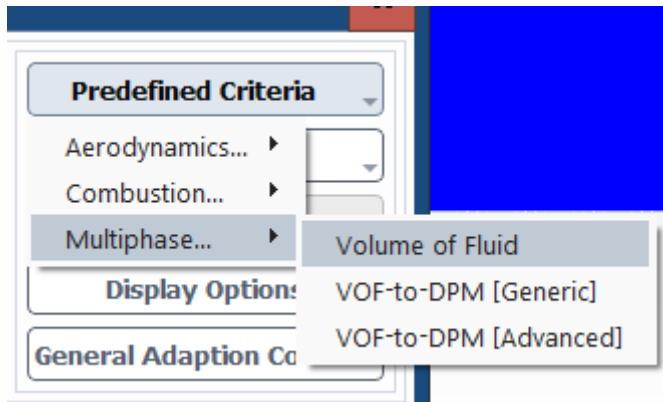


Dopasowanie do zagadnienia



Efekt działania stopniowego zagęszczania siatki w miarę zbliżania do ścianek domeny (SimFlow).

Dopasowanie do zagadnienia

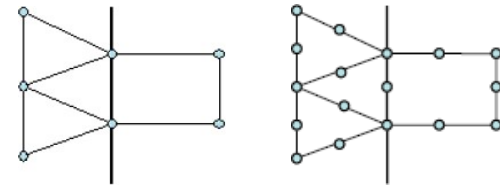


Podobna technika dzielenia oczek siatki dostępna jest w pakiecie ANSYS Fluent, np. do wyostrzania powierzchni międzyfazowej w modelu Volume of Fluid [Wojciech Sobieski].

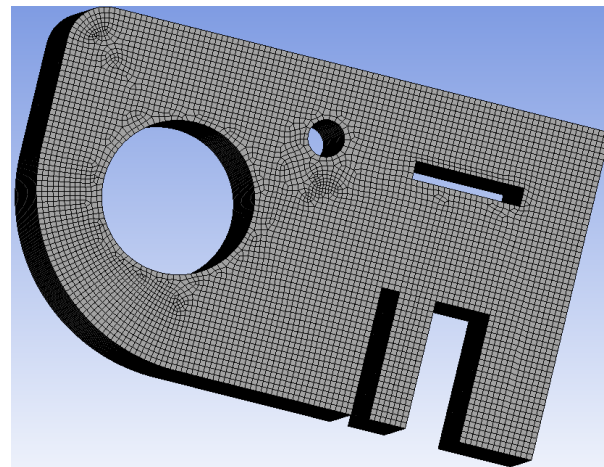
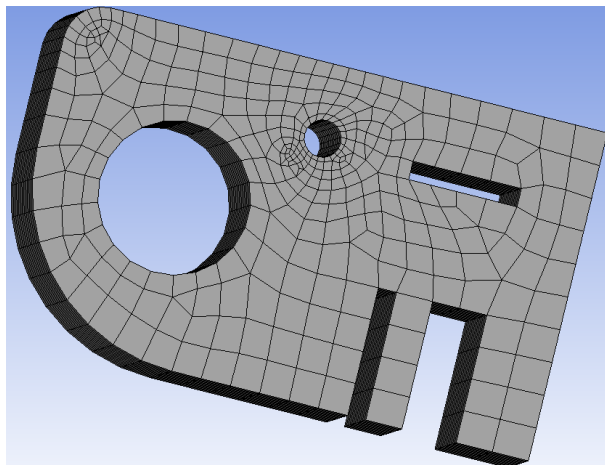
Praca w ANSYS Meshing 2022 R2

Sekcja Mesh – Defaults:

- **Physics Reference** – przeznaczenie siatki (jaki rodzaj analizy będzie wykonywany).
- **Solver Preferences** – przeznaczenie siatki (jaki konkretnie solver będzie używany).
- **Element Order** – sposób tworzenia komórek:
 - **Program Controlled** – automatyczny, w zależności od wybranego typu analizy i solwera,
 - **Linear** – bez węzłów środkowych (po lewej),
 - **Quadratic** – z węzłami środkowymi (po prawej).



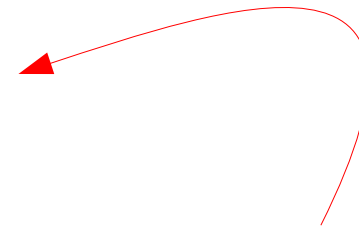
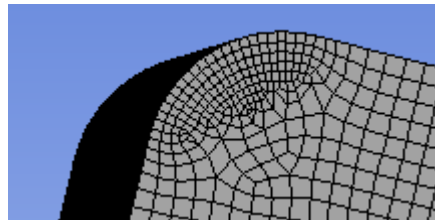
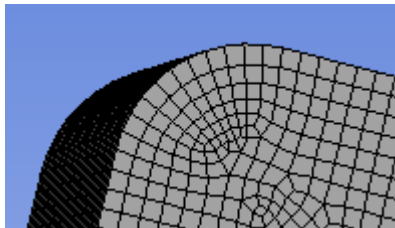
- **Element size** – średni rozmiar komórki (rozmiar można mierzyć linijką lub kółkiem).



Praca w ANSYS Meshing 2022 R2

Sekcja Mesh – Sizing:

- **Use Adopting Sizing** – opcja automatycznego sterowania rozmiarami komórek sąsiednich (lepiej jest sterować ręcznie).
- **Growth rate** – stopień wzrostu sąsiednich komórek: 1.2 to wartość maksymalna.
- **Max Size** – maksymalny dopuszczalny rozmiar komórki (**ważny parametr**).
- **Mesh Defeaturing** – usuwanie niedokładności (np. błędów lokalizacji węzłów) o wielkościach mniejszych niż wartość parametru Defeature Size.
- **Capture Curvature** – sterowanie wielkością komórek na podstawie **krzywizny brzegów**:
 - **Curvature Min Size** – minimalny dopuszczalny rozmiar komórki (czasami potrzebne, bo algorytm tego narzędzia czasami nadmiernie zagęszcza komórki),
 - **Curvature Normal Angle** – **maksymalny kąt**, na jaki może rozszerzać się komórka siatki.

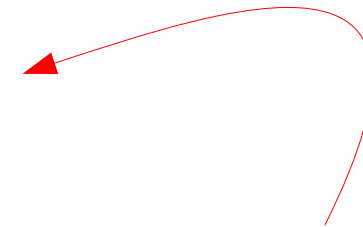
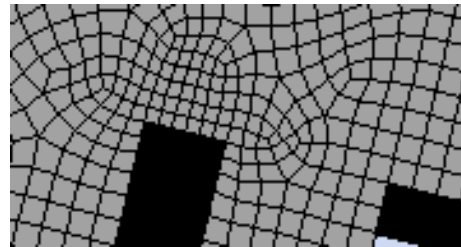
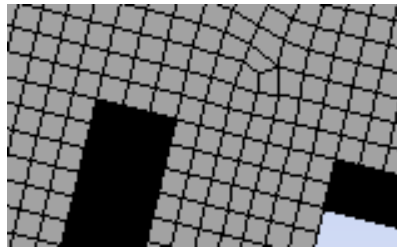


Tu zmieniono kąt z wartości domyślnej (12°) na 4°.

Praca w ANSYS Meshing 2022 R2

Sekcja Mesh – Sizing:

- **Capture Proximity** – sterowanie wielkością komórek na podstawie **odległości brzegów**:
 - **Proximity Min Size** – minimalny dopuszczalny rozmiar komórki (czasami potrzebne, bo algorytm tego narzędzia czasami nadmiernie zagęszcza komórki),
 - **Proximity Gap Factor** – **minimalna dopuszczalna liczba komórek na danym brzegu**.
- **Proximity Size Sources** – dodatkowe opcje narzędzia Proximity:
 - Faces,
 - Edges,
 - Faces and Edges.



Tu zmieniono liczbę komórek z wartości domyślnej (3) na 6.

Praca w ANSYS Meshing 2022 R2

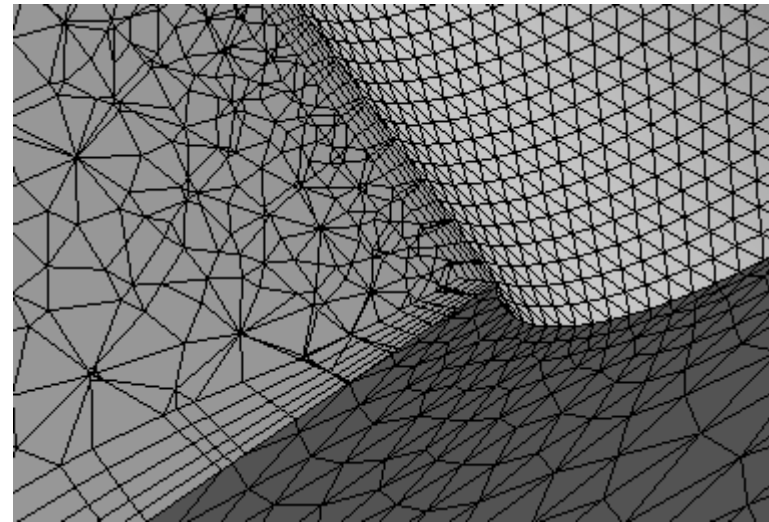
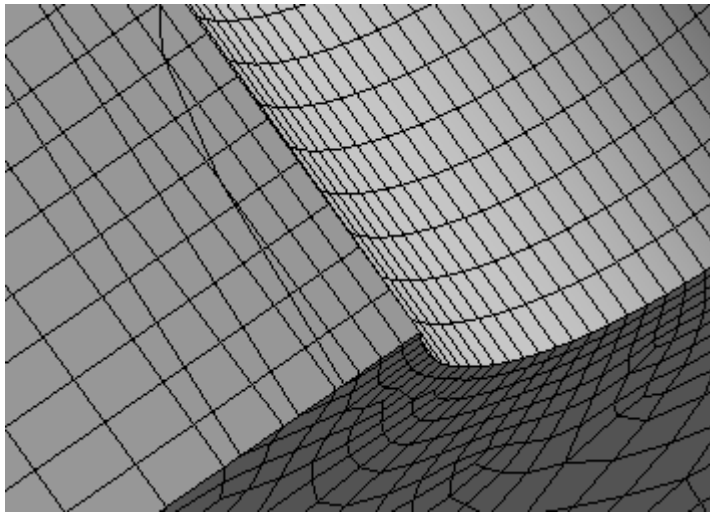
Sekcja Mesh – Quality:

- **Check Mesh Quality** – sterowanie zachowaniem przy pojawieniu się błędów:
 - **Yes, Errors** – jeśli algorytm tworzenia siatki nie może wygenerować siatki, która przekracza wszystkie limity błędów, drukowany jest komunikat o błędzie, a tworzenie siatki kończy się niepowodzeniem.
 - **Yes, Errors and Warnings** – jak wyżej tyle, że oprócz błędów pojawiają się różne komunikaty ostrzeżenia.
 - **No** – większość narzędzi kontroli siatki zostaje wyłączona (jakość siatki będzie sprawdzana później, po jej wygenerowaniu).
- **Skewness** – kryterium skośności: wprowadza się wartość z zakresu od 0 (wyższa jakość) do 1 (niższa jakość). Wartość domyślna to 0.9. W przypadku siatki czworościennej nie należy ustawiać docelowej skewness na wartość < 0.8 .
- **Smoothing** – stopień wygładzenia: algorytm próbuje poprawić jakość komórki poprzez przesuwanie lokalizacji węzłów względem otaczających je węzłów i komórek. Opcje Low, Medium i High odnoszą się do liczby iteracji potrzebnych do wykonania wygładzenia.
- **Mesh Metric** – opcja umożliwiająca przeglądanie i wizualizację różnych wskaźników jakości siatki.

Praca w ANSYS Meshing 2022 R2

Sekcja Mesh – Inflation:

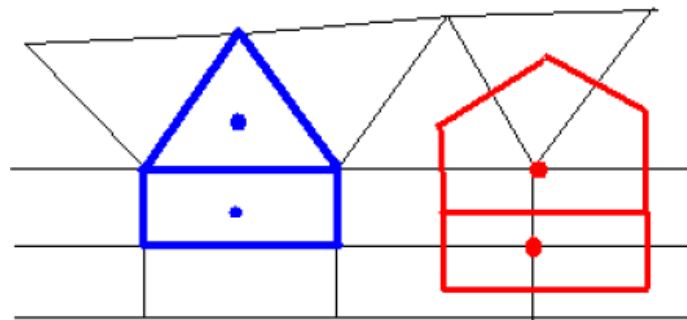
- **Use Automatic Inflation** – opcja automatycznego dodawania siatki przyściennej:
 - **None** – bez siatki przyściennej.
 - **Program Controlled** – wg uznania programu.
 - **All Faces on Chosen Named Selection** – tworzy siatkę przyścienną na wszystkich wskazanych brzegach (aby wskazać jakiś brzeg musi on posiadać nazwę; można wskazać kilka brzegów zaznaczając pozycje z listy z klawiszem CTRL).



Praca w ANSYS Meshing 2022 R2

Sekcja Mesh – Inflation:

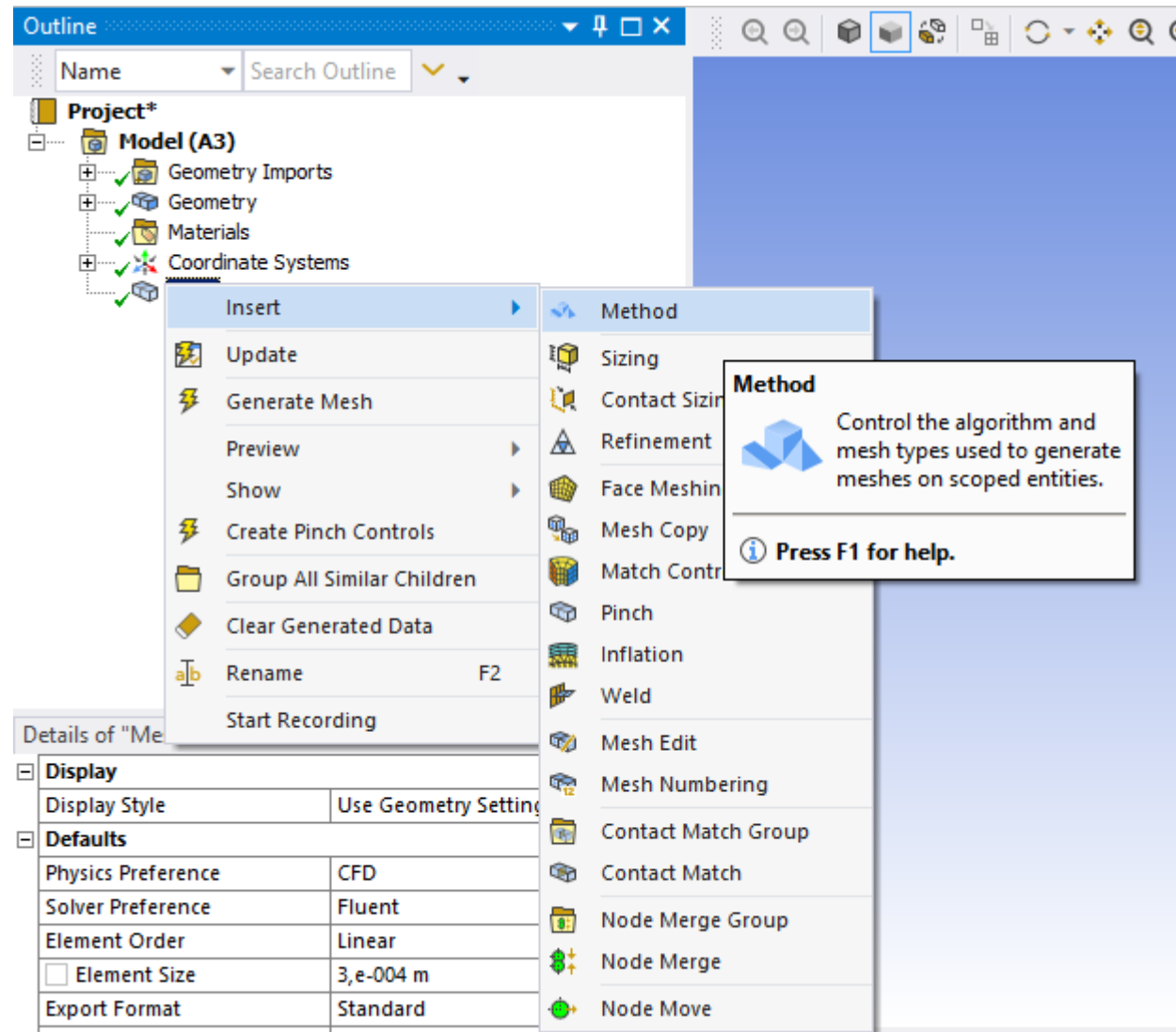
- **Transition Ratio** – współczynnik określający stosunek rozmiarów komórek znajdujących się w ostatniej warstwie siatki przyściennej i pierwszej warstwie siatki wewnętrznej. Dla siatek centralnych względem węzła (po lewej) wartość optymalna to 0.272.



- **Maximum Layers** – liczba warstw siatki przyściennej.
- **Growth Rate** – stopień wzrostu komórek warstwy przyściennej (inflacyjnej). Wartości dopuszczalne są od 0.1 do 5.0. Wartość domyślna to 1.2.
- **Inflation Algorithm** – algorytm tworzenia warstwy inflacyjnej:
 - **Pre** – zalecany w większości przypadków,
 - **Post** – dopuszczany w pewnych przypadkach (algorytm zostanie w przyszłości usunięty).

Praca w ANSYS Meshing 2022 R2

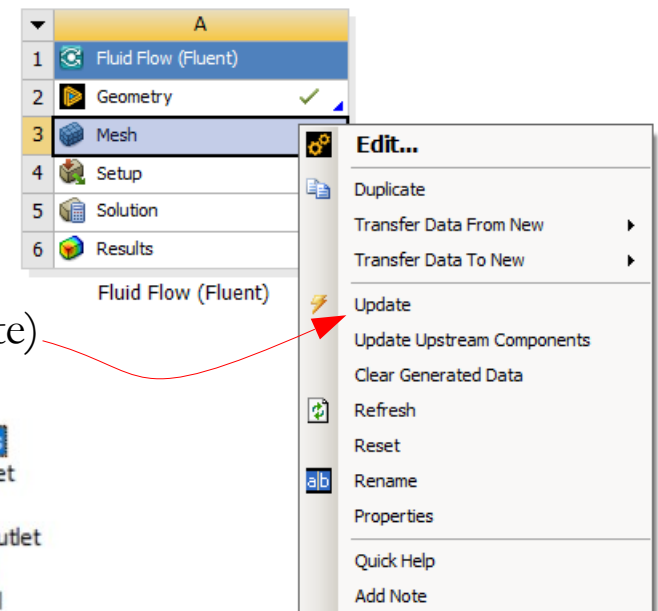
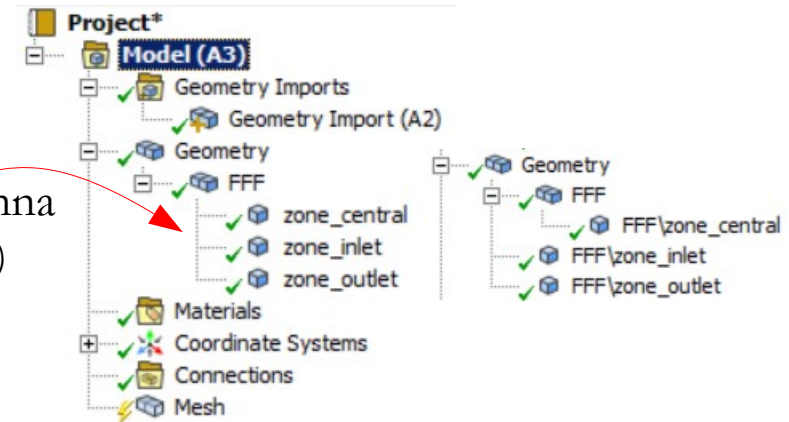
Dodatkowe narzędzia, możliwe do stosowania dla wybranych brył, powierzchni czy krawędzi (ANSYS Meshing 2022 R1).



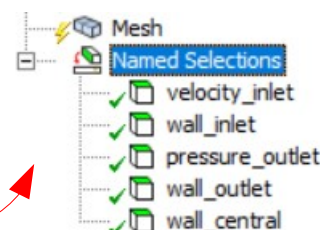
Praca w ANSYS Meshing 2022 R2

Podsumowanie – typowe kroki:

- Sprawdzić, czy geometria składa się z tylu brył, z ilu powinna
- Nazwać wszystkie brzozy (kontrolować sumę powierzchni)
- Wygenerować siatkę domyślną
- Przeprowadzić globalną konfigurację siatki:
 - wybrać algorytm generacji siatki:
 - sprawdzić czy ciało jest wyciągalne (**Show Sweepable Bodies**)
 - rozważyć podział geometrii na bloki (strefy)
 - ustawić podstawowy rozmiar komórki (**Element Size**)
 - zastanowić się nad opcją **Capture Curvature**
 - zastanowić się nad opcją **Capture Proximity**
- Przeprowadzić lokalną konfigurację siatki:
 - na wybranych bryłach, płaszczyznach lub krawędziach
- Dodać siatkę inflacyjną (przyścienną) na wszystkich ściankach
- Sprawdzić wskaźniki jakości siatki
- Zaktualizować siatkę w środowisku Workbench (PPM + Update)




Stosować przemysłową strukturę nazw
(bez spacji i znaków narodowych)



Kryteria oceny jakości siatki

Kryteria oceny jakości siatki (wg dokumentacji ANSYS Meshing):

- **Element Quality** (jakość elementu) – współczynnik kształtu komórek czworobocznych lub sześciennych obliczany na podstawie objętości lub powierzchni oraz długości krawędzi elementu. Wartość 1 oznacza idealny sześcian lub kwadrat, a wartość 0 oznacza, że element ma zerową lub ujemną objętość.



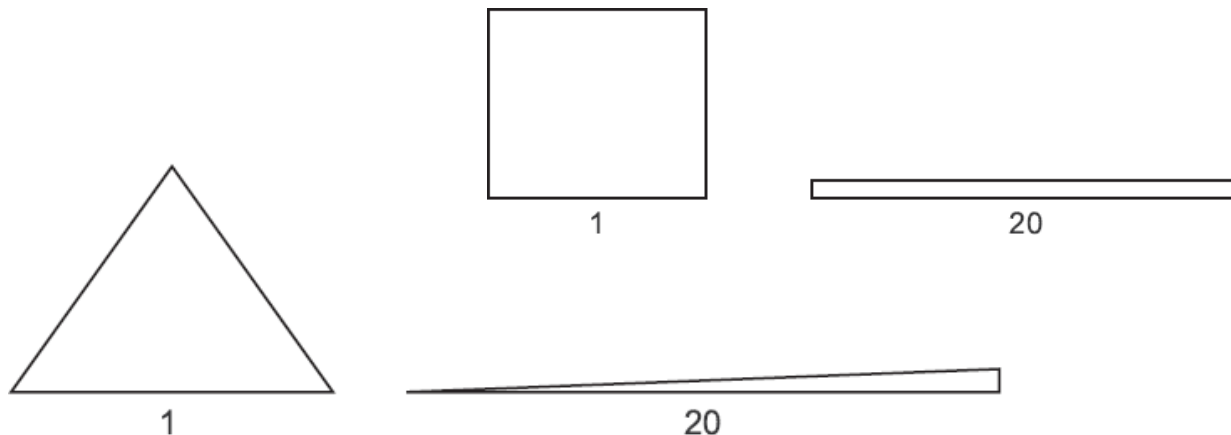
Quality	
Check Mesh Q...	Yes, Errors
<input type="checkbox"/> Target Ske...	Default (0,9)
Smoothing	Medium
Mesh Metric	Skewness
<input type="checkbox"/> Min	None
<input type="checkbox"/> Max	Element Quality
<input type="checkbox"/> Average	Aspect Ratio
<input type="checkbox"/> Standard D...	Skewness
	Orthogonal Quality

W poprzednich wersjach programu wskaźników jakości siatki było więcej.

Kryteria oceny jakości siatki

Kryteria oceny jakości siatki (wg dokumentacji ANSYS Meshing):

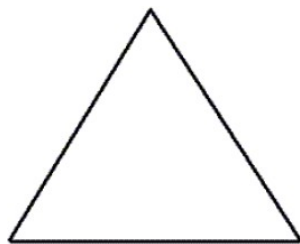
- **Aspect Ratio** (współczynnik kształtu) – współczynnik definiowany jako stosunek długości boków wybranego prostokąta (tego o największej proporcji długości boków) z wszystkich możliwych zbudowanych na danym kształcie (trójkącie lub wieloboku) w odpowiedni sposób. Im wartość bliższa 1 tym lepiej.



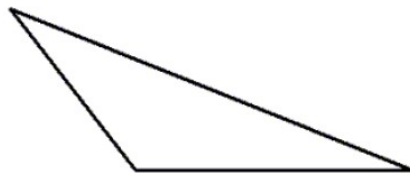
Kryteria oceny jakości siatki

Kryteria oceny jakości siatki (wg dokumentacji ANSYS Meshing):

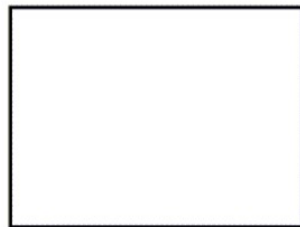
- **Skewness** (skośność) – podstawowy współczynnik kształtu komórek, określający jak bardzo zbliżony jest kształt elementu do trójkąta równobocznego (czworościanu) lub do kwadratu (sześcianu).



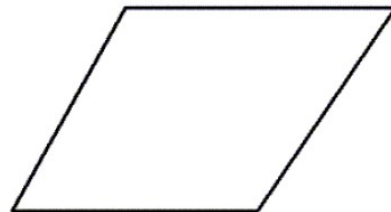
Equilateral Triangle



Highly Skewed Triangle



Equiangular Quad



Highly Skewed Quad

1	zdegenerowany
$0.9 \div <1$	zły
$0.75 \div 0.9$	kiepski
$0.5 \div 0.75$	zadowalający
$0.25 \div 0.5$	dobry
$>0 \div 0.25$	wyśmienity
0	równoboczny

Kryteria oceny jakości siatki

Kryteria oceny jakości siatki (wg dokumentacji ANSYS Meshing):

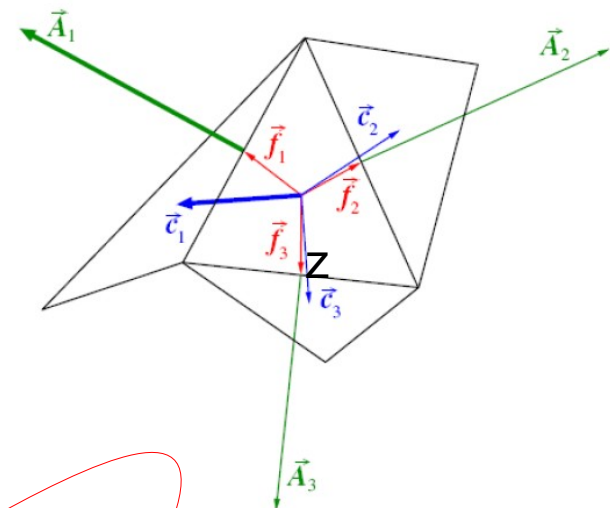
- **Orthogonal Quality** – wskaźnik kształtu obliczany na podstawie charakterystycznych wektorów. Im wartość bliższa 1 tym lepiej.

\vec{A}_i - wektor normalny do powierzchni komórki

\vec{c}_i - wektor powstały przez połączenie środka ciężkości komórki ze środkami ciężkości komórek sąsiednich

\vec{f}_i - wektor powstały przez połączenie środka ciężkości komórki i środków ciężkości powierzchni ograniczających tę komórkę

$$\min[\cos(\vec{A}_i, \vec{c}_i), \cos(\vec{A}_i, \vec{f}_i)]$$



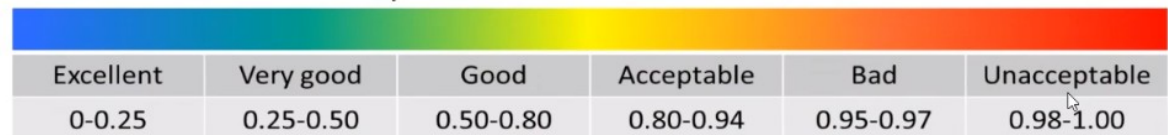
Mniejsza z tych wartości jest wskaźnikiem prostopadłości.

Strategia generowania siatek

Strategia generowania siatek numerycznych:

- Wygenerowanie siatki domyślnej lub bazowej,
- Zmiana ustawień w celu globalnego dopasowania rozmiaru komórek,
- Nałożenie funkcji rozpinających (jeśli jest potrzeba),
- Dodanie warstw inflacyjnych,
- Odpowiednie zagęszczenie brzegów lub wnętrza domeny,
- Obserwacja wskaźników jakości siatki – najważniejsze są:
 - Orthogonal Quality (minimum 0.05 – idealnie powyżej 0.2),
 - Skewness (maksymalnie 0.95 – idealnie poniżej 0.8).
- Zmiana ustawień i/lub algorytmu jeśli wskaźniki jakości są złe.
- Powtórne wygenerowanie siatki.
- Wykonanie testu siatki.

Skewness mesh metrics spectrum



Orthogonal Quality mesh metrics spectrum



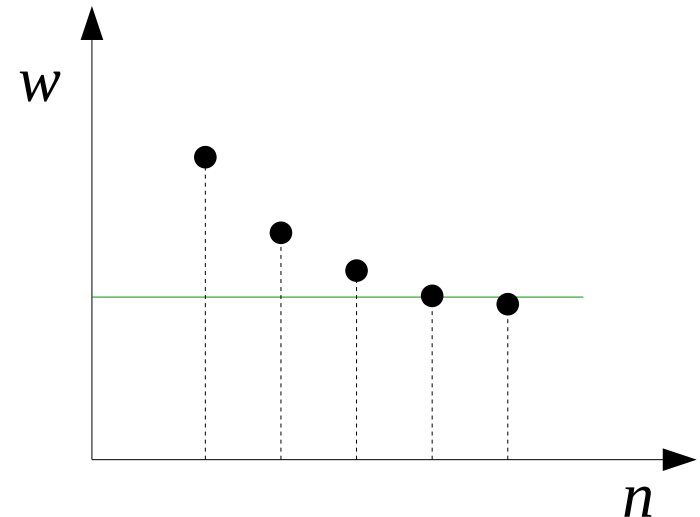
Test siatki

Test siatki – przeprowadzenie serii symulacji numerycznych dla kilku rodzajów/gęstości siatek w celu znalezienia optymalnego jej rodzaju i rozmiaru.

Kroki:

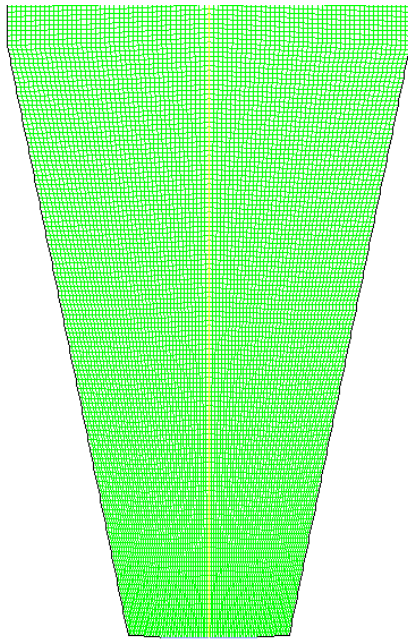
Dotyczy każdego aspektu modelowania numerycznego!

- zapoznać się z literaturą i poszukać informacji o modelowaniu podobnych zagadnień (szukać informacji o siatce)
- opracować najlepszą możliwą siatkę pod względem struktury i wskaźników jakości
- opracować kilka wariantów siatki numerycznej różniących się liczbą komórek (n)
- wytypować wskaźnik (w) charakteryzujący dany przepływ, np. siłę oporu na elemencie
- wykonać symulację **przy takich samych ustawieniach modelu** dla różnych gęstości siatek
- porównać wyniki i ocenić zmienność wskaźnika charakteryzującego przepływ w kontekście czasu obliczeń

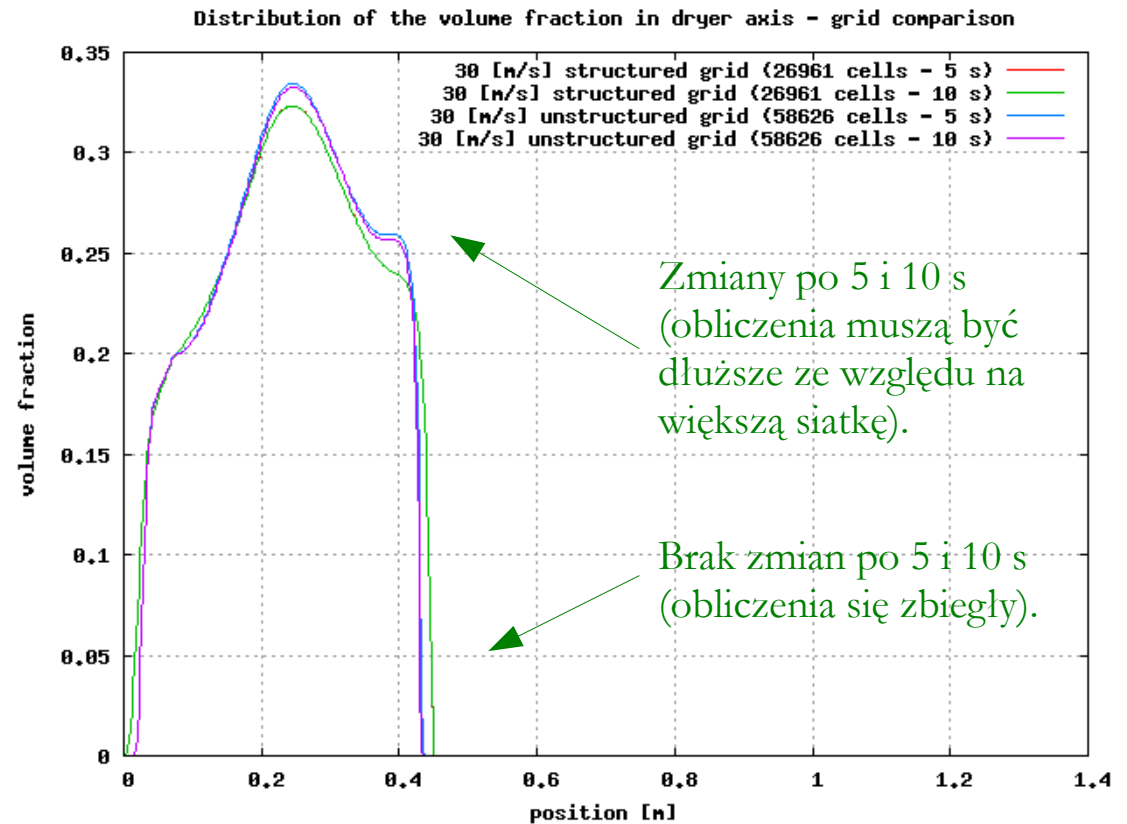


Na tym etapie model powinien być już dość dobrze dopracowany

Test siatki

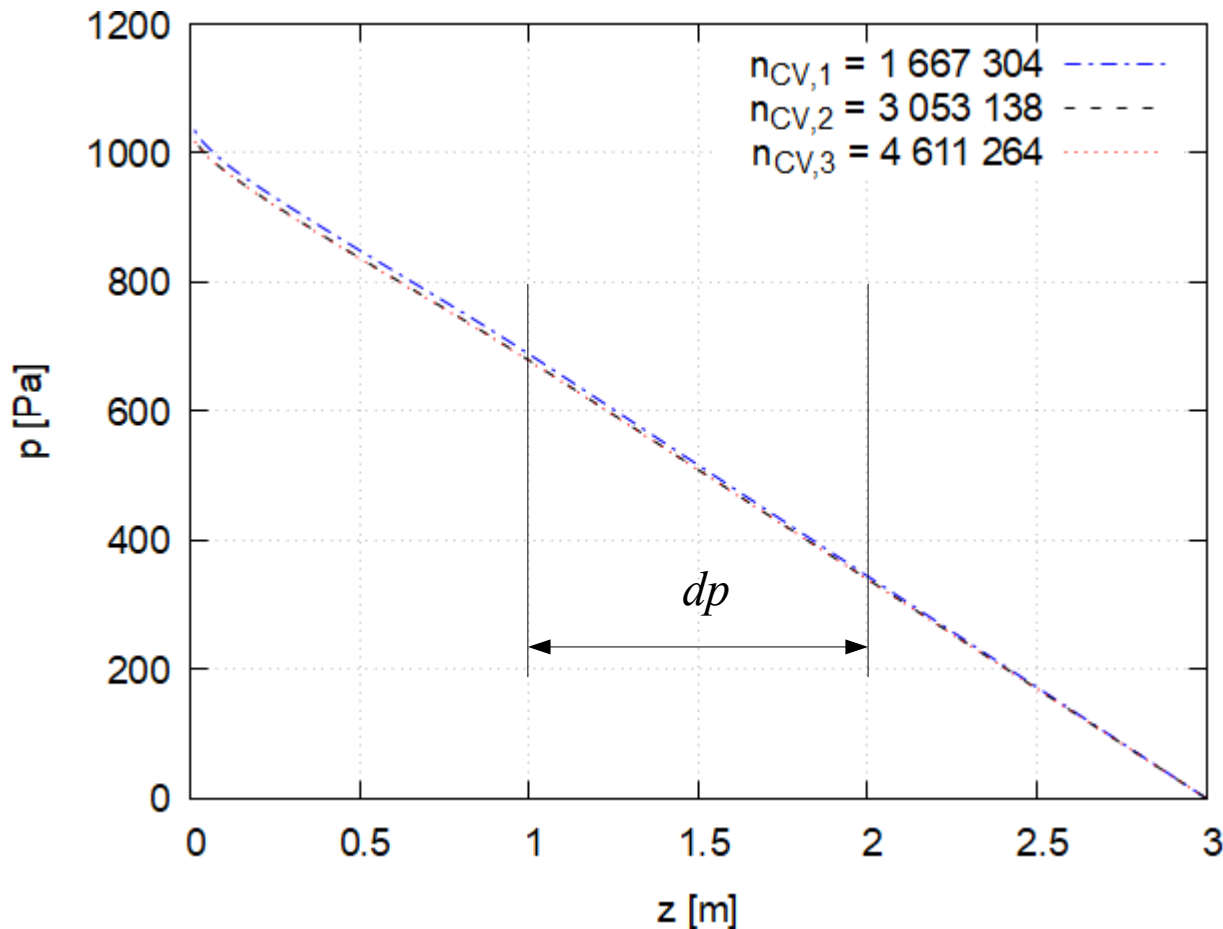


Siatka strukturalna
(26961 komórek).



Przykład testu siatki dla modelu suszarki fontannowej
(tu wskaźnikiem charakteryzującym model jest wysokość fontanny).

Test siatki



Orthogonal quality = 0.44 , 0.57 , 0.47

Skewness = 0.56 , 0.60 , 0.65

$$dp_1 = 344.23 \quad \delta_1 = 5.18\%$$

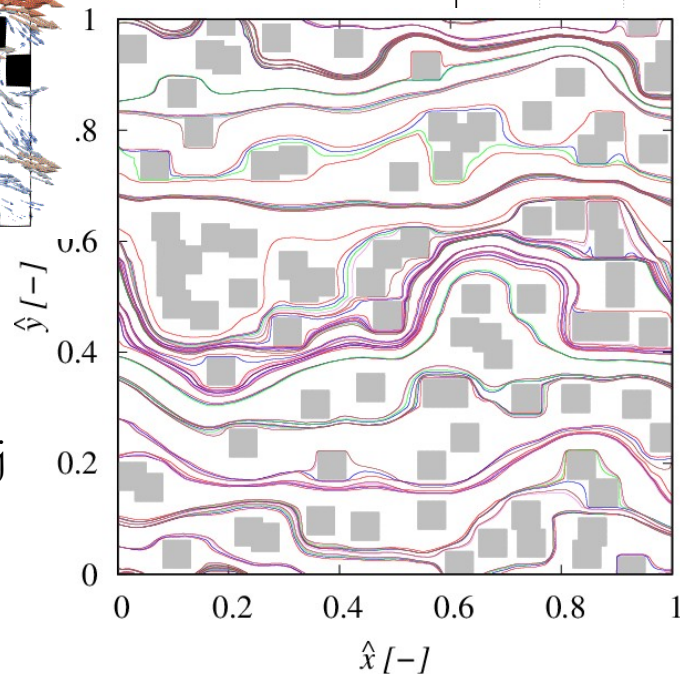
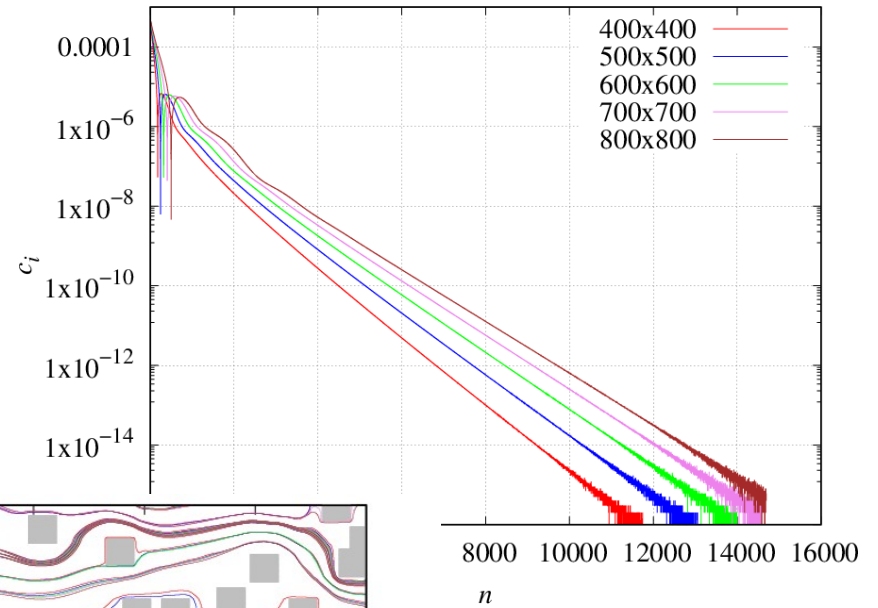
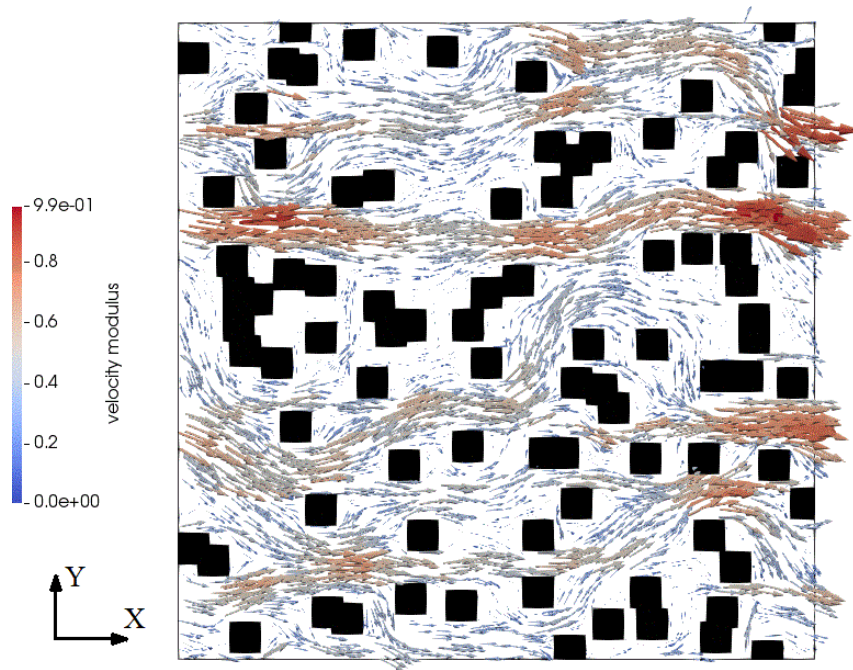
$$dp_2 = 339.13 \quad \delta_2 = 3.63\%$$

$$dp_3 = 338.65 \quad \delta_3 = 3.48\%$$

Błąd w stosunku do
rozwiązania analitycznego

Przykład testu siatki w modelu przeznaczonym do obliczania spadków ciśnień w rurze kołowej (tu wskaźnikiem charakteryzującym model jest spadek ciśnienia).

Test siatki

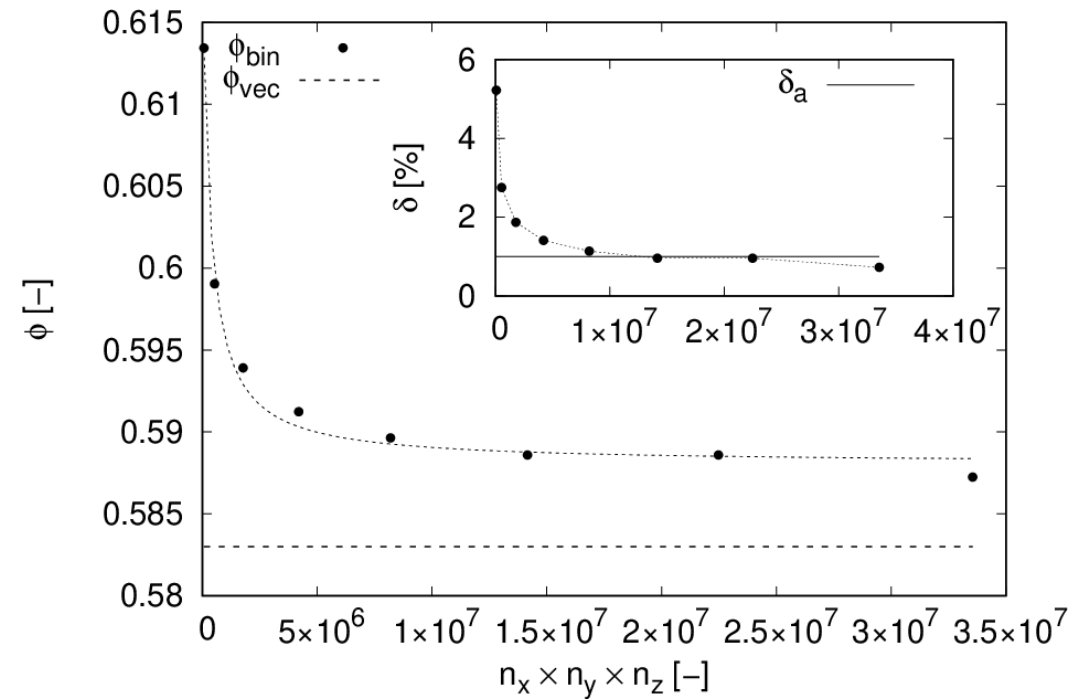
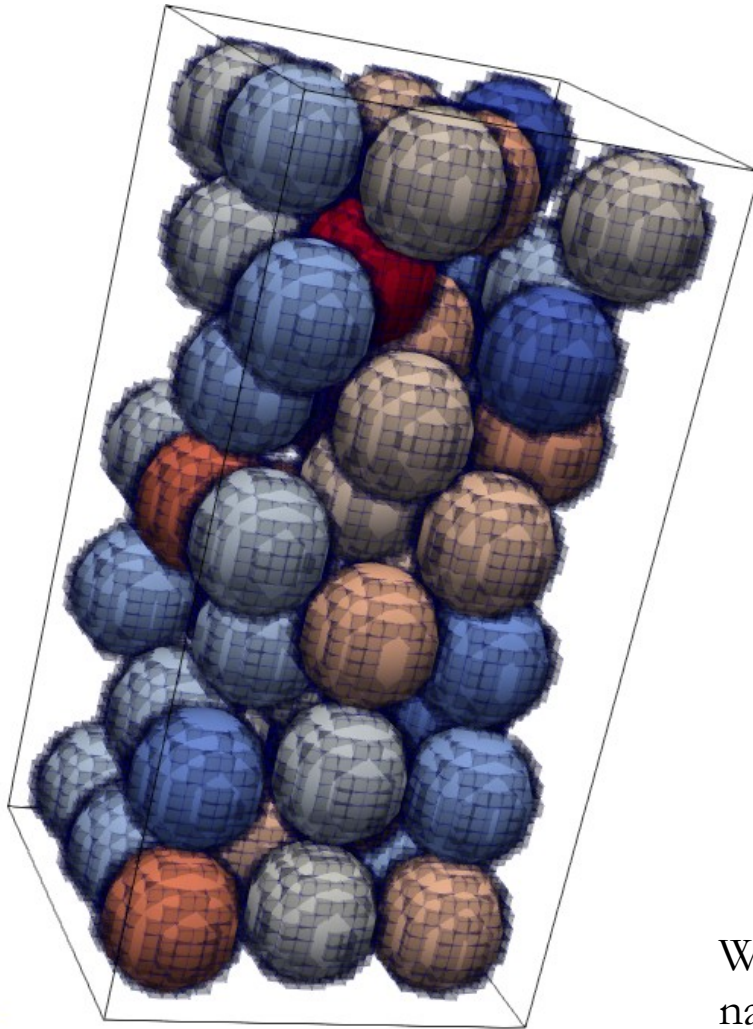


Wpływu rozdzielczości siatki binarnej na przebieg linii prądu (krętości) [Wojciech Sobieski, kod własny].

Tu wskaźnikiem charakteryzującym model jest długość ścieżki.

$n_r = 4$ — $n_r = 5$ — $n_r = 6$ — $n_r = 7$ — $n_r = 8$ —

Test siatki



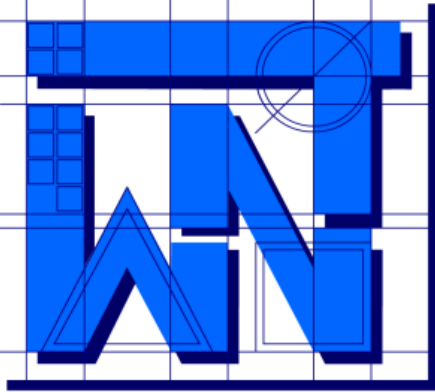
Wpływu rozdzielczości konwersji typu geometrii na porowatość siatki binarnej [Wojciech Sobieski, kod własny] (uu wskaźnikiem charakteryzującym model jest porowatość).

Podsumowanie

Zagadnienia:

Dyskretyzacja, rodzaje dyskretyzacji przestrzeni, elementy siatek numerycznych, rodzaje siatek numerycznych, siatki strukturalne, siatki niestukturalne, siatki hybrydowe, siatki wieloblokowe, siatki wielostrefowe, siatki nakładające się, siatki adaptujące się, siatki ruchome, interfejsy bloków lub stref, siatki inflacyjne, funkcje rozpinające, rodzaje siatek wg standardu VTK, ortogonalność siatek numerycznych, gładkość siatek numerycznych, dopasowanie do zagadnienia, praca w ANSYS Meshing 2022 R2, kryteria oceny jakości siatki, strategia generowania siatek, test siatki.

Wydział Nauk Technicznych



UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



Dziękuję za uwagę

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2003-2024