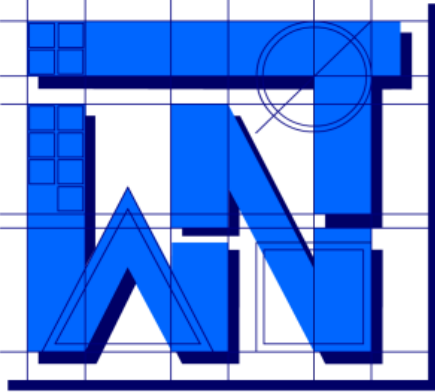


Wydział Nauk Technicznych



UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



Obliczeniowa Dynamika Płynów

Computational Fluid Dynamics – CFD

Modelowanie Turbulencji

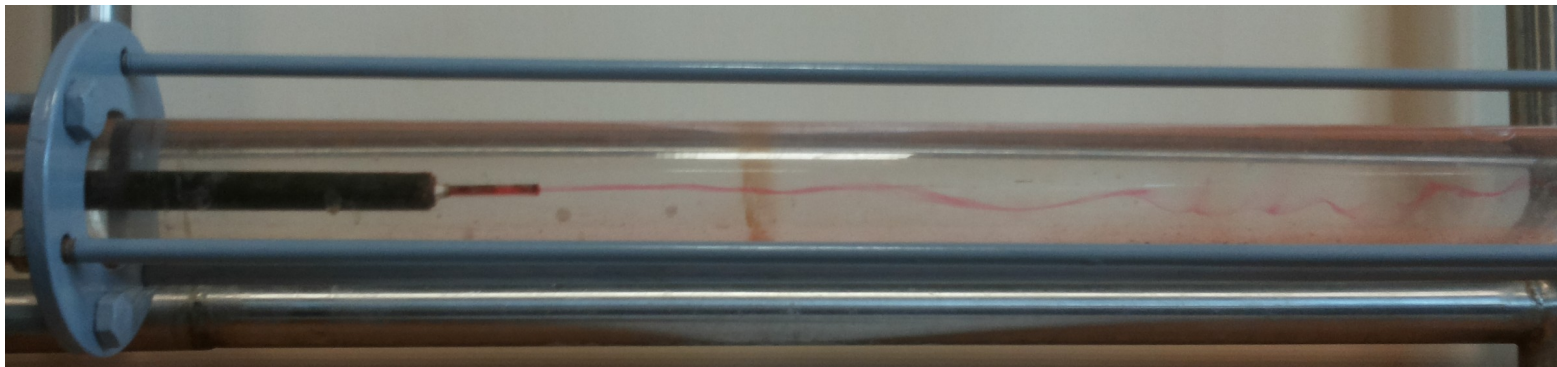
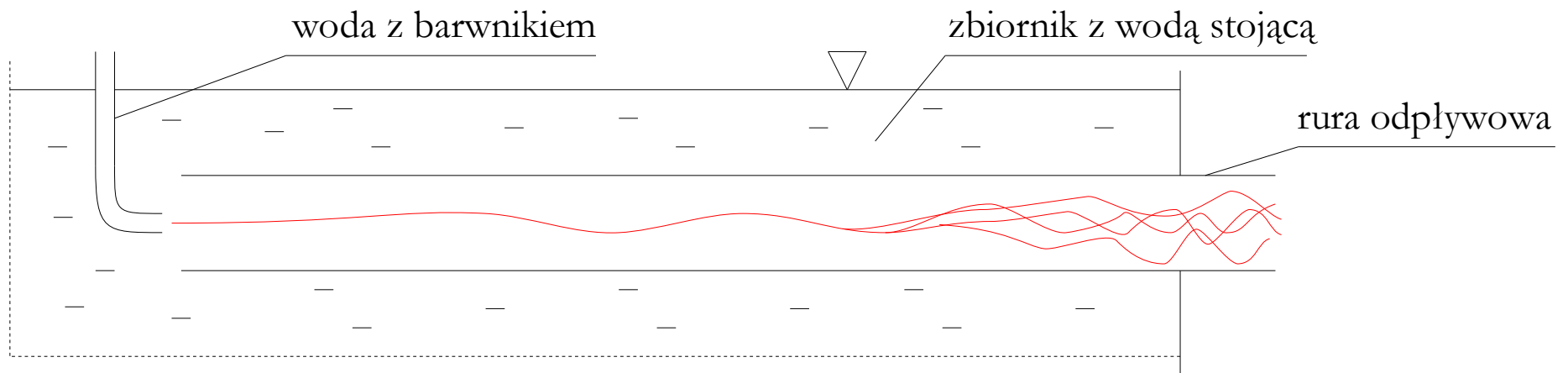
wersja: 13 lutego 2024

Wojciech Sobieski

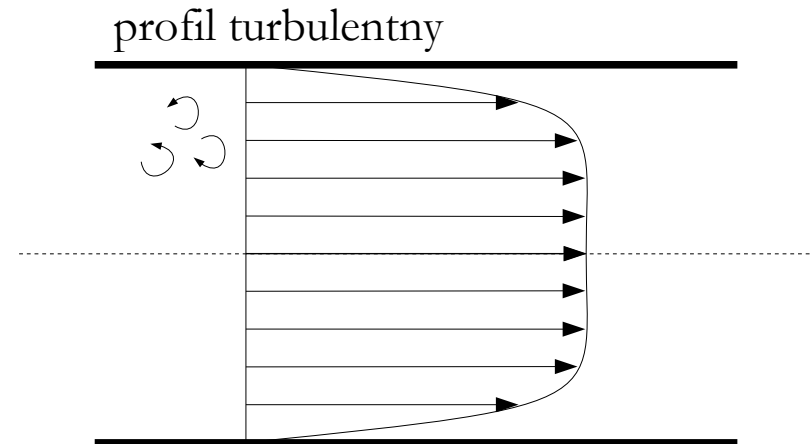
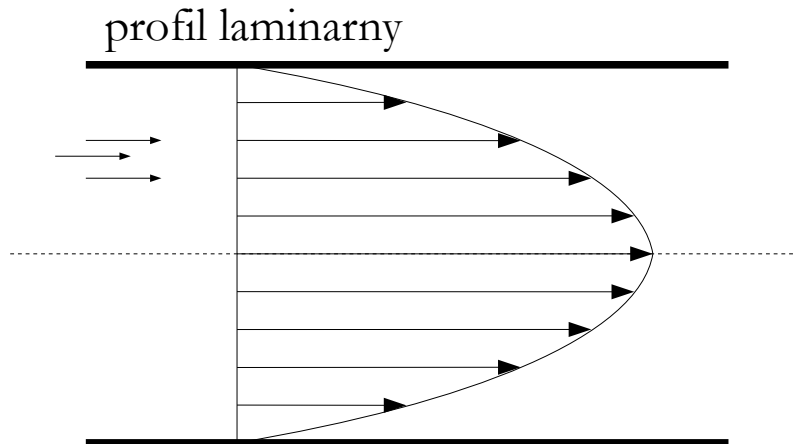
Olsztyn, 2003-2024

Doświadczenie Reynoldsa

Doświadczenie Reynoldsa – doświadczenie ukazujące zmianę charakteru ruchu po przekroczeniu pewnej umownej granicy, zwanej dolną krytyczną liczbą Reynoldsa.



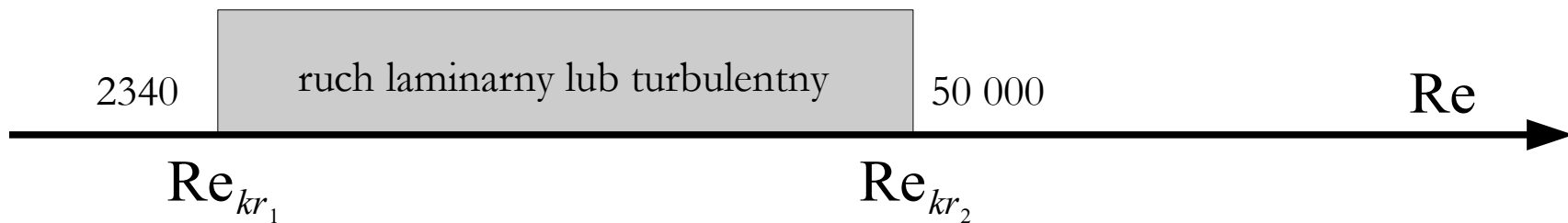
Ruch laminarny i turbulentny



$Re_{kr1} < 2340$ - przepływ laminarny

$Re_{kr1} > 2340$ - przepływ turbulentny

} dolna krytyczna liczba Reynoldsa



Liczba Reynoldsa

Liczba Reynoldsa – stosunek sił czynnych (sił bezwładności) do sił biernych związanych z tarciem wewnętrznym w płynie przejawiającym się w postaci lepkości.

$$\text{Re} = \frac{v \cdot l}{\nu}$$

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\mu}$$

v - prędkość charakterystyczna (średnia) $\left[\frac{m}{s} \right]$

l - wymiar charakterystyczny $[m]$

ρ - gęstość $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$

ν - kinematyczny współczynnik lepkości $\left[\frac{m^2}{s} \right]$

μ - współczynnik lepkości dynamicznej $[Pa \cdot s]$

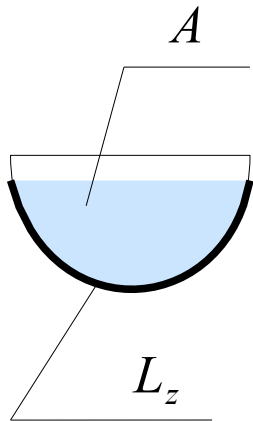
Dla przewodów kołowych: $l = d$

Dla pozostałych przewodów: $l = 4 \cdot r_h$

Dla rury kołowej
całkowicie zalanej: $\text{Re} = \frac{c \cdot d}{v}$

Promień hydrauliczny

Promień hydrauliczny – wymiar charakterystyczny przepływu obliczany dla przypadków, w których nie cały przekrój poprzeczny przewodu lub kanału zalany jest cieczą.



r_h - promień hydrauliczny [m]

A - pole przekroju strumienia płynu [m²]

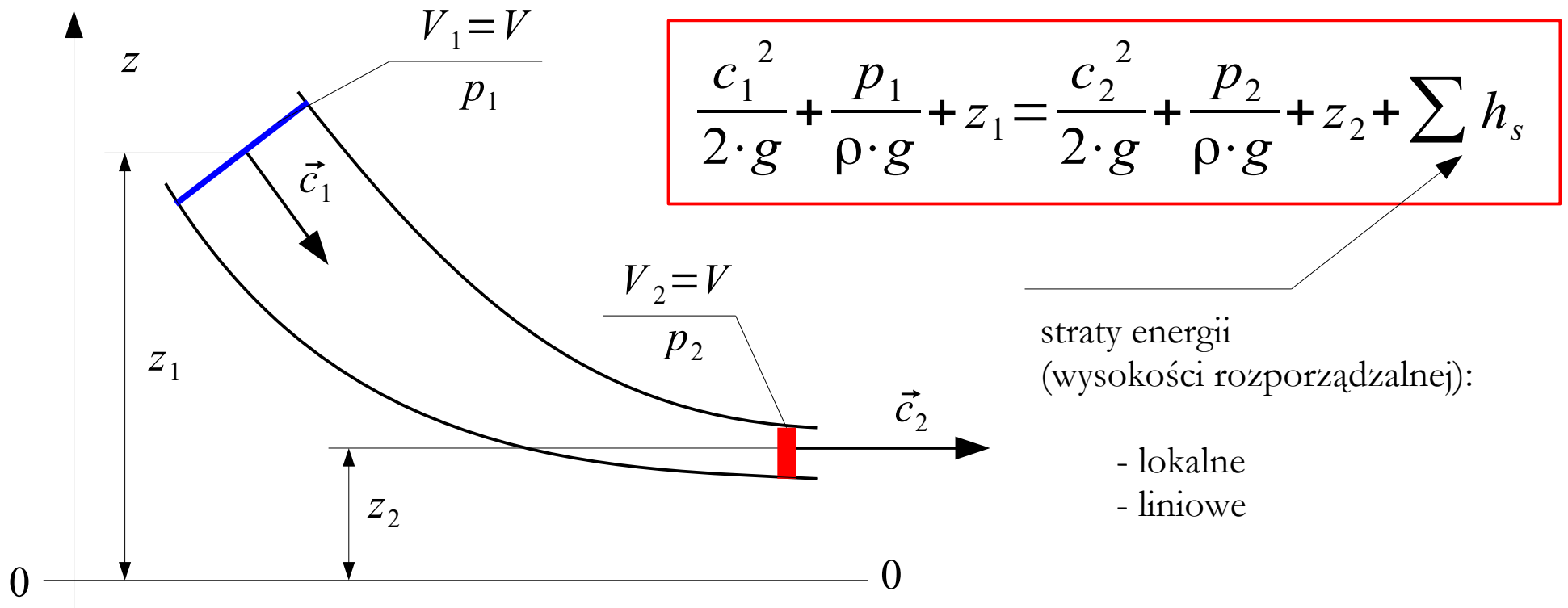
L_z - obwód zwilżony [m]

$$r_h = \frac{A}{L_z}$$

$$\text{Re} = \frac{c \cdot 4 \cdot r_h}{v} = \frac{4 \cdot c \cdot A}{v \cdot L_z}$$

Równanie Bernoulliego płynu rzeczywistego

Równanie Bernoulliego płynu rzeczywistego – szczególna postać Zasady Zachowania Energii, w której bilansuje się energię mechaniczną (kinetyczną i potencjalną), energię ciśnienia oraz straty tych energii.



Straty lokalne

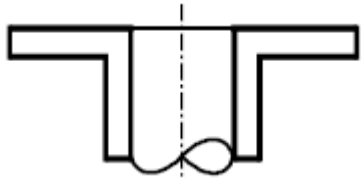
Straty lokalne – straty energii (wysokości rozporządzalnej) spowodowane np. zmianą kształtu geometrycznego przewodu, przewężeniem, kolankiem, zaworem itp.

$$h_s = \frac{c^2}{2 \cdot g} \cdot \xi \quad [m]$$

ξ - współczynnik strat lokalnych

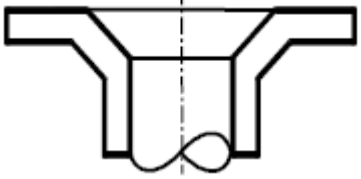


Straty lokalne



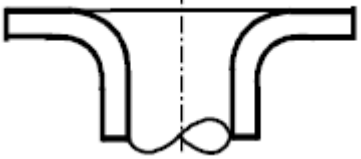
- wlot o ostrych krawędziach

$$\xi = 0.5$$



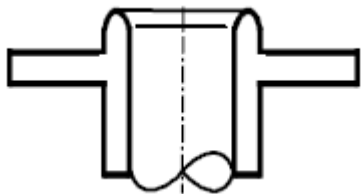
- wlot o ściętych krawędziach

$$\xi = 0.25$$



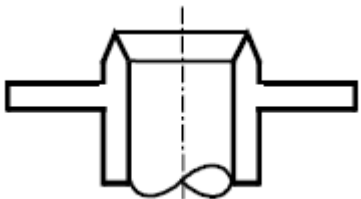
- wlot o zaokrąglonych krawędziach

$$\xi = 0.1 \div 0.06$$



- wlot do rury wystającej do zbiornika przy zaokrąglonych krawędziach wystającej części

$$\xi = 0.56$$



- wlot do rury wystającej do zbiornika przy ostrych krawędziach wystającej części

$$\xi = 1.3$$

przykłady wartości współczynnika strat lokalnych

Straty liniowe

Straty liniowe – straty energii (wysokości rozporządzalnej) spowodowane tarciem płynu lepkiego o ścianki przewodu. Wysokość strat liniowe opisuje się najczęściej wzorem Darcy-Weisbacha:

$$h_s = \frac{c^2}{2 \cdot g} \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d} \quad [m] \quad \lambda - \text{współczynnik strat liniowych}$$

Ruch laminarny (formuła wyprowadzona z równania Hagen-Poiseuille'a):

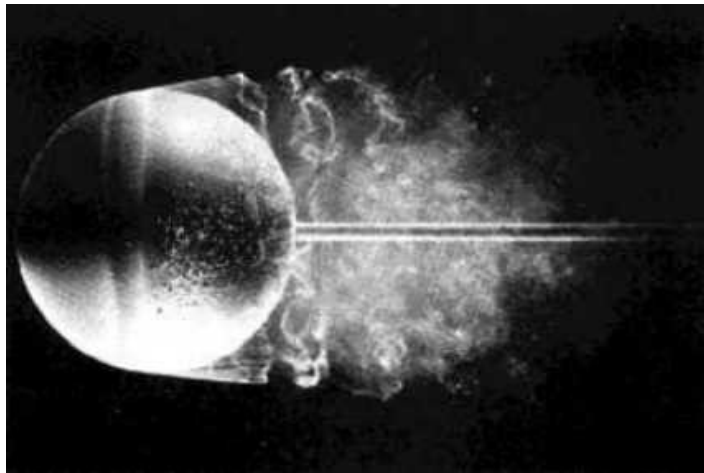
$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad \longrightarrow \quad \text{Re} < 2340$$

Ruch turbulentny (tu formuła Blasiusa):

$$\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad \longrightarrow \quad \text{Re} > 2340$$

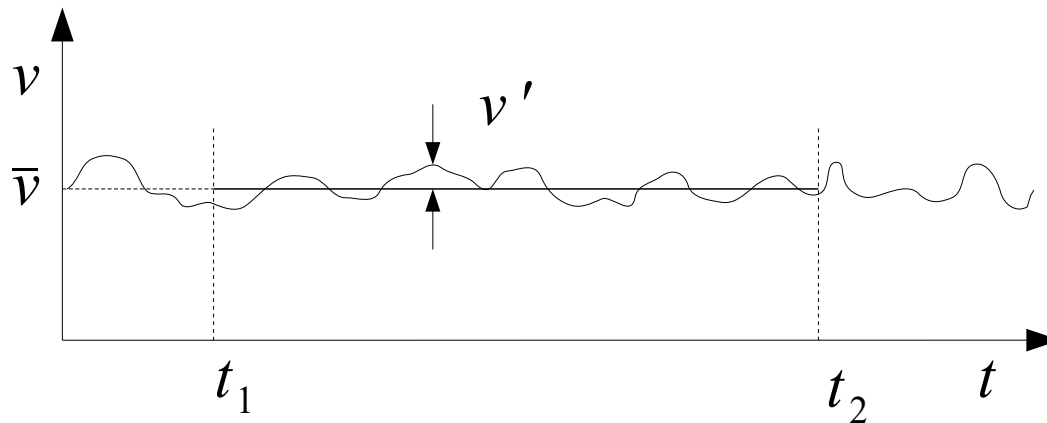


Turbulencja w przyrodzie



Dekompozycja pola prędkości

Dekompozycja pola prędkości – koncepcja traktowania prędkości lokalnej w drobnoskalowym ruchu turbulentnym jako sumy pewnej prędkości średniej oraz prędkości fluktuacji.



$$v = \bar{v} + v'$$

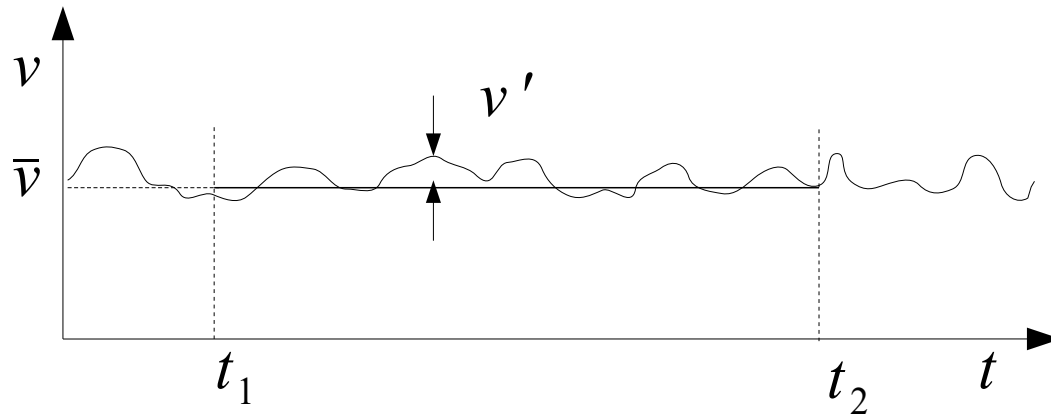
v - prędkość lokalna

\bar{v} - prędkość średnia

v' - fluktuacja prędkości

$$\left[\frac{m}{s} \right]$$

Dekompozycja pola prędkości



Prędkość średnia:

$$\bar{v} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v' dt = 0$$

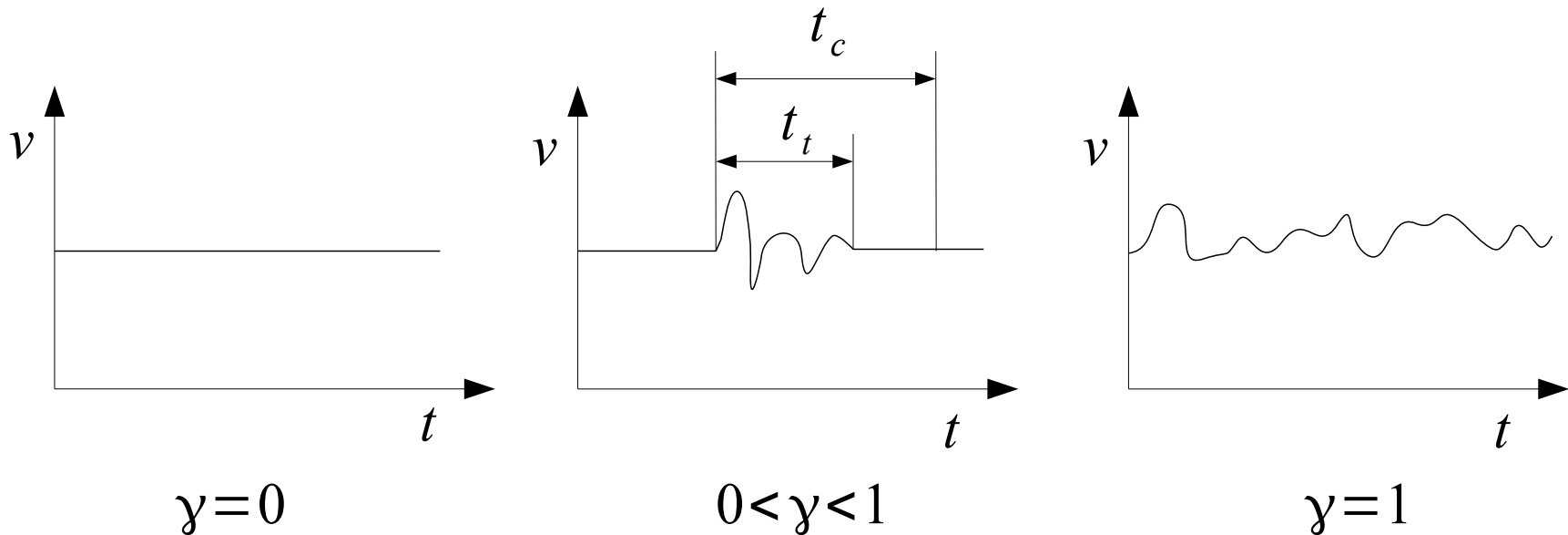
WNIOSEK 1: skoro prędkość średnia liczona jest jako średnia arytmetyczna fluktuacji dodatnich i ujemnych w czasie $dt = t_2 - t_1$, to dla tego samego odcinka czasu suma fluktuacji dodatnich i ujemnych musi być równa zero.

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v' v' dt = \overline{v' v'}$$

WNIOSEK 2: suma kwadratów fluktuacji dla odcinka czasu $dt = t_2 - t_1$ nie jest równa zero.

Parametry opisujące turbulencję

Współczynnik intermitencji – parametr określający względny czas występowania ruchu turbulentnego.



$$\gamma = \frac{t_t}{t_c}$$

t_t - czas występowania ruchu turbulentnego

t_c - czas obserwacji rodzaju ruchu

Parametry opisujące turbulencję

Stopień turbulencji – parametr określający intensywność prędkości fluktuacji w stosunku do prędkości średniej:

$$\varepsilon_t = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \left(\overline{(v'_x)^2} + \overline{(v'_y)^2} + \overline{(v'_z)^2} \right)}}{\bar{v}}$$

Energia kinetyczna turbulencji – parametr określający średnią energię kinetyczną przenoszoną przez prędkość fluktuacji:

$$k = \frac{\overline{v'v'}}{2}$$

Parametry opisujące turbulencję

Prędkość dyssypacji energii kinetycznej turbulencji – prędkość rozpraszania się energii kinetycznej turbulencji. Formuła zależy od modelu turbulencji.

$$\varepsilon =$$

$$\omega =$$

Droga mieszania – średnia odległość, po przebyciu której element płynu traci cechy wyróżniające go z otoczenia. Formuła opisująca drogę mieszania zależy od modelu turbulencji.

$$l_m =$$

Rodzaje turbulencji

- **Turbulencja izotropowa** – występuje, gdy średnie kwadraty pulsacji na poszczególnych kierunkach są jednakowe. Oznacza to, że w przepływie nie ma preferowanych kierunków pulsacji.

$$\overline{(v'_x)^2} = \overline{(v'_y)^2} = \overline{(v'_z)^2}$$

- **Turbulencja anizotropowa** – przeciwieństwo turbulencji izotropowej. Oznacza to, że w przepływie daje się zauważyć preferowane kierunki pulsacji.

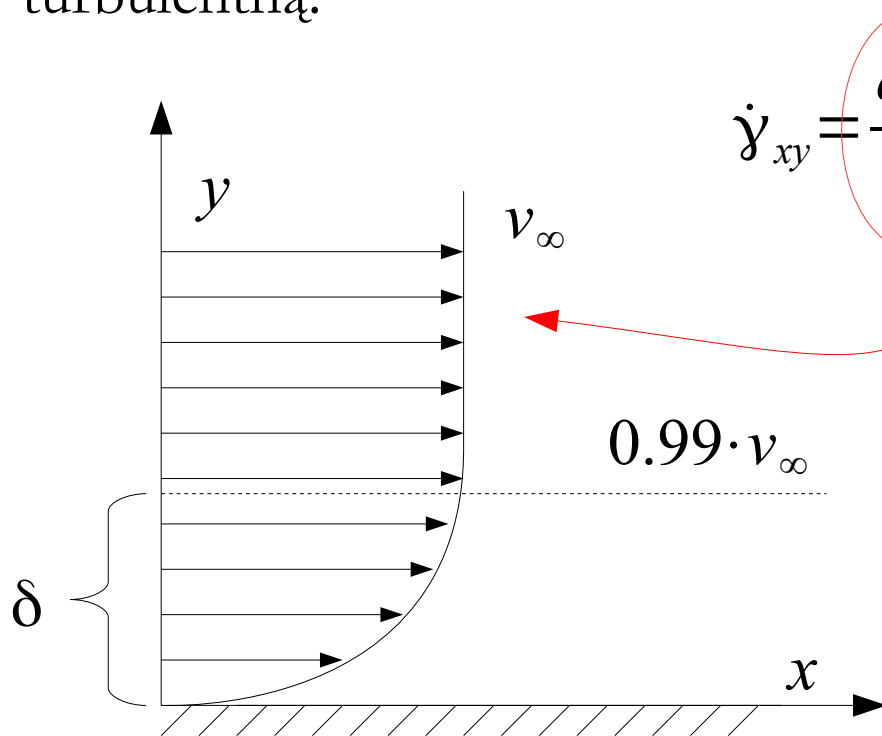
$$\overline{(v'_x)^2} \neq \overline{(v'_y)^2} \neq \overline{(v'_z)^2}$$

- **Turbulencja homogeniczna** (jednorodna) – występuje, gdy prędkość uśredniana w czasie oraz w przestrzeni są sobie równe.

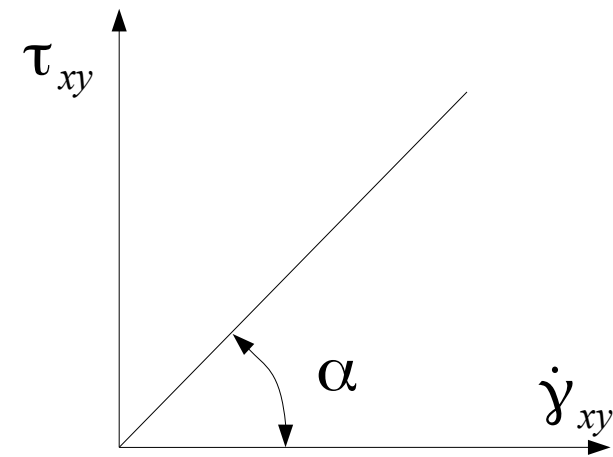
$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v dt = \frac{1}{V} \int_V v dV$$

Warstwa przyścienna

Warstwa przyścienna – warstwa płynu znajdująca się bezpośrednio przy ścianie ciała opływanego. Rozróżnia się warstwę przyścienną laminarną i turbulentną.



δ - grubość warstwy przyściennej

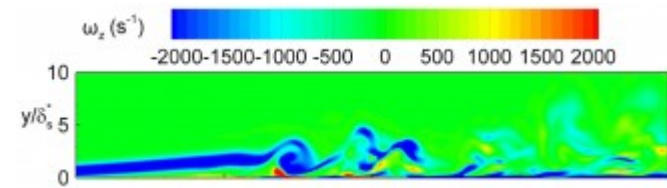
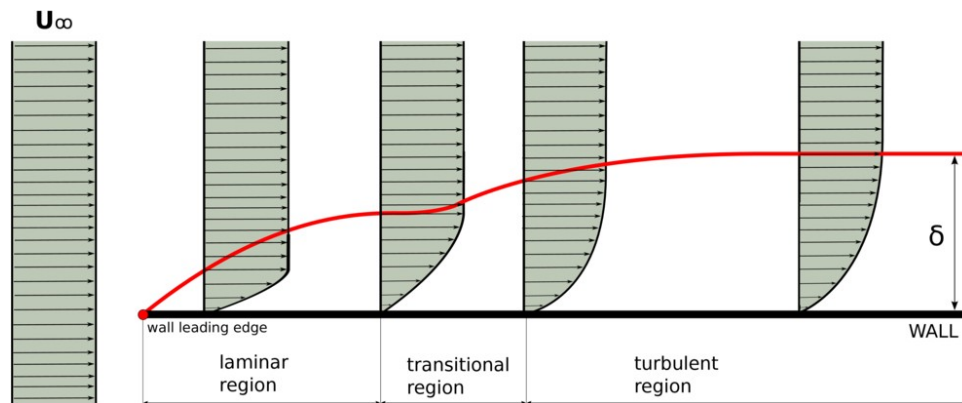
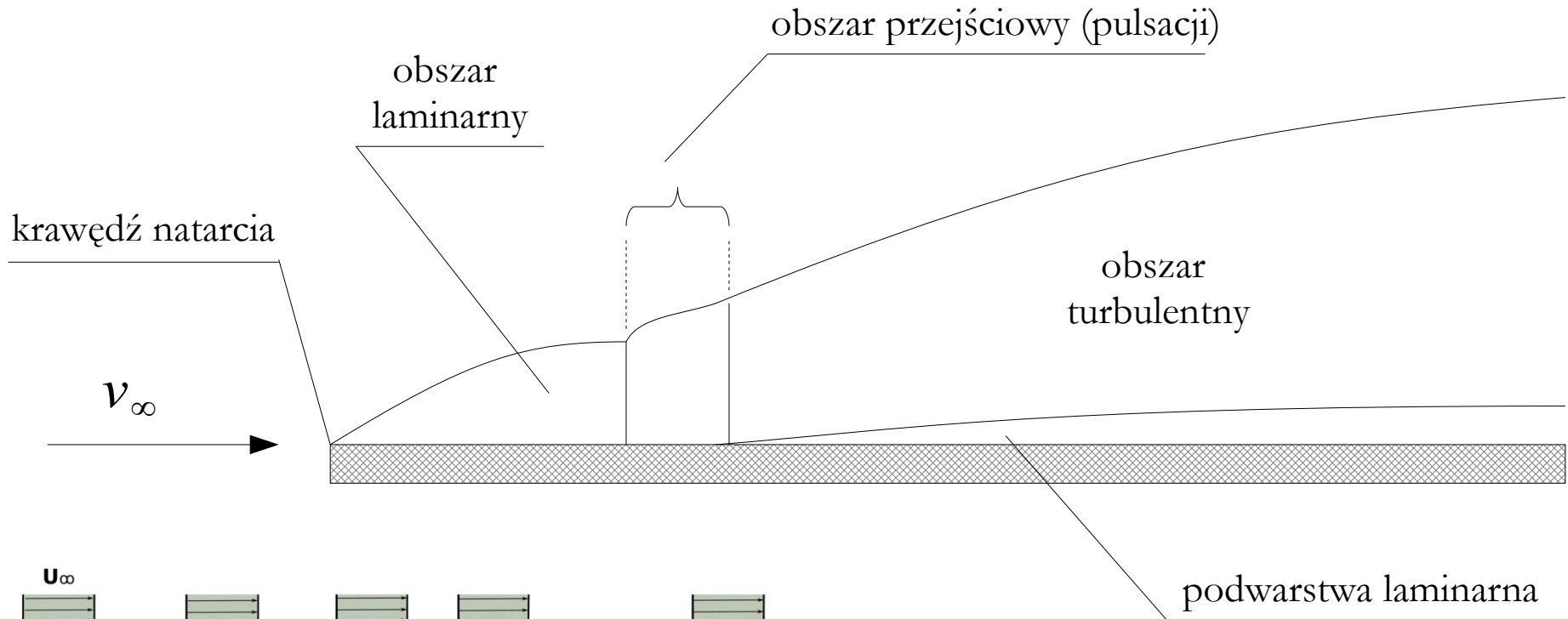


$$\mu = \tan \alpha$$

$$\tau_{xy} = \mu \dot{\gamma}_{xy} \quad [Pa]$$

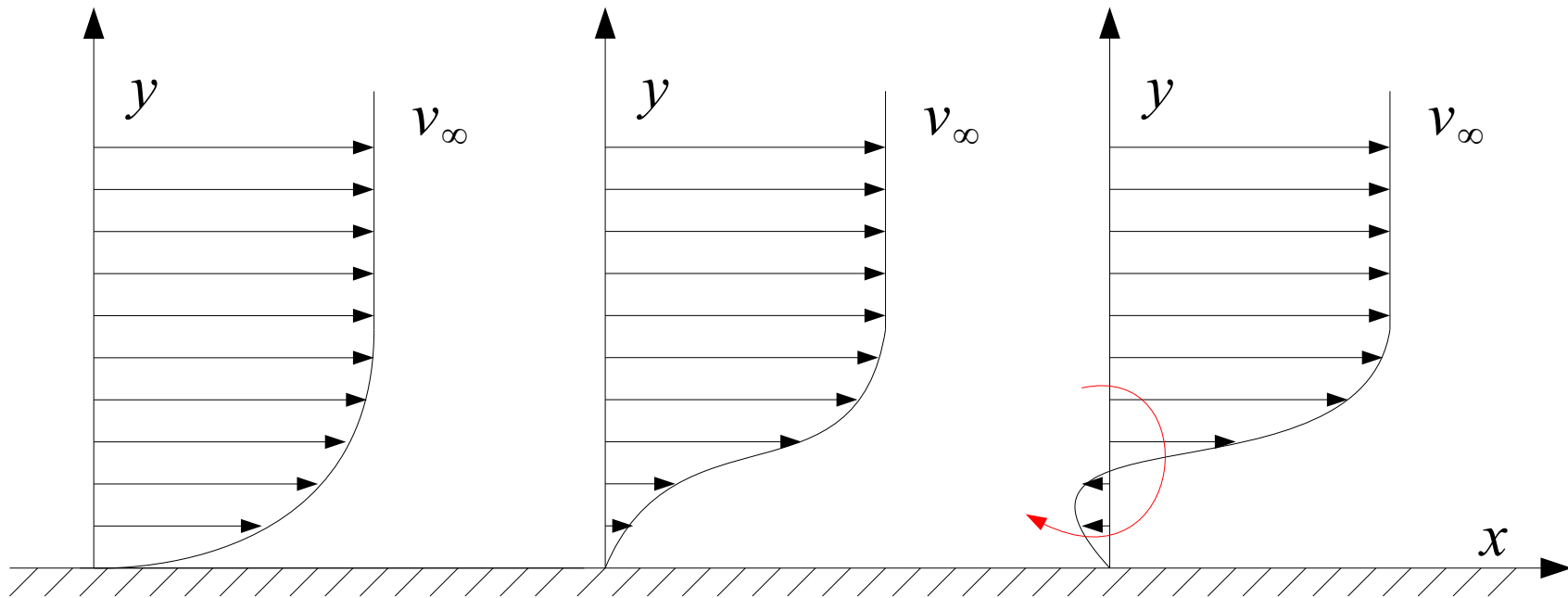
płyn newtonowski

Rozwój warstwy przyściennej na ścianie

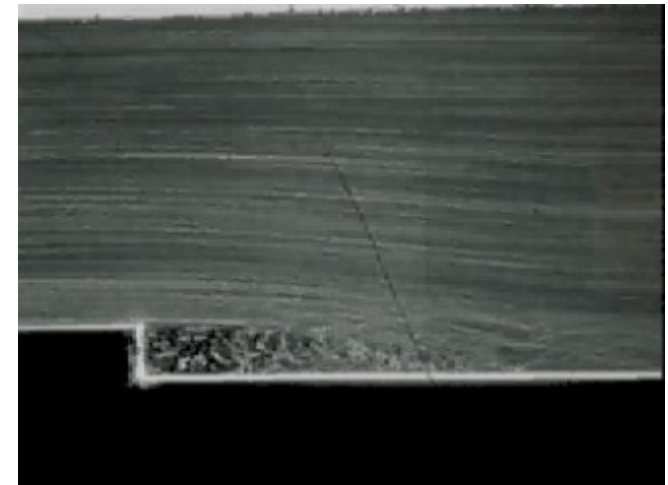
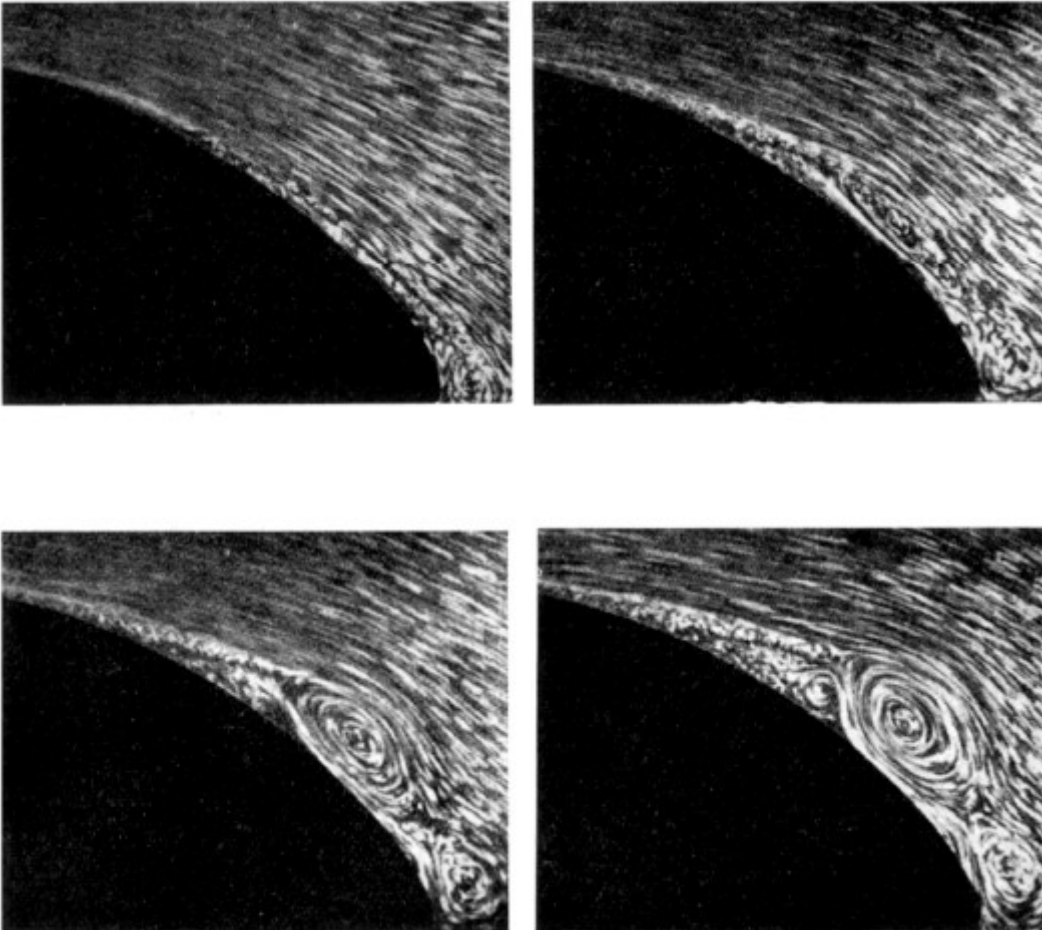


Zjawisko oderwania

Zjawisko oderwania – stopniowe wytracanie energii w warstwie przyściennej prowadzące do powstania wirów i ich propagacji w kierunku rdzenia przepływu.



Zjawisko oderwania



Zjawisko oderwania na profilu kołowym (z lewej) oraz na nagłym uskoku (z prawej).

Wpływ lepkości na warstwę przyścienną



$$\mu = 100 \left[\frac{mPa}{s} \right]$$

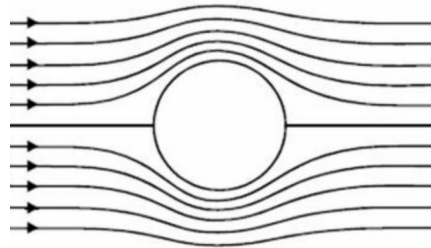


$$\mu = 10 \left[\frac{mPa}{s} \right]$$

Eksperyment ilustrujący wpływ lepkości na grubość warstwy przyściennej – im większa lepkość, tym grubsza warstwa przyścienna.

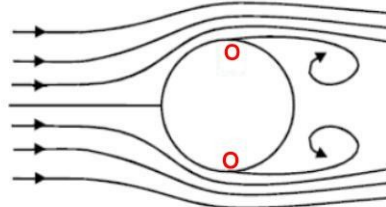
Wiry spływowe

$Re < 2$



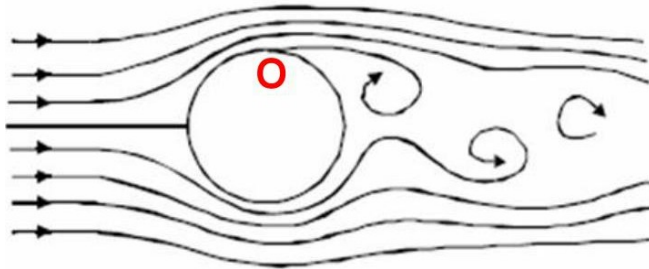
sily bezwładności płynu nie są w stanie pokonać sił lepkości – warstwa przyścienna nie ulega oderwaniu, a płyn w sposób laminarny opływa dookoła praktycznie całą przeszkodę

$2 < Re < 40$



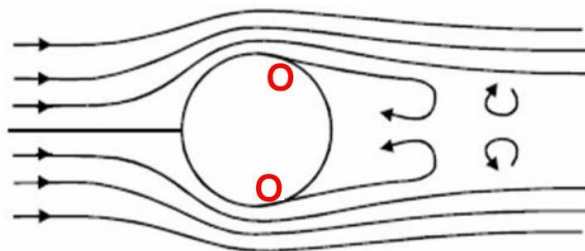
pojawia się oderwanie, ale pęd oraz bezwładność przepływającej strugi są zbyt małe, aby mogły oderwać powstałe wiry – obraz przepływu jest symetryczny

$40 < Re < 10^5$



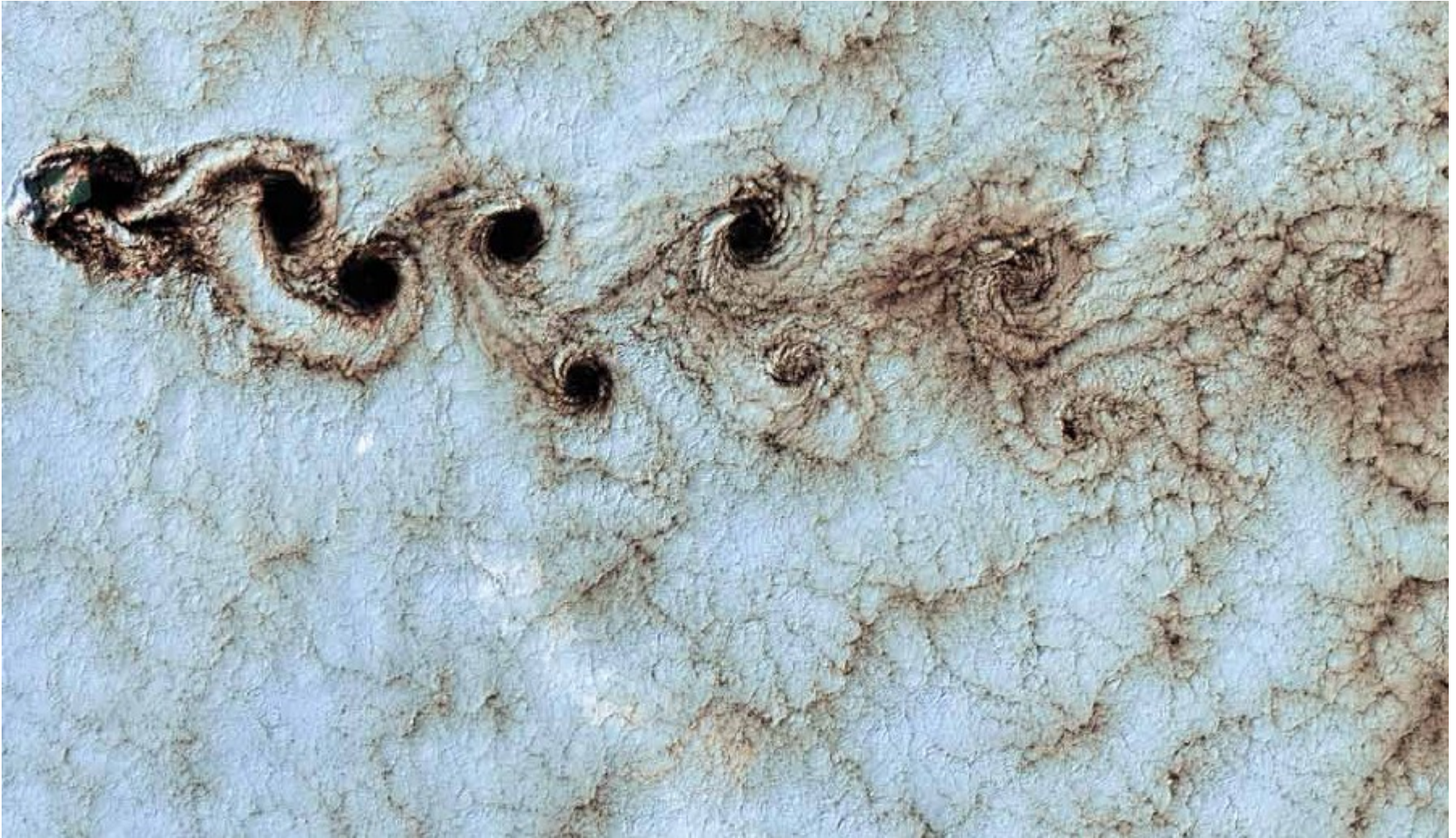
pojawia się oderwanie, a pęd oraz bezwładność przepływającej strugi zrywają naprzemienne tworzące się wiry – układ wirów za ciałem zwany jest **ścieżką** (lub wirami) **von Karmana**

$Re > 10^5$



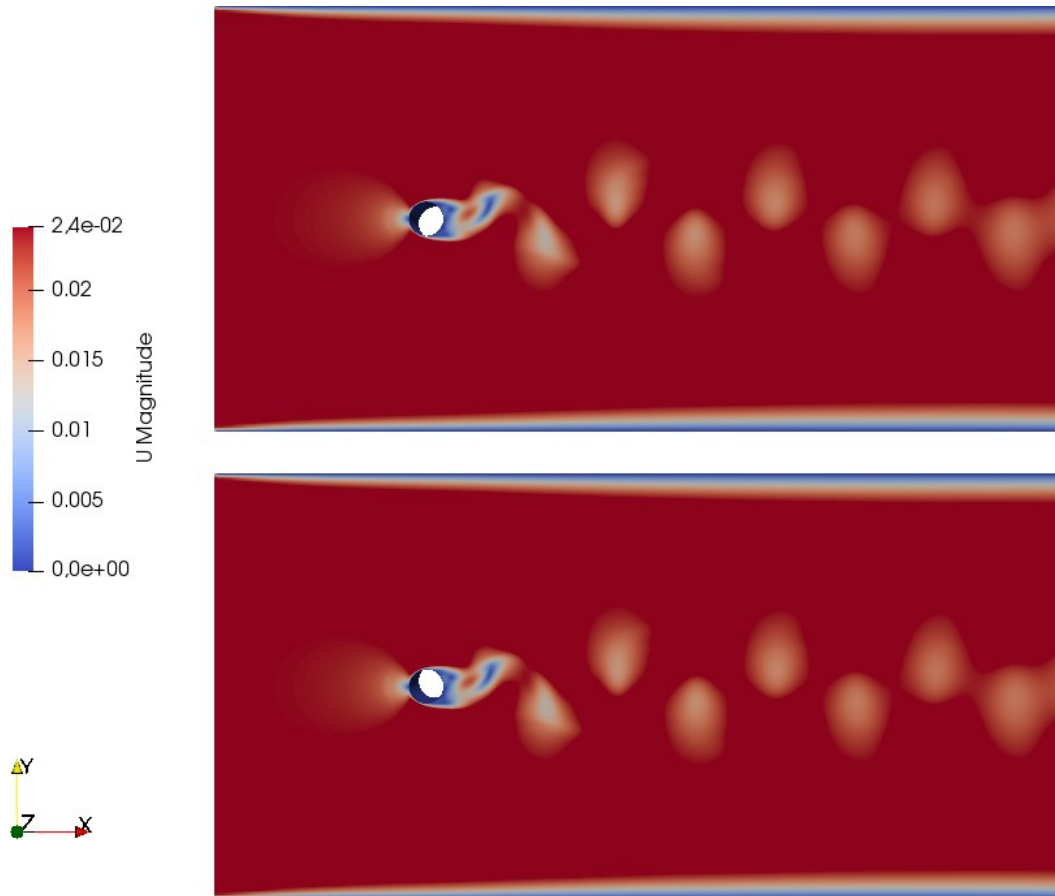
pojawia się oderwanie, a pęd strugi tłumi przepływ i uniemożliwia rozprzestrzenianie się wirów (brak jest na nie miejsca) – obraz przepływu staje się quasi-symetryczny

Ścieżka von Karmana

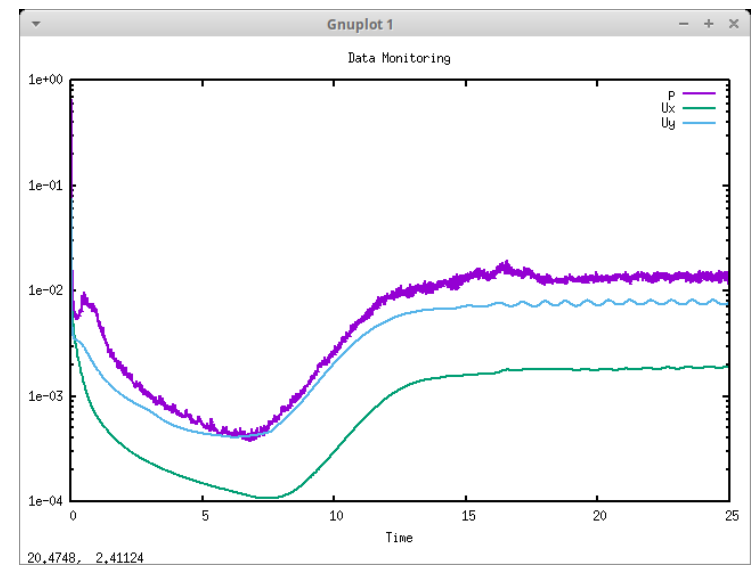


ścieżka wirów von Karmana w atmosferze ziemskiej (opływ wokół wyspy)

Ścieżka von Karmana



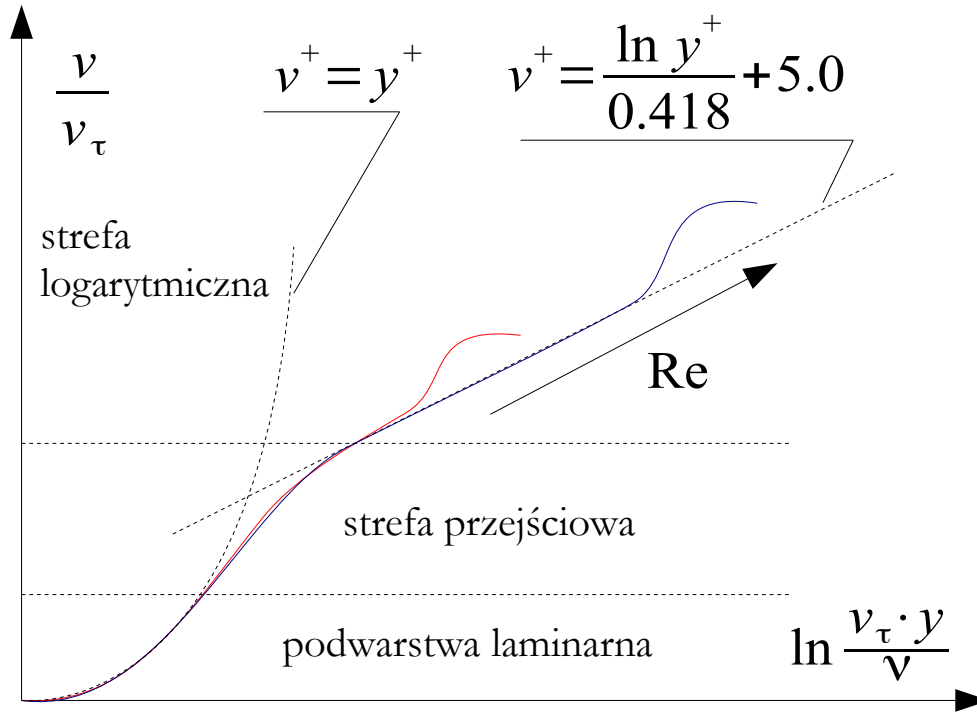
Solwer **icoFoam**.



Solwer **pisoFoam**
(u góry wykres rezyduów).

Przykład modelowania wirów von Karmana w pakiecie OpenFoam.

Turbulentna warstwa przyścienna



von Karman wprowadził bezwymiarowe wielkości pozwalające na opis profili prędkości w warstwie przyściennej.

ρ - gęstość płynu

ν - kinematyczny współczynnik lepkości

τ_w - naprężenia styczne na ścianie

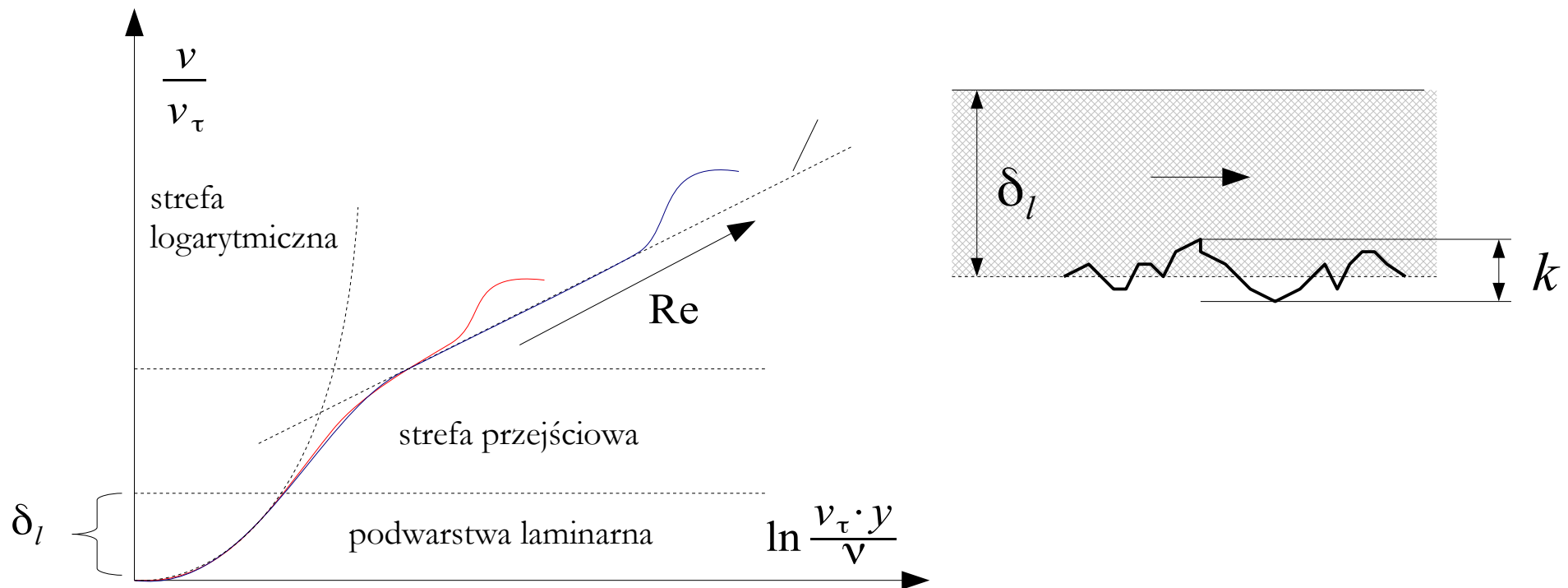
$$y^+ = \frac{y \cdot v_\tau}{\nu} \quad - \text{bezwymiarowa odległość od ściany}$$

$$v^+ = \frac{v}{v_\tau} \quad - \text{bezwymiarowa prędkość przepływu}$$

$$v_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

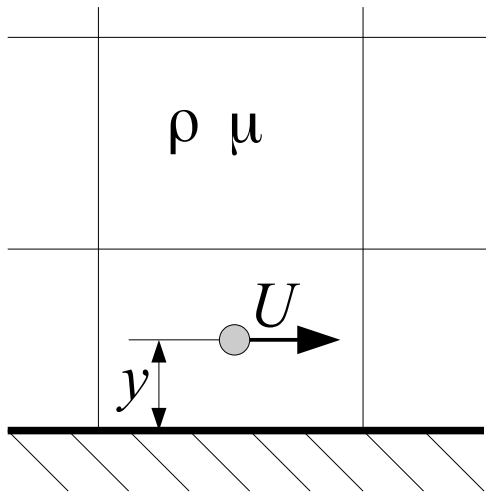
Powierzchnia hydraulicznie gładka

Powierzchnia hydraulicznie gładka – powierzchnia, dla której średnia wysokość chropowatości mieści się w podwarstwie laminarnej. Jeżeli tak jest, to chropowatość nie wpływa na kształt profilu prędkości



y^+

y^+ – parametr używany do określenia, czy dany model numeryczny jest odpowiednio dostosowany do symulacji przepływu w warstwie przyściennej. Dla przepływów laminarnych wartość y^+ powinna być niska, zazwyczaj poniżej 5, podczas gdy dla przepływów turbulentnych może być akceptowalna wartość większa, na przykład 30 lub 100, w zależności od konkretnego przypadku.



$$y^+ = \frac{\rho \cdot U \cdot y}{\mu}$$

ρ - gęstość płynu

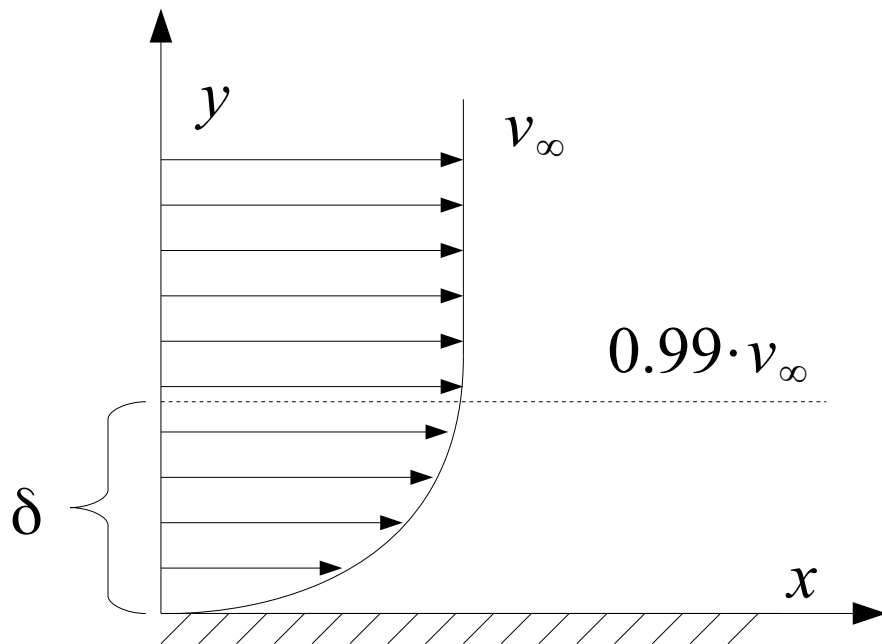
U - prędkość płynu w pierwszej warstwie komórek

y - odległość środka pierwszej komórki od ściany

μ - lepkość dynamiczna płynu

$$y^*$$

y^* – parametr używany w analizie podobieństwa: przepływy o takich samych wartościach y^* uznawane są za podobne w kontekście wpływu warstwy przyściennej na przepływ.



$$y^* = \frac{y}{\delta}$$

y - odległość od ściany

δ - grubość warstwy przyściennej

Reynolds-Averaged Navier-Stokes

Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) – grupa metod symulacji przepływów turbulentnych polegająca na wykorzystaniu koncepcji dekompozycji pola prędkości Reynoldsa, w której **pola prędkości i ciśnienie** rozkładane są na wartość średnią i składową fluktuacyjną.

Koncepcje modelowania turbulencji w RANS:

- **bazujące na dynamicznym współczynniku lepkości turbulentnej** – w tym ujęciu naprężenia turbulentne są proporcjonalne do prędkości deformacji, analogicznie do naprężeń lepkich (tensor naprężeń turbulentnych jest pewnego rodzaju „korektą” tensora naprężeń lepkich).
- **nie bazujące na dynamicznym współczynniku lepkości turbulentnej** – w tym ujęciu składowe tensora naprężeń turbulentnych są wyliczane bezpośrednio z dodatkowych równań – algebraicznych (ASM), różniczkowych (RSM) lub ewolucji – uwzględniających procesy generacji, dyfuzji, konwekcji i dyssypacji.

Reynolds-Averaged Navier-Stokes

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \text{div} (\rho \bar{v} \bar{v} + \bar{p} \bar{I}) = \text{div} (\bar{\tau}^l) + \bar{s}_b \quad \leftarrow \text{Równanie bilansu pędu płynu lepkiego.}$$

$$v = \bar{v} + v' \quad p = \bar{p} + p'$$

tensor naprężeń lepkich

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho (\bar{v} + v')) + \text{div} (\rho (\bar{v} + v') (\bar{v} + v') + (\bar{p} + p') \bar{I}) = \text{div} (\bar{\tau}^l) + \bar{s}_b$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho (\bar{v} + \cancel{v'})) + \text{div} (\rho (\bar{v} \bar{v} + \cancel{\bar{v} v'} + \cancel{v' \bar{v}} + v' v') + (\bar{p} + p') \bar{I}) = \text{div} (\bar{\tau}^l) + \bar{s}_b$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \text{div} (\rho (\bar{v} \bar{v} + \overline{v' v'}) + (\bar{p} + p') \bar{I}) = \text{div} (\bar{\tau}^l) + \bar{s}_b$$

p' - ciśnienie turbulentne

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \text{div} (\rho (\bar{v} \bar{v} + \bar{p} \bar{I})) = \text{div} (\bar{\tau}^l - \rho \overline{v' v'} - p' \bar{I}) + \bar{s}_b$$

$$p' = \frac{2}{3} \rho k$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \text{div} (\rho (\bar{v} \bar{v} + \bar{p} \bar{I})) = \text{div} (\bar{\tau}^l + \bar{\tau}^t) + \bar{s}_b$$

Reynolds-Averaged Navier-Stokes

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \text{div}(\rho e \vec{v} + p \vec{I}) = \text{div}[(\vec{\tau}^l) \vec{v} + \vec{q}_s] + \rho s_e$$

$$v = \bar{v} + v' \quad p = \bar{p} + p'$$

Równanie bilansu energii płynu lepkiego.

analogiczne przekształcenia

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \text{div}(\rho e \bar{v} + \bar{p} \vec{I}) = \text{div}[(\vec{\tau}^l + \vec{\tau}^t - p' \vec{I}) \bar{v} + \vec{q}_s^l + \vec{q}_s^t] + \rho s_e$$

$$p' = \frac{2}{3} \rho k$$

tenson naprężeń turbulentnych

$$\vec{\tau}^t = - \begin{vmatrix} \rho v'_x v'_x & \rho v'_x v'_y & \rho v'_x v'_z \\ \rho v'_y v'_x & \rho v'_y v'_y & \rho v'_y v'_z \\ \rho v'_z v'_x & \rho v'_z v'_y & \rho v'_z v'_z \end{vmatrix}$$

Reynolds-Averaged Navier-Stokes

przepływ laminarny

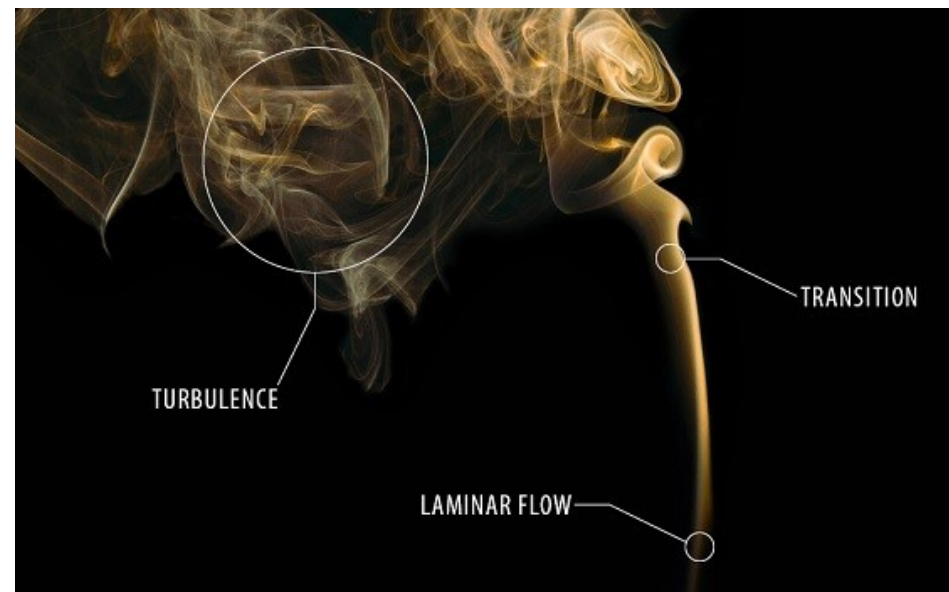
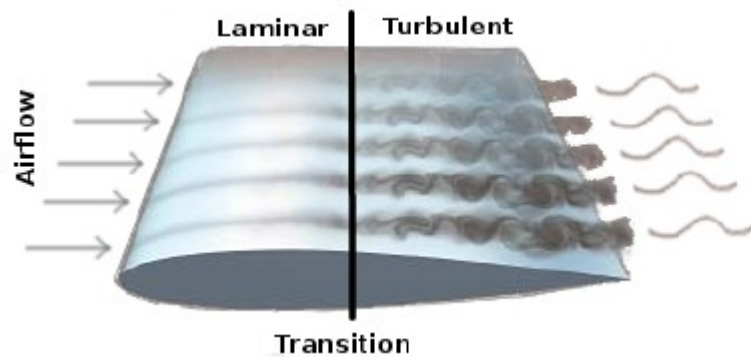
przepływ przejściowy

przepływ turbulentny

$$\overline{\tau}^l \gg \overline{\tau}^t$$

$$\overline{\tau}^l \approx \overline{\tau}^t$$

$$\overline{\tau}^l \ll \overline{\tau}^t$$



Reynolds-Averaged Navier-Stokes

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{v}) + \text{div}(\rho(\bar{v}\bar{v} + \bar{p} \overset{\leftrightarrow}{I})) = \text{div}(\overset{\leftrightarrow}{\tau}^l + \overset{\leftrightarrow}{\tau}^t) + \vec{s}_b$$

korekta tensora naprężeń

Koncepcja traktowania turbulencji jako „korekty” przypadku laminarnego nie obejmuje wirów o większych skalach!

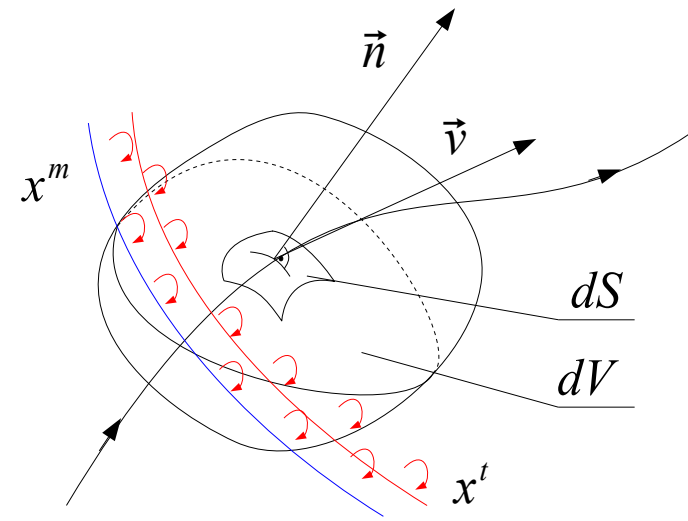
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \text{div}(\rho e \bar{v} + \bar{p} \overset{\leftrightarrow}{I}) = \text{div}\left[\left(\overset{\leftrightarrow}{\tau}^l + \overset{\leftrightarrow}{\tau}^t - p' \overset{\leftrightarrow}{I}\right) \bar{v} + \vec{q}_s^l + \vec{q}_s^t\right] + \rho s_e$$

korekta tensora naprężeń

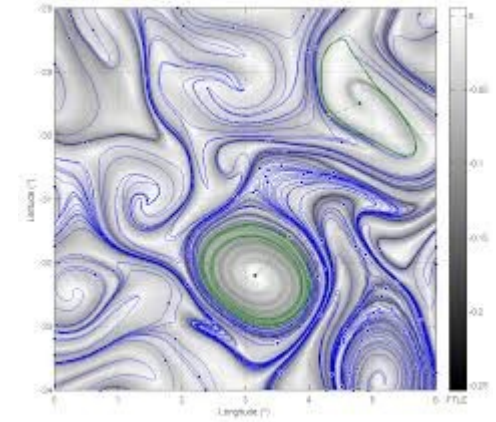
korekta strumienia ciepła

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho) + \text{div}(\epsilon_k \rho \bar{v}) = \text{div}(\vec{J}_k^l + \vec{J}_k^t) + \rho s_k$$

korekta strumienia dyfuzji

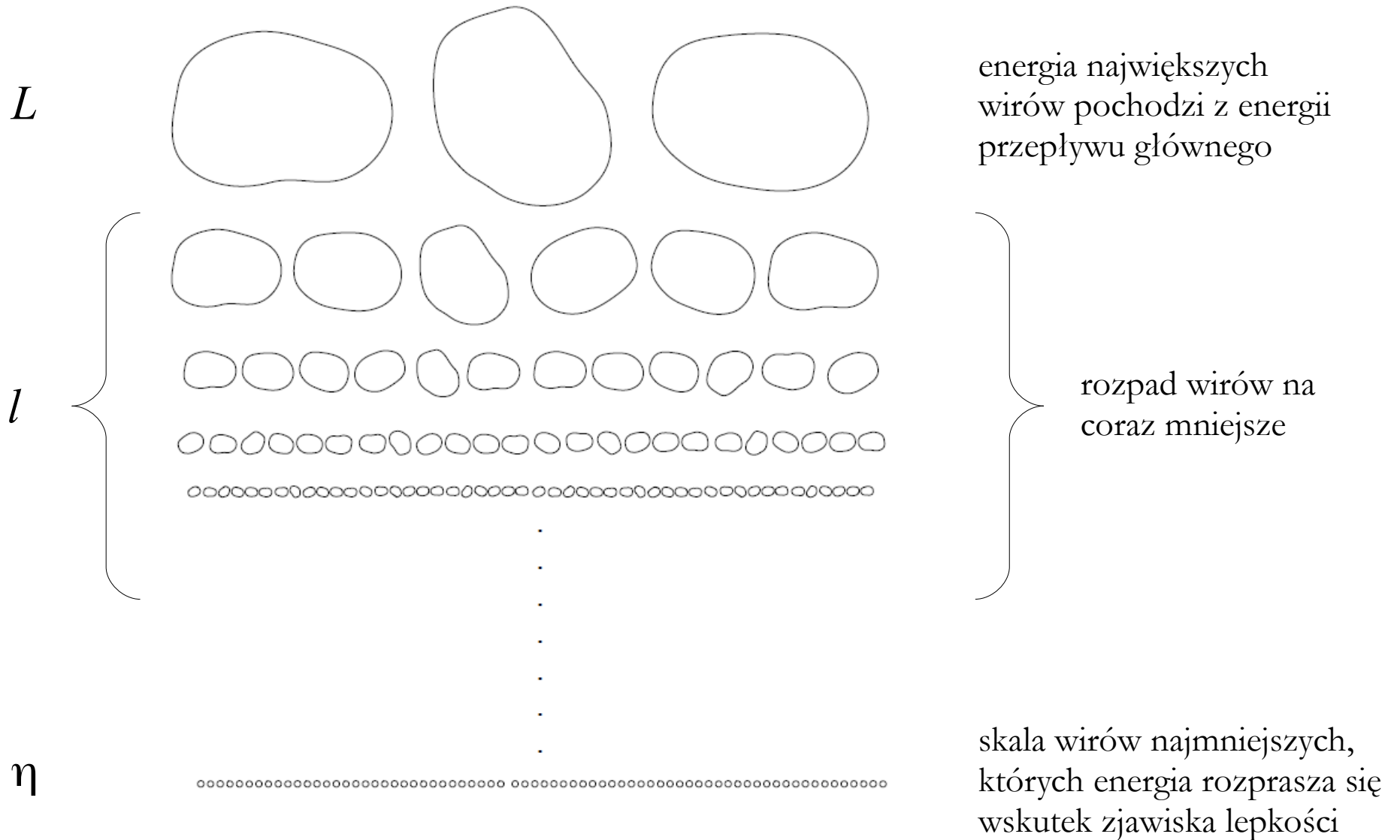


Struktury koherentne

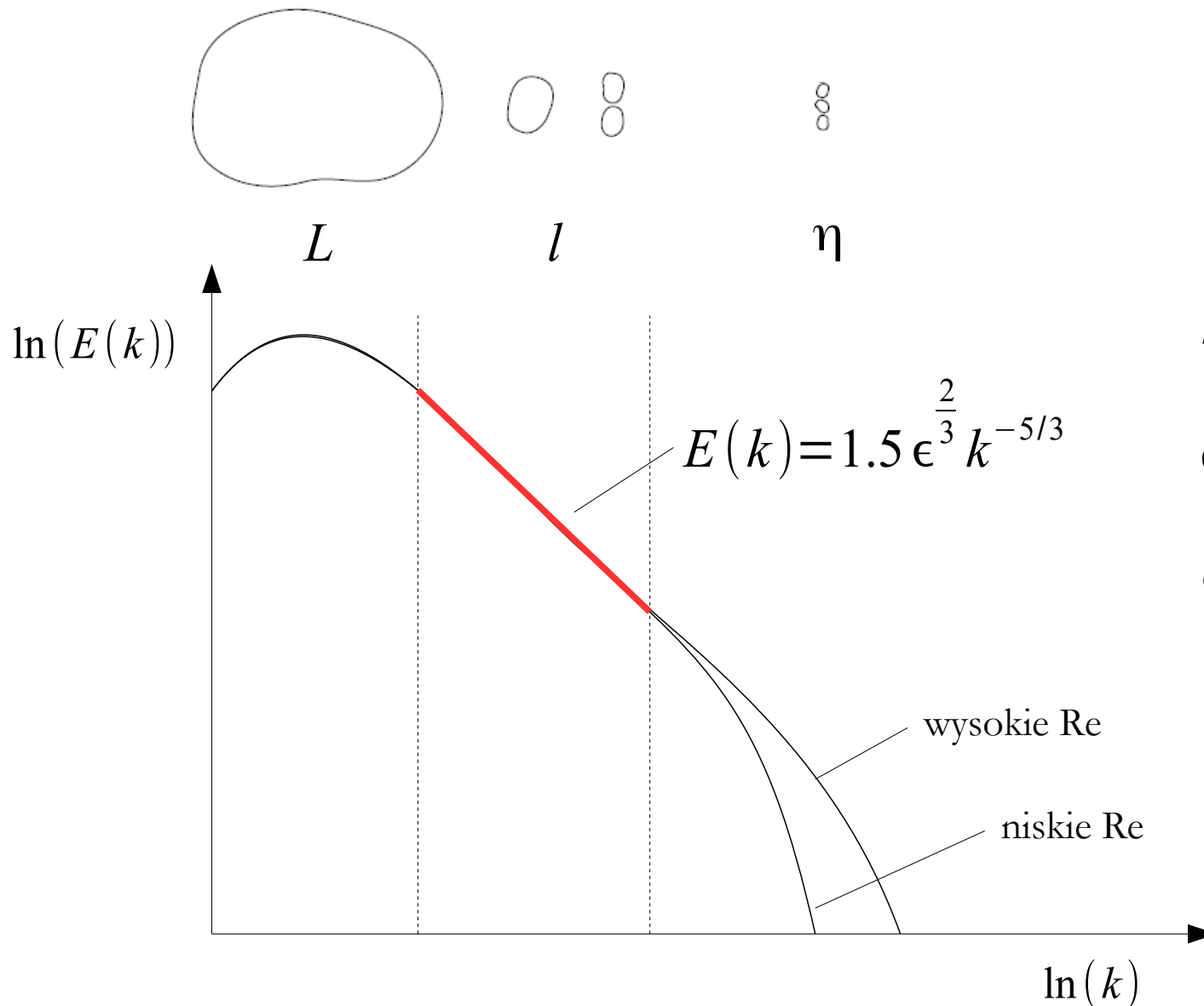


Przykłady struktur koherentnych.

Kaskada energii



Kaskada energii



$$k = \frac{\omega}{c}$$

k - liczba falowa $\left[\frac{1}{m} \right]$

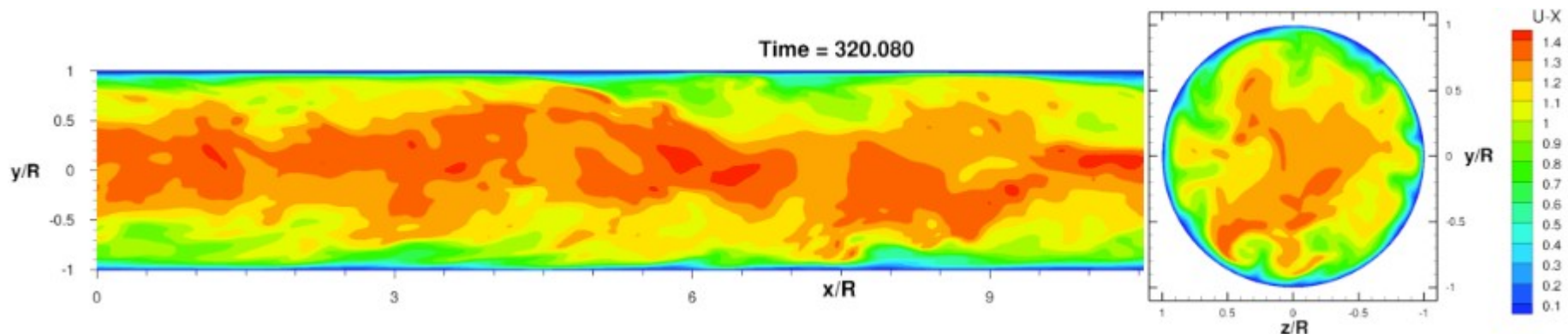
ω - częstość fali $\left[\frac{rad}{s} \right]$

c - prędkość fali $\left[\frac{m}{s} \right]$

Liczba falowa –
miara oscylacji fali
w przestrzeni.

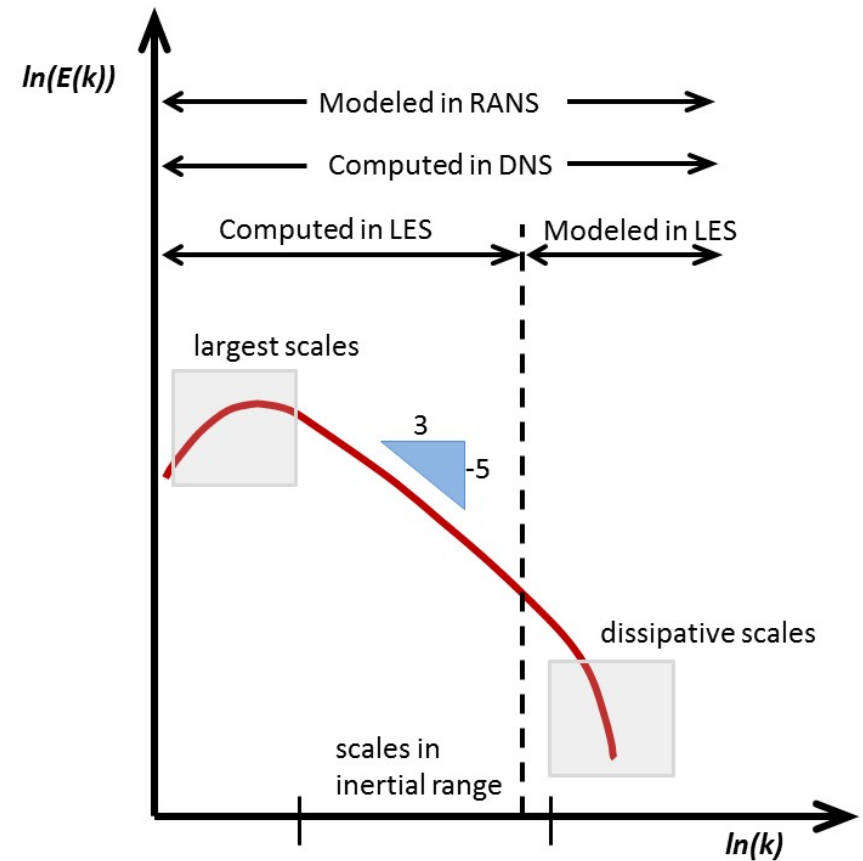
Direct Numerical Simulation

Direct Numerical Simulation (DNS) – metoda symulacji przepływów turbulentnych polegająca na bezpośrednim rozwiązaniu równań Naviera-Stokesa bez jakichkolwiek uproszczeń, co oznacza uwzględnienie w obliczeniach wszystkich skal turbulencji. Obliczenia prowadzone metodą DNS umożliwiają prawidłowe odtworzenie dynamiki wszystkich skal przestrzennych i czasowych turbulencji, które w odróżnieniu od metod RANS nie są modelowane, lecz są wynikiem numerycznego rozwiązania. Metoda DNS wymaga ogromnych mocy obliczeniowych!



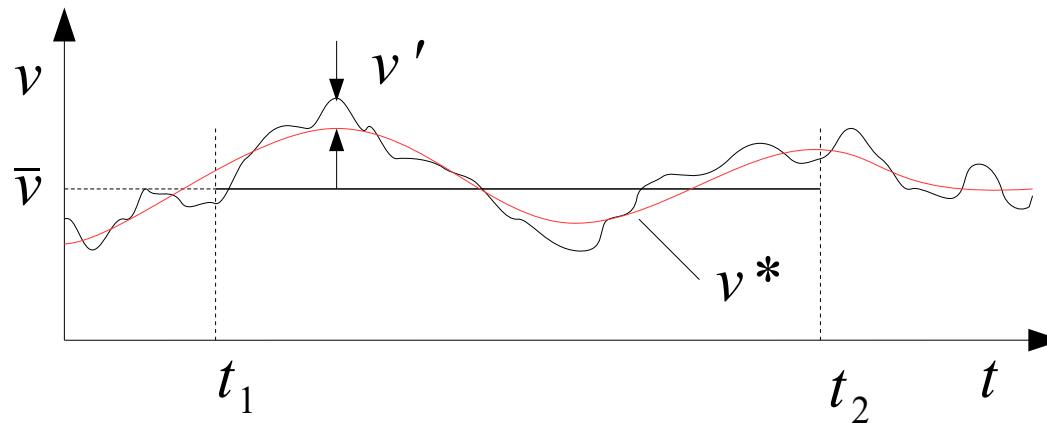
Large Eddy Simulation

Large Eddy Simulation (LES) – metoda symulacji przepływów turbulentnych polegająca na rozdzieleniu wirów na dwie skale poprzez użycie specjalnych filtrów. Wielkoskalowy ruch płynu obliczany jest na podstawie równań Naviera-Stokesa, natomiast drobnoskalowe struktury (mniejsze od szerokości zastosowanego filtra), w których energia kinetyczna jest rozpraszana przez działanie sił lepkości, są modelowane. Im mniejsza jest szerokość filtra, tym bardziej metoda LES staje się zbliżona do DNS.



Large Eddy Simulation

Dekompozycja pola prędkości (wersja LES) – koncepcja traktowania prędkości lokalnej w ruchu turbulentnym jako sumy pewnej prędkości średniej, prędkości unoszenia oraz prędkości fluktuacji.



obliczane w LES

filtr

modelowane w LES

$$v = \bar{v} + v^* + v'$$

v - prędkość lokalna

\bar{v} - prędkość średnia

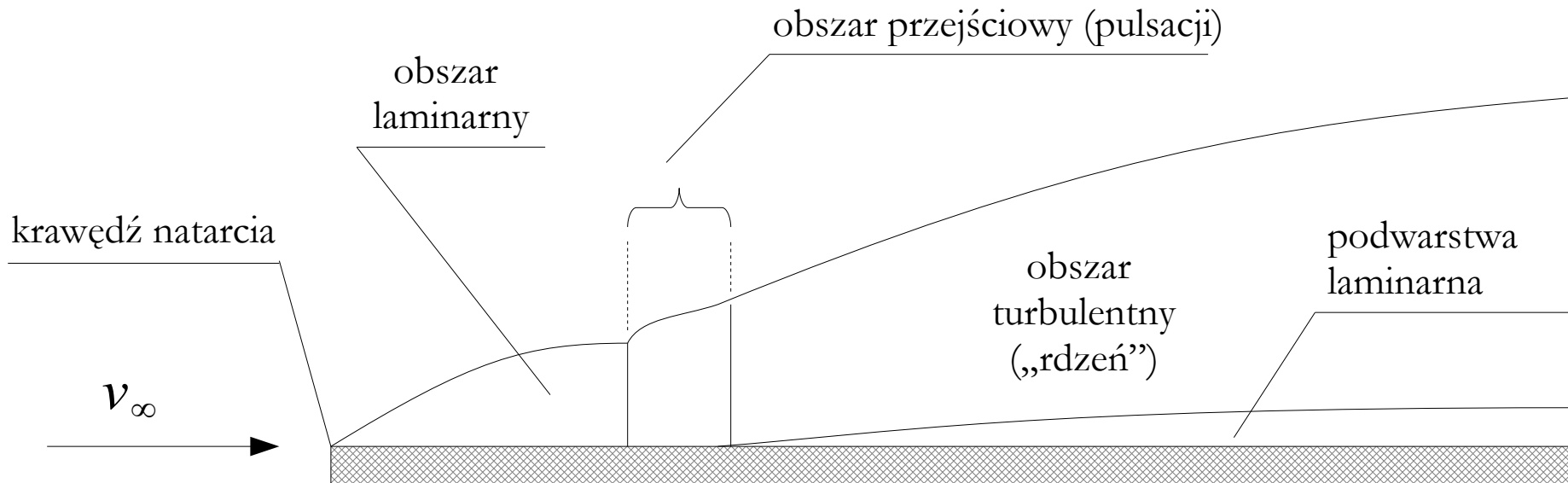
v^* - prędkość unoszenia

v' - fluktuacja prędkości

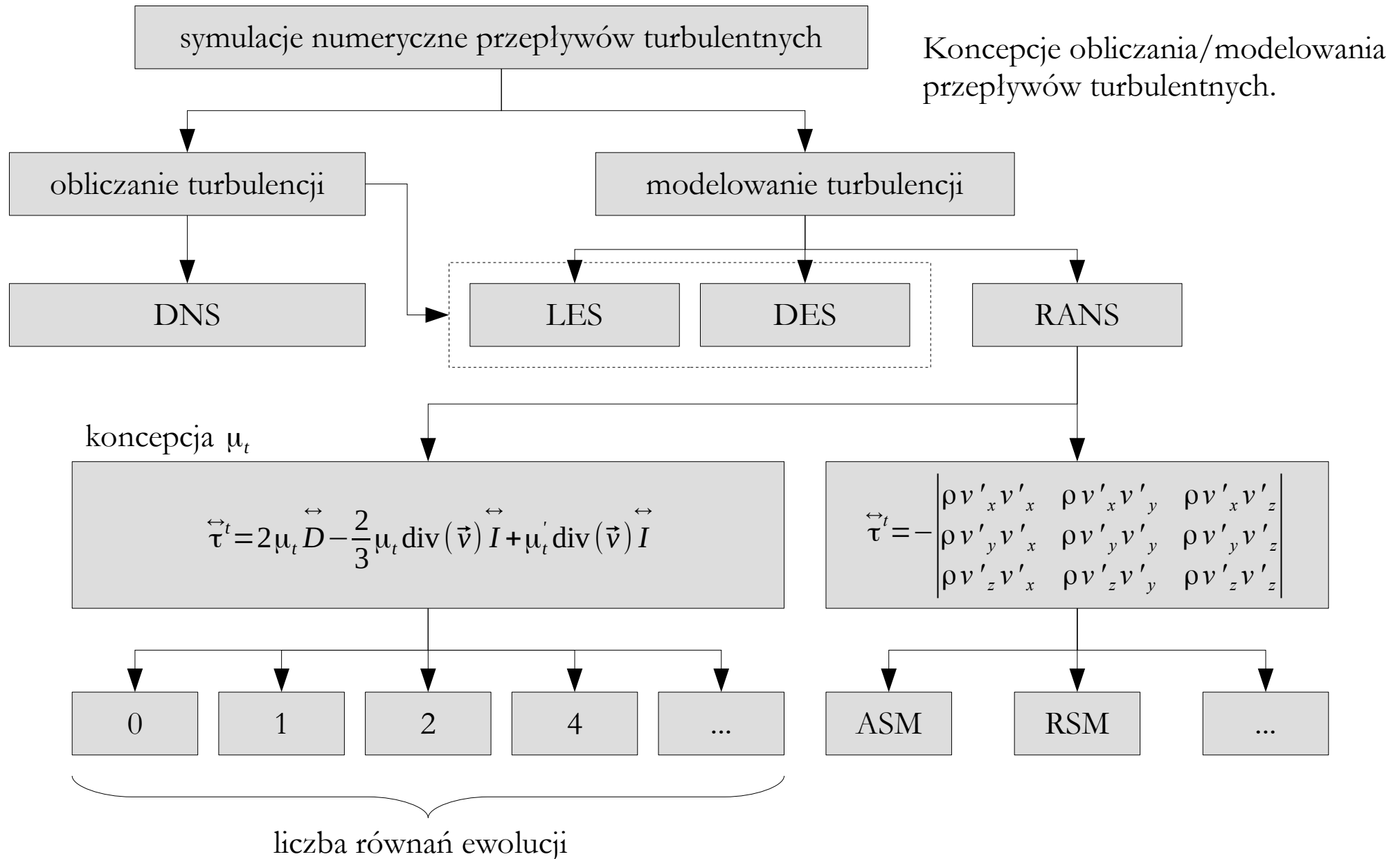
$$\left[\frac{m}{s} \right]$$

Detached Eddy Simulation

Detached Eddy Simulation (DES) – metoda symulacji przepływów turbulentnych polegająca na połączeniu LES i RANS. Podejście RANS stosowane jest w warstwach przyściennych (w których duże wiry nie występują), zaś podejście LES w głębi przepływu. Aby zapewnić płynne przejście pól między obszarami LES i RANS, podejście DES wymaga siatek numerycznych o wysokiej jakości.



Podstawowa klasyfikacja podejść



Przykłady modeli turbulencji w RANS

0

Baldwin-Lomax (1978)
Granville (1987)
 Cebeci-Smith (1974)
 Yakhot-Orszag (1986)

$$\mu_t = f(\bar{v}, l)$$

1/2

Johnson-King (1985)

1

Baldwin-Barth (1989)
 Spalart-Allmaras (1992)
 k-model

$$\mu_t = f(\bar{v}, l, k)$$

2

standardowy k-ε (1972)
 Speziale (1987)
Wilcox k-ω (1988)
 Speziale k-τ (1990)
 Huang-Coakley (1992)
 Yakhot-Orszag (1992)
SST k-ω (1993)
 Shih-Lumley-Zhu (1993)
 Kalitzin-Gould (1995)
 Wilcox zmodyfikowany k-ω (2004)

$$\mu_t = f(\bar{v}, l, k, \phi) \quad \phi = \varepsilon, \omega, \dots$$

3

k-ε-A

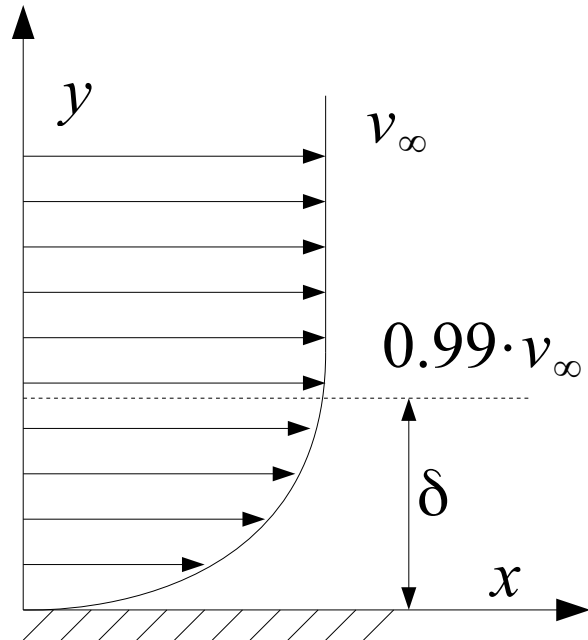
4

v²-f

> 4

Podział modeli wg liczby równań ewolucji
 (uwzględniono tylko wybrane modele).

Model Baldwina-Lomaxa (1978)



$$|\omega| = \sqrt{\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z}\right)^2}$$

$$l = K_1 y \left(1 - e^{-\frac{y^+}{A^+}}\right) \quad y^+ = y \sqrt{\frac{\rho_w \tau_w}{\mu_w}}$$

$$F_{WAKE} = \min\left(y_{max} F_{max}; C_{WK} y_{max} \frac{(v_x^{max} - v_x^{min})^2}{F_{max}}\right)$$

$$F_{KLEB} = \left[1 + 5.5 \left(\frac{y C_{KLEB}}{y_{max}}\right)^6\right]^{-1}$$

$$A^+ = 26 \quad C_{wk} = 0.25$$

$$C_{CP} = 1.6 \quad K_1 = 0.4$$

$$C_K = 0.3 \quad K_2 = 0.0168$$

$$y \leq \delta \quad \mu_{t,zew} = \rho l^2 |\omega|$$

$$y > \delta \quad \mu_{t,zew} = \rho K_2 C_{CP} F_{WAKE} F_{KLEB}$$

Model Baldwina-Lomaxa – model turbulencji, w którym lepkość turbulentna zależy od odległości od ścianki.

Model Baldwina-Lomaxa (1978)

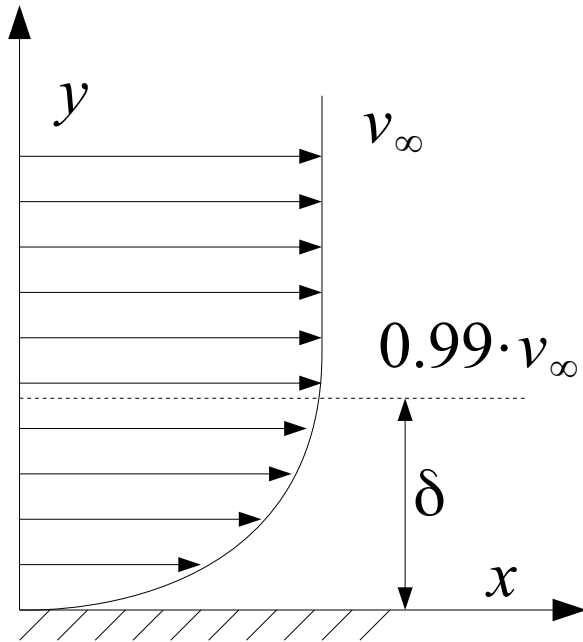
Zalety modelu:

- dobra zgodność wyników obliczeń z eksperymentami dla przepływów o charakterze warstwy przyściennej (np. opływ profili lotniczych),
- dobra zbieżność procesu obliczeniowego,
- brak konieczności stawiania warunków brzegowych na wielkości charakteryzujące turbulencję.

Wady modelu:

- problem poprawnego określenia “drogi mieszania” w obszarach występowania wielu ścianek,
- występowanie “przekłamań” w przypadku silnych fal uderzeniowych (w większości przypadków położenie fali przesunięte jest w dół przepływu od położen określonych eksperymentalnie),
- problem obliczenia maksimum funkcji F w kierunku normalnym do ścianek (w siatkach strukturalnych powoduje to zazwyczaj konieczność budowy siatek ortogonalnych do ścianek, w przypadku siatek niestukturalnych niezbędne są dodatkowe przeliczenia wydłużające proces obliczeniowy).

Model Granville'a (1987)



Model Granville'a – zmodyfikowany model Baldwina-Lomaxa, w którym dwie stałe zastąpiono funkcjami:

$$C_K = \frac{2}{3} - \frac{0.01312}{0.1724 + \beta}$$

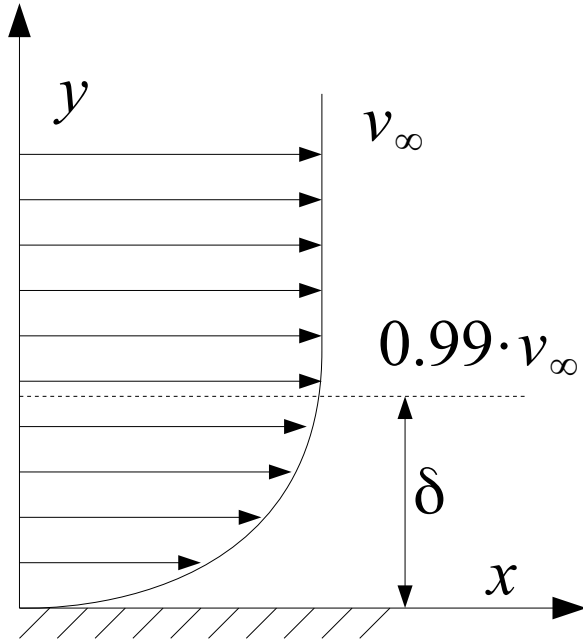
$$C_{CP} = \frac{3 - 4C_K}{2C_K(2 - 3C_K + C_K^3)}$$

$$y \leq \delta \quad \mu_{t, wew} = \rho l^2 |\omega|$$

$$y > \delta \quad \mu_{t, zew} = \rho K_2 C_{CP} F_w(y) F_k(y)$$

β - współczynnik uwzględniający zmienność ciśnienia wzdłuż opływającego ciała

Model Johnsona-Kinga (1985)

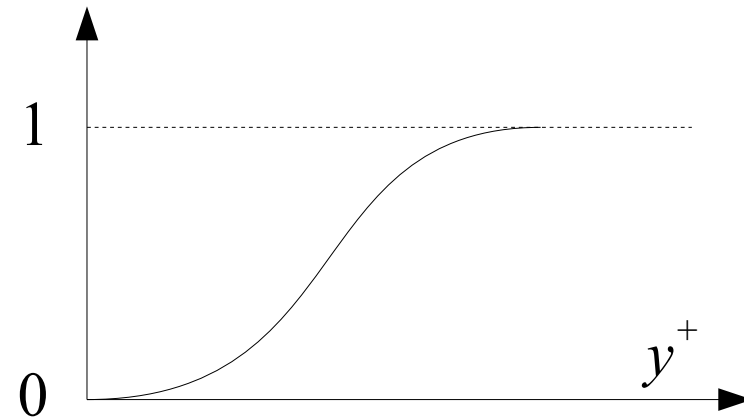


Johnsona-Kinga – model dwuwarstwowy, w którym zastosowano dodatkowo funkcję przełączającą.

Ponieważ model wymaga rozwiązania dodatkowego równania różniczkowego, ale o innej strukturze niż równania ewolucji, model ten nazywany jest czasami modelem półrównaniowym.

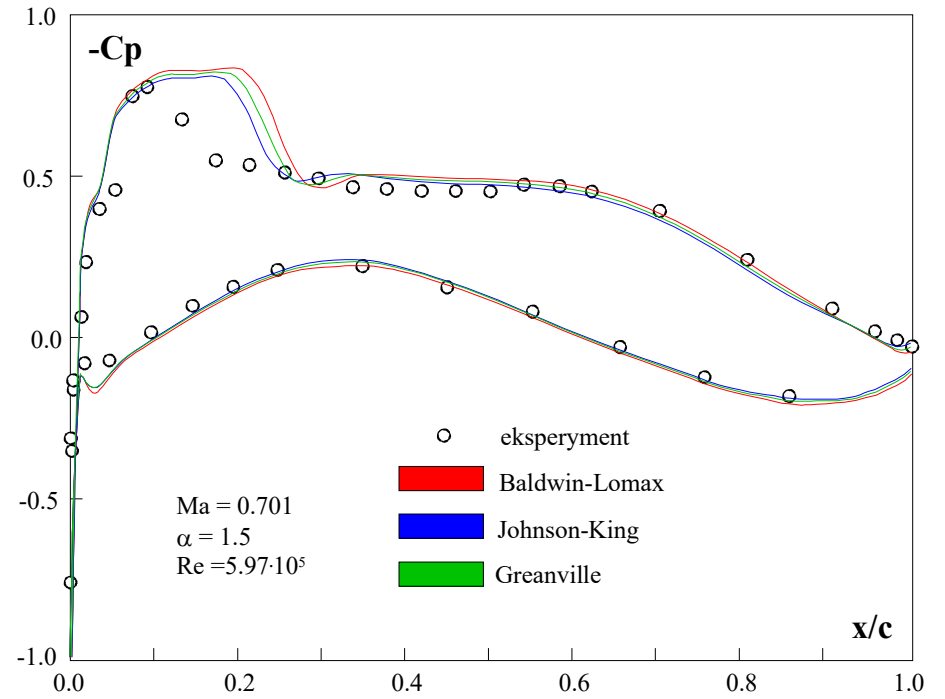
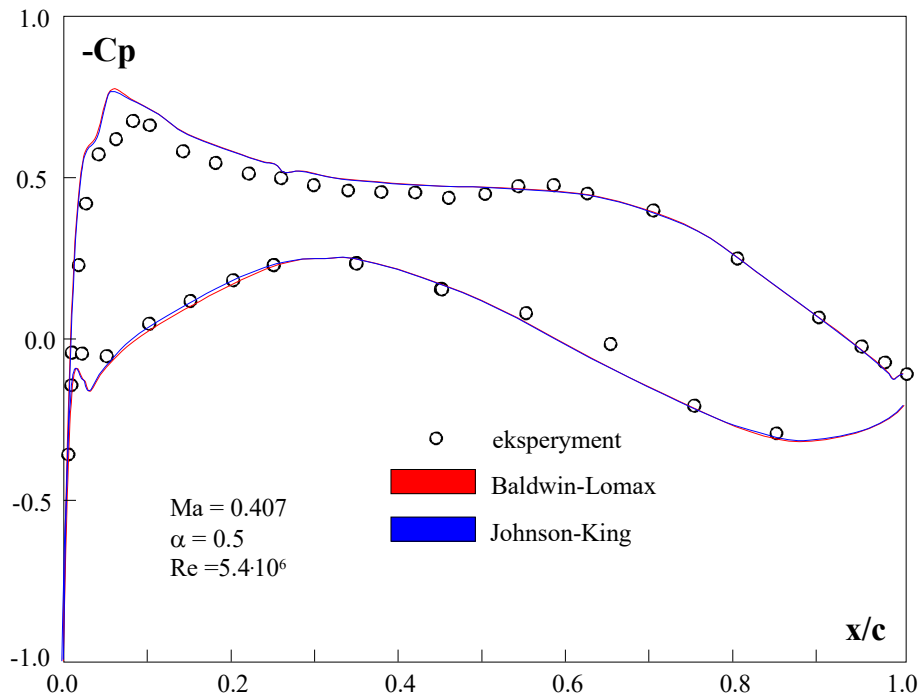
$$y \leq \delta \quad \mu_{t, wew}$$

$$y > \delta \quad \mu_{t, zew}$$



Idea funkcji przełączającej.

Model Johnsona-Kinga (1985)



Przykład obliczeń współczynnika ciśnienia C_p dla profilu CAST 7.

Model k-ε (1972)

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}$$

k - energia kinetyczna turbulencji

ϵ - prędkość dyssypacji k

równania ewolucji:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla(\rho k \vec{v}) = \nabla \left(\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \rho \epsilon$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \nabla(\rho \epsilon \vec{v}) = \nabla \left(\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right) + C_{\epsilon,1} \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon,2} \rho \frac{\epsilon^2}{k}$$

stałe modelu:

$$C_\mu = 0.09$$

$$C_{\epsilon,1} = 1.44$$

$$C_{\epsilon,2} = 1.92$$

$$\sigma_k = 1.0$$

$$\sigma_\epsilon = 1.3$$

człon konwekcyjny

produkcja

człon dyfuzyjny

dyssypacja

człon czasowy

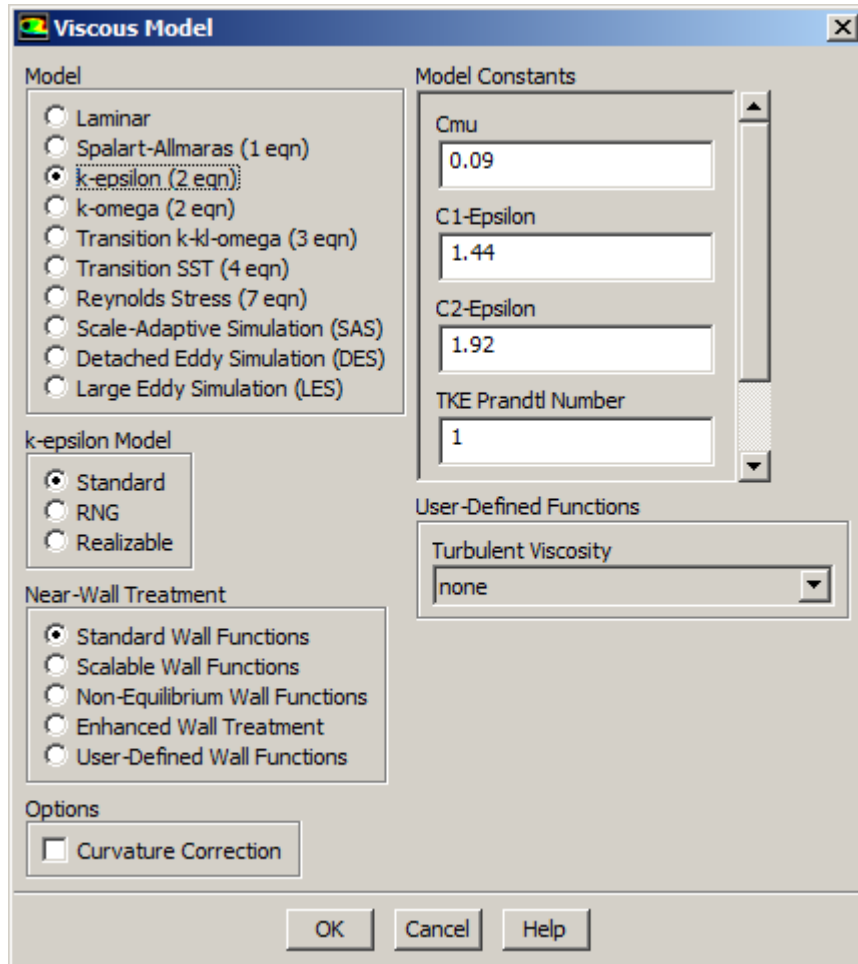
P_k - produkcja energii kinetycznej turbulencji

Model k- ϵ (1972)

Przykłady wariantów modelu k- ϵ :

- **standardowy** – model odpowiedni jedynie do przepływów w pełni turbulentnych; mało skuteczny w przypadku złożonych przepływów zawierających silne gradienty ciśnienia.
- **„realizable”** („realny”) – model spełnia, zgodnie z fizyką przepływów turbulentnych, pewne matematyczne założenia naprężeń Reynoldsa, które ostatecznie zwiększają wydajność tego modelu. Model odpowiedni dla złożonych przepływów z udziałem szybkich zmian parametrów płynu, umiarkowanych turbulencji, lokalnych zaburzeń (np. oderwanie warstwy przyściennej, zawirowania za opływającymi ciałami, wentylacja pomieszczeń, rozprężanie w dyfuzorach). Zapewnia wysoką skuteczność zarówno w przypadku opływów jak i przepływów z uwzględnieniem warstwy przyściennej, rotacji, oderwania strugi i recyrkulacji.
- **RNG** – model zbliżony do „realizable”, ale charakteryzuje się wyższą skutecznością w przypadku złożonych przepływów wymuszonych, przepływów z gęsto usytuowanymi liniami prądu, wirami i przypadków z oderwaniem strugi. Model daje zazwyczaj gorszą zbieżność niż warianty poprzednie.

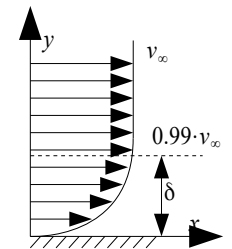
Model k-ε (1972)



W modelu k-ε stosuje się często podział na dwie strefy (tzw. wariant **low-Re**):

- wewnętrzną (z dala od ścian), w której lepkość turbulentną wylicza się bezpośrednio z równań ewolucji,
- przyścienną, w której lepkość turbulentną oblicza się jako funkcję bezwymiarowej odległości od ścianki.

$$\mu_t = C_\mu \rho f_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$
$$f_\mu = f(y^+) \rightarrow$$



Okno definiowania parametrów modelu k-ε w pakiecie ANSYS Fluent (wersja 14.5).

Model k- ω (1988)

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}$$

k - energia kinetyczna turbulencji

ω - prędkość dyssypacji k

równania ewolucji:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla(\rho k \vec{v}) = \nabla \left(\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \beta' \rho k \omega$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \nabla(\rho \omega \vec{v}) = \nabla \left(\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right) + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2$$

stałe modelu:

$$\beta = \frac{3}{40}$$

$$\beta' = 0.09$$

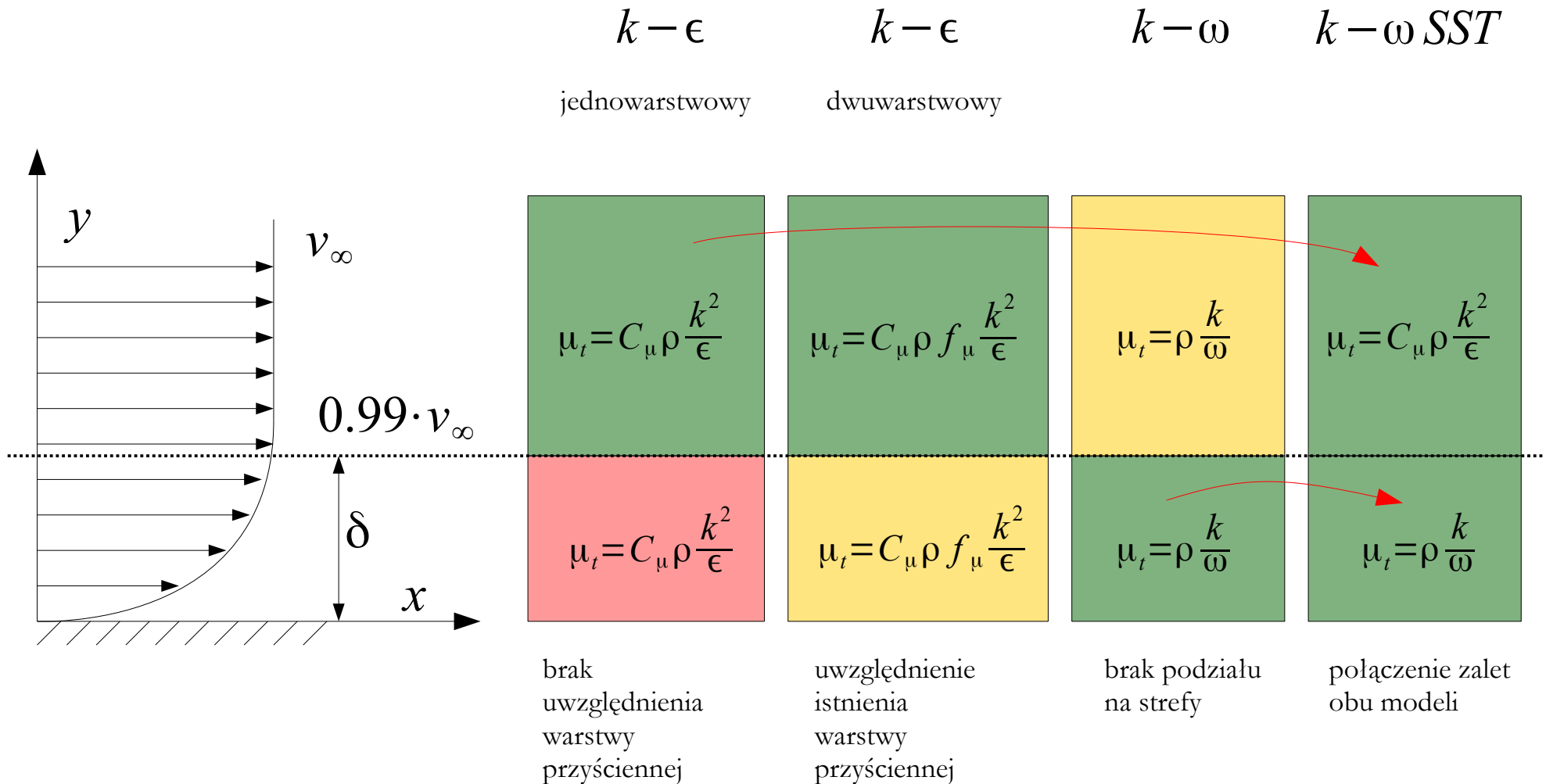
$$\alpha = \frac{5}{9}$$

$$\sigma_k = 2.0$$

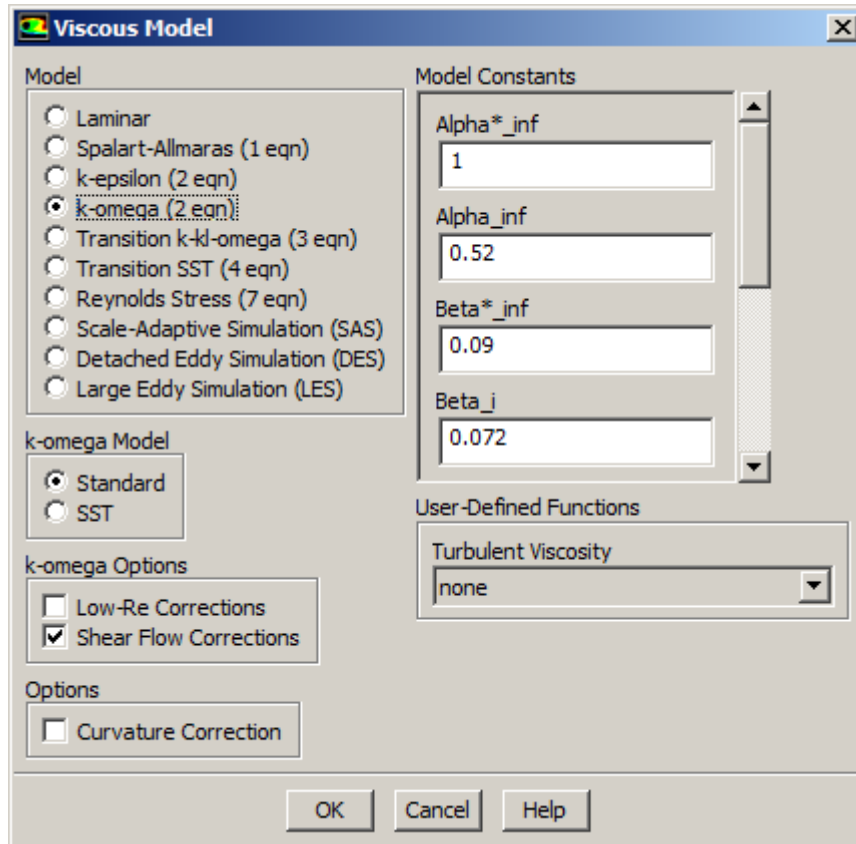
$$\sigma_\omega = 2.0$$

Model turbulencji k- ω charakteryzuje się wysoką, w porównaniu do modeli z grupy k- ϵ , skutecznością symulacji zjawisk zachodzących w warstwie przyściennej, zaburzeń przepływów i przepływów przy niskich wartościach liczby Reynoldsa. Model gorzej sobie radzi w przepływie w pełni turbulentnym.

Model SST k- ω (1993)



Model SST k- ω (1993)



Modele z grupy k- ϵ i k- ω dają niezadowolające wyniki:

- w przepływach o wysokim stopniu anizotropii turbulencji,
- w przepływach o skomplikowanej krzywiznie linii prądu,
- w przepływach ze strefami recyrkulacji,
- w przepływach z rotacją.

Okno definiowania parametrów modelu k- ω w pakiecie ANSYS Fluent (wersja 14.5).

Szacowanie wartości k - ϵ - ω na wlocie

$$k = \frac{3}{2} (v_{inlet} \cdot I_{\%})^2$$

$$\epsilon = 0.09^{0.75} \cdot \frac{k^{1.5}}{l}$$

$$\omega = \frac{k^{0.5}}{0.09^{0.25} \cdot l}$$

Dla rury o przekroju kołowym
całkowicie wypełnionej płynem:

$$I_{\%} = 0.16 \cdot \text{Re}_{d_h}^{-\frac{1}{8}}$$

$$l = 0.07 \cdot d_h$$

k - energia kinetyczna turbulencji

v_{inlet} - prędkość odniesienia (np. prędkość na wlocie do rury)

$I_{\%}$ - intensywność turbulencji w procentach (zazwyczaj 2-5 %)

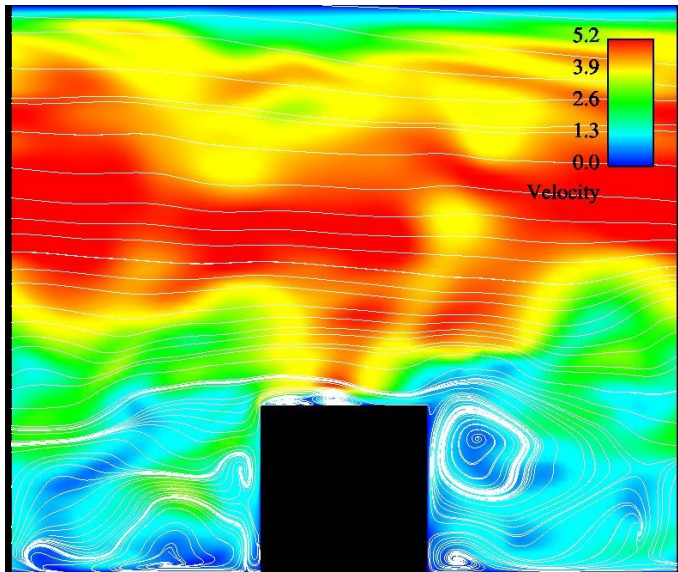
d_h - średnica hydrauliczna

ASM i RSM

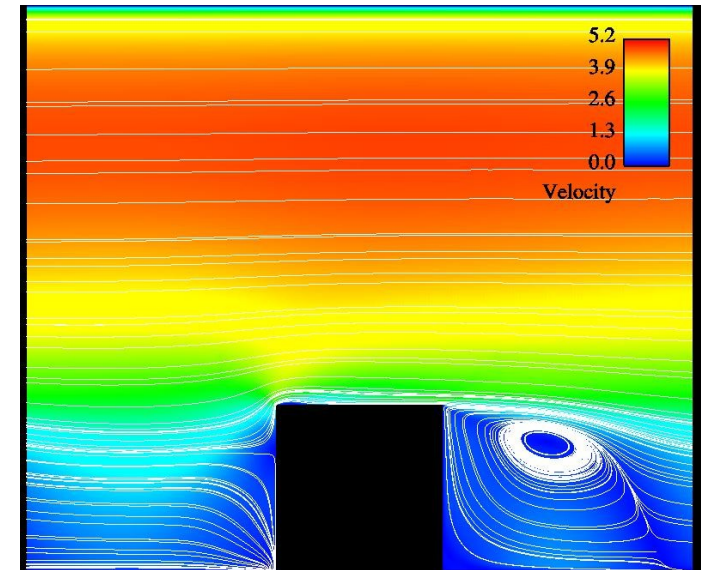
Algebraic Stress Model (ASM) – metoda modelowania turbulencji polegająca na wyznaczaniu poszczególnych składowych tensora naprężeń z równań algebraicznych (nie stosuje się koncepcji lepkości turbulentnej). W modelu mogą występować wielkości charakteryzujące turbulencje, np. k lub ε , dla których tworzy się uzupełniające równania transportu. Obecnie podejście ASM zostało wyparte przez modele RSM.

Reynolds Stress Model (RSM) – metoda modelowania turbulencji polegająca na wyznaczaniu poszczególnych składowych tensora naprężeń z równań różniczkowych (nie stosuje się koncepcji lepkości turbulentnej). W równaniach tych występują korelacje fluktuacji prędkości wyższych rzędów oraz korelacje fluktuacji ciśnienia i prędkości, które należy odpowiednio aproksymować. Poszczególne warianty modeli RSM różnią się sposobem aproksymacji poszczególnych członów lub wartościami współczynników zamykających dany model.

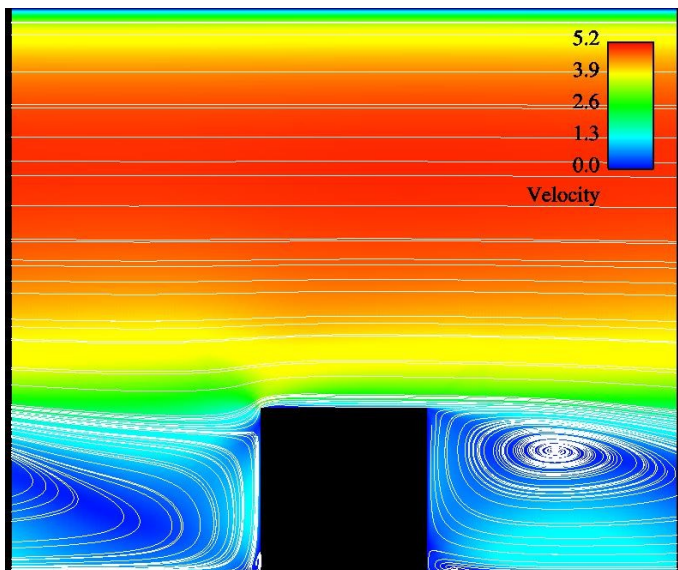
Przykłady porównań modeli turbulencji



Model DNS.



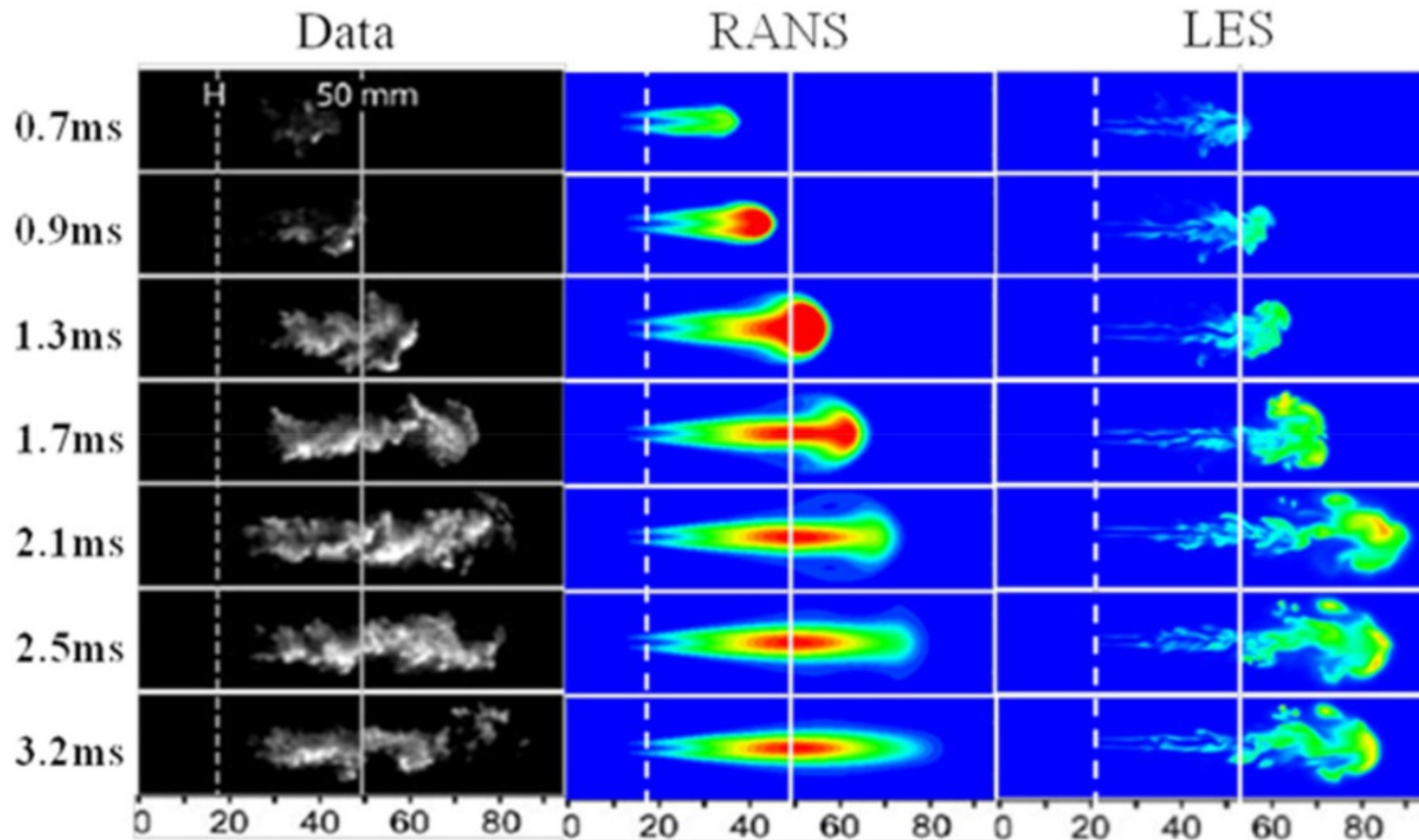
Model SSG (z grupy RSM).



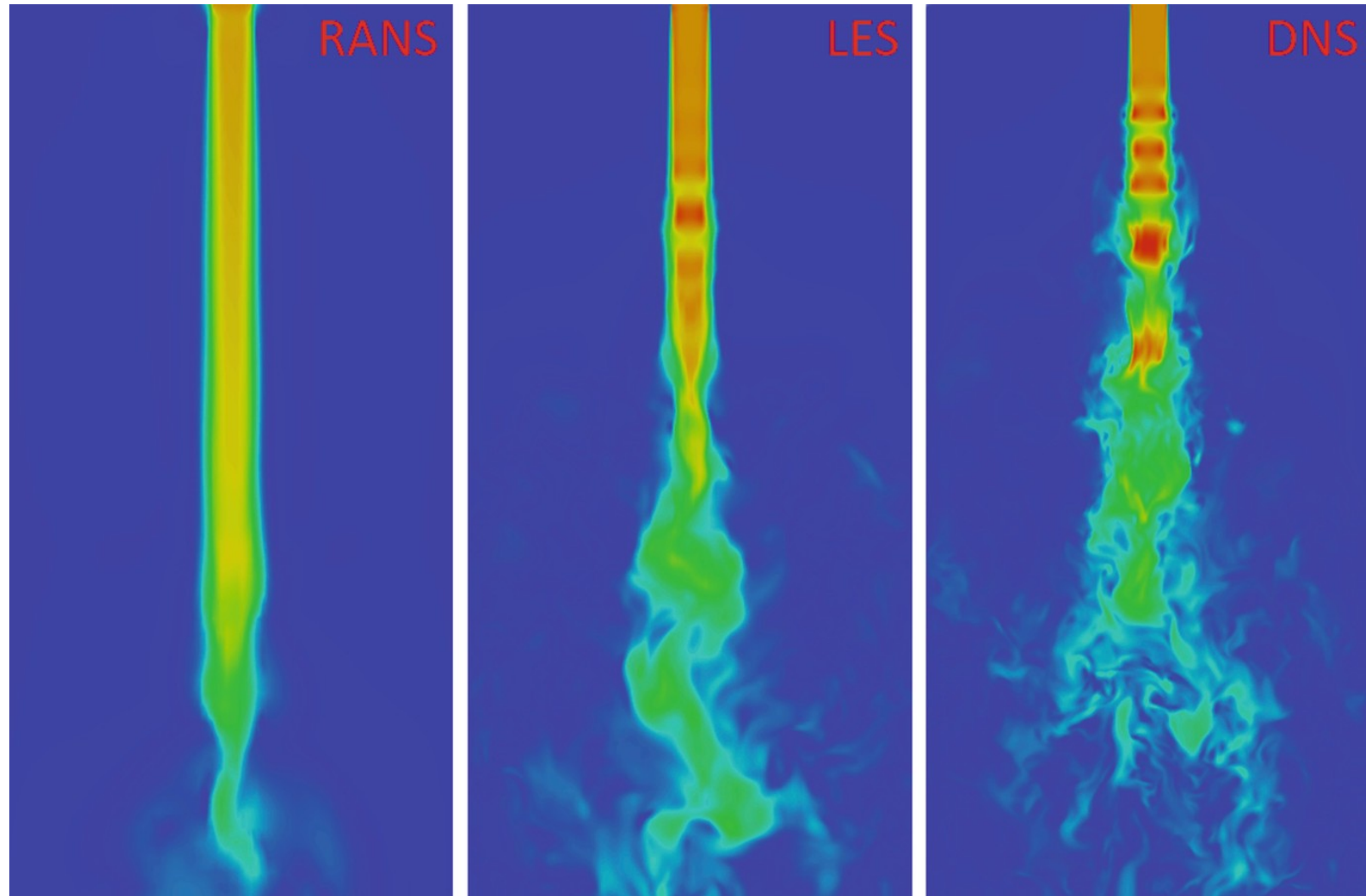
Model SST k- ω .

Przykład porównania
wybranych modeli turbulencji.

Przykłady porównań modeli turbulencji

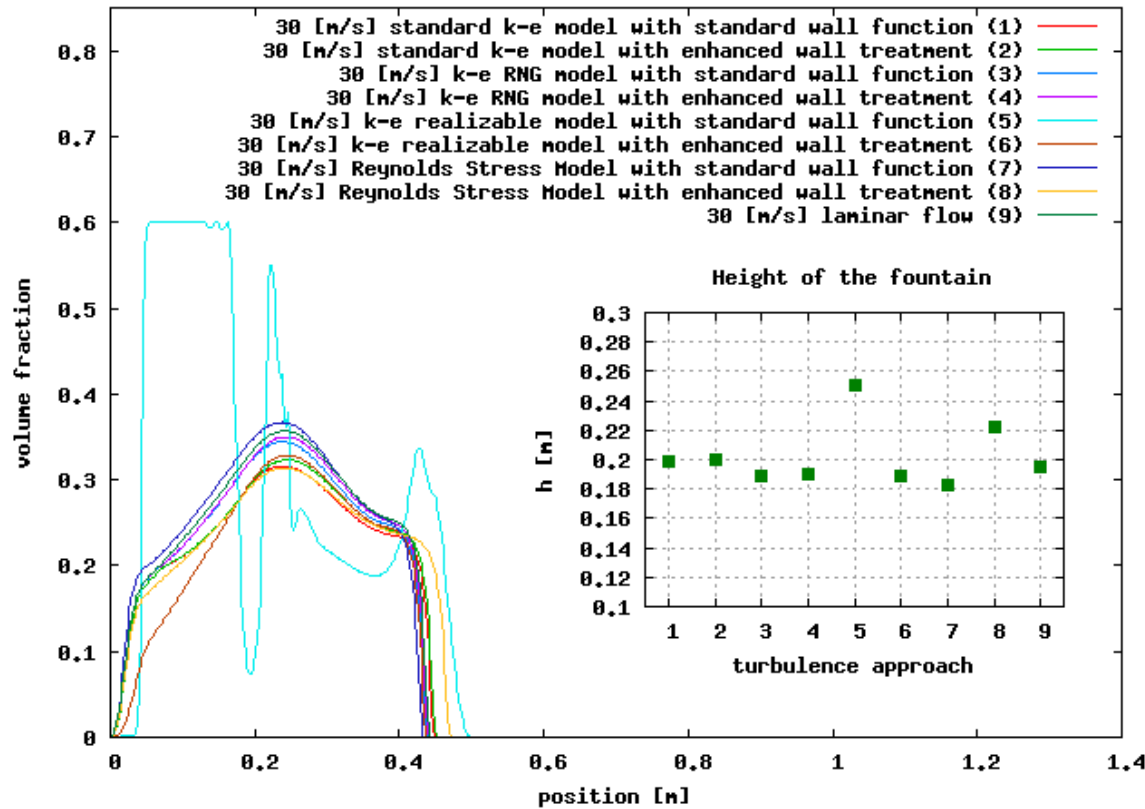


Przykłady porównań modeli turbulencji

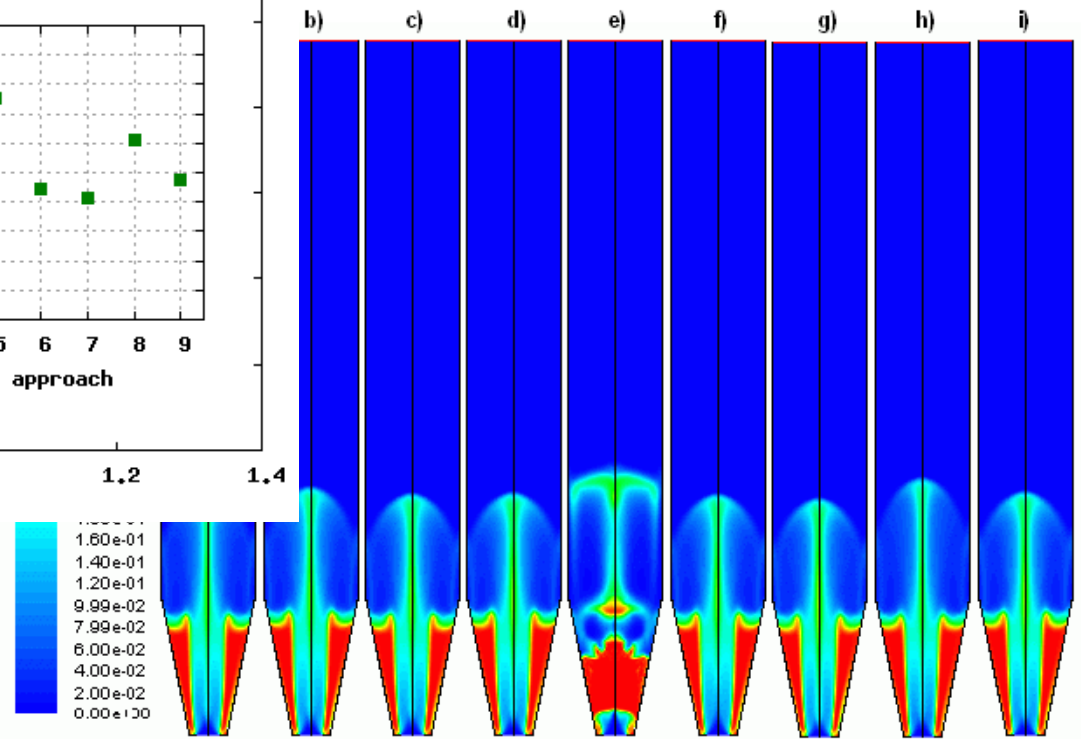


Przykłady porównań modeli turbulencji

Distribution of the volume fraction in the dryer axis - turbulence model comparison

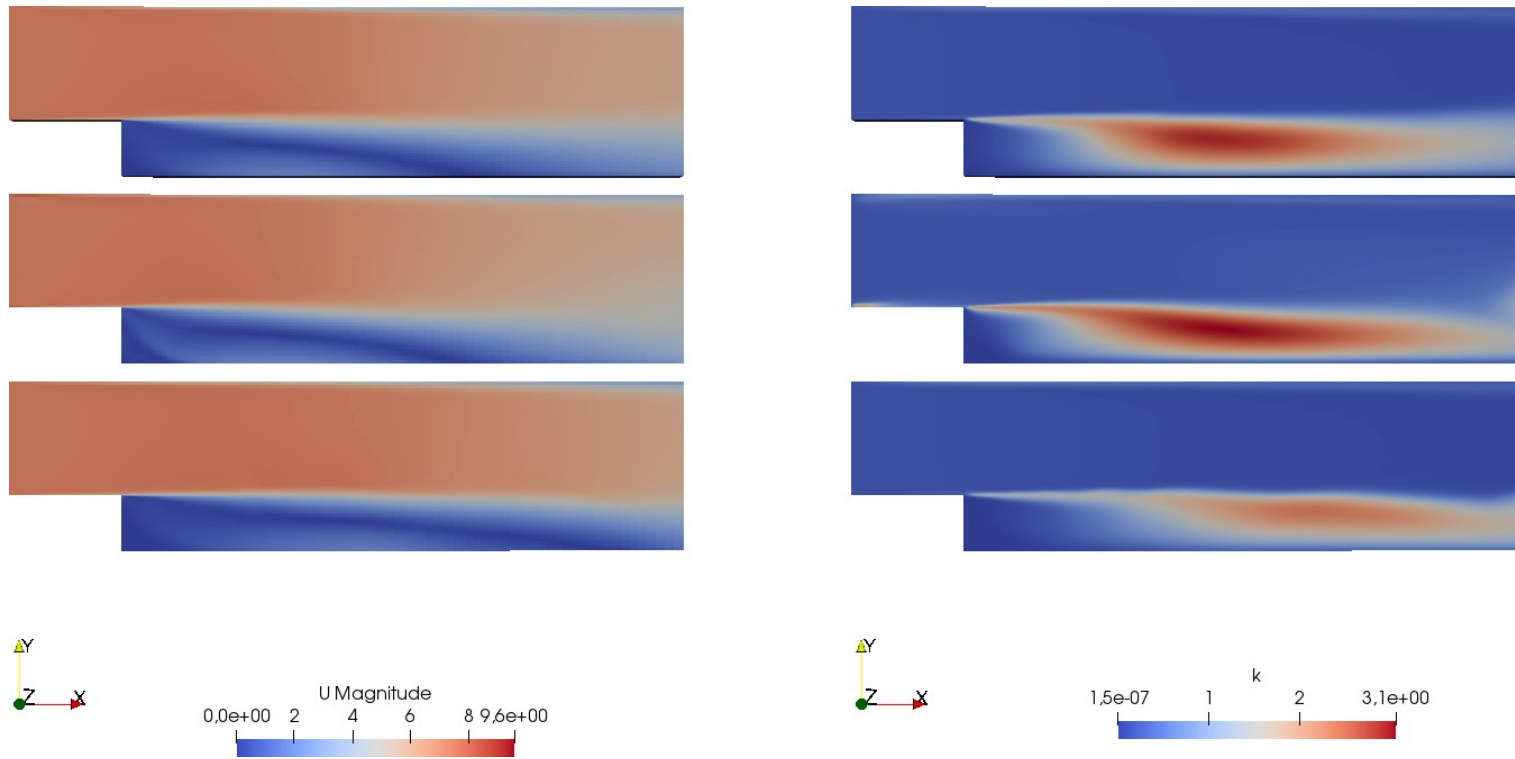


Przykład testu modeli turbulencji
 [Wojciech Sobieski, Fluent].



Contours of Volume fraction (grain) (Time=5.0000e+00)

Przykłady porównań modeli turbulencji



Rozkład prędkości (po lewej) oraz energii kinetycznej turbulencji (po prawej) dla modeli turbulencji (licząc od góry [Wojciech Sobieski, OpenFOAM]):

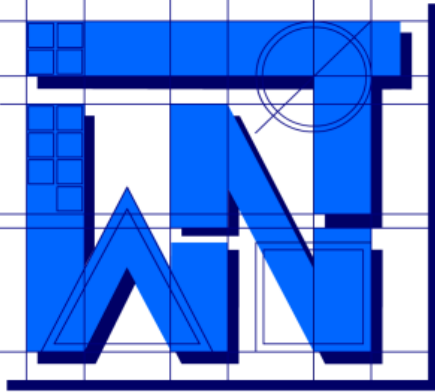
- k-epsilon
- k-omega
- v^2f

Podsumowanie

Zagadnienia:

Doświadczenie Reynoldsa, ruch laminarny i turbulentny, liczba Reynoldsa, promień hydrauliczny, równanie Bernoulliego płynu rzeczywistego, straty lokalne, straty liniowe, turbulencja w przyrodzie, dekompozycja pola prędkości, parametry opisujące turbulencję, rodzaje turbulencji, warstwa przyścienna, rozwój warstwy przyściennej na ścianie, zjawisko oderwania, wpływ lepkości na warstwę przyścienną, wiry spływowe, ścieżka von Karmana, turbulentna warstwa przyścienna, powierzchnia hydraulicznie gładka, y^+ , y^* , RANS, Równanie Reynoldsa, przepływ laminarny, przejściowy i turbulentny, struktury koherentne, kaskada energii, DNS, LES, DES, podstawowa klasyfikacja podejść do modelowania przepływów turbulentnych, przykłady modeli turbulencji w RANS, szacowanie turbulencji na wlocie, przykłady porównań modeli turbulencji.

Wydział Nauk Technicznych



UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



Dziękuję za uwagę

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2003-2024