UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/ (in Polish)

Obliczeniowa Dynamika Płynów

Computational Fluid Dynamics – CFD

Przepływy Wielofazowe

wersja: 13 lutego 2024

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2003-2024

Mieszanina

Mieszanina – układ co najmniej dwóch różnych substancji lub różnych stanów skupienia tej samej substancji zmieszanych ze sobą w dowolnym stosunku i wykazujący indywidualne właściwości jako całość. Wyróżnia się:

- **Mieszaniny homogeniczne** – mieszaniny, których składniki mieszają się na poziomie molekularnym.
- **Mieszaniny heterogeniczne** – mieszaniny, w których składniki występują w postaci oddzielnych faz, np. ciała stałe w cieczy lub gazie.
- **Mieszaniny koloidalne** – mieszaniny, w których składniki występują w postaci drobnych cząstek rozproszonych w innej fazie. Cząstki te są na tyle małe, że nie da się ich odróżnić gołym okiem, ale nadal można je zaobserwować np. pod mikroskopem.
- **Mieszaniny emulsyjne** – mieszaniny, w których składniki występują w postaci dwóch nierozpuszczalnych w sobie cieczy.

Udział objętościowy składnika mieszaniny

Udział objętościowy – iloraz objętości danego składnika mieszaniny i sumy objętości wszystkich składników tejże mieszaniny.

$$\alpha_k = \frac{V_k}{\sum_{i=1}^{n_k} V_i}$$

α_k - udział objętościowy $[-]$

V_k - objętość k-tego składnika mieszaniny $[m^3]$

V_i - objętość i-tego składnika mieszaniny $[m^3]$

n_s - liczba składników mieszaniny (>1) $[-]$

$$0 < \alpha_k < 1$$

$$\sum_{k=1}^{n_k} \alpha_k = 1$$

$$\alpha_k = \epsilon_k \frac{\rho}{\rho_k}$$

- związek między udziałem masowym a objętościowym

Udział masowy składnika mieszaniny

Udział masowy – iloraz masy danego składnika mieszaniny i sumy mas wszystkich składników tejże mieszaniny.

$$\epsilon_k = \frac{m_k}{\sum_{i=1}^{n_k} m_i}$$

ϵ_k - udział masowy $[-]$

m_k - masa k-tego składnika mieszaniny $[kg]$

m_i - masa i-tego składnika mieszaniny $[kg]$

n_s - liczba składników mieszaniny (>1) $[-]$

$$0 < \epsilon_k < 1$$

$$\sum_{k=1}^{n_k} \epsilon_k = 1$$

$$\epsilon_k = \alpha_k \frac{\rho_k}{\rho}$$

- związek między udziałem objętościowym a masowym

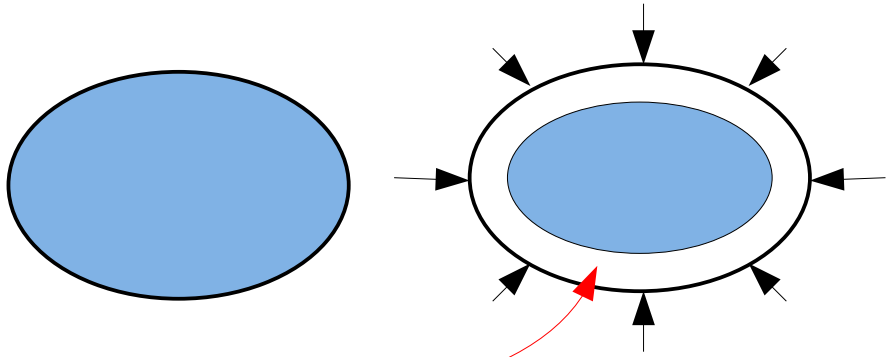
Równanie Bilansu Składnika Mieszaniny

$$m_k = \epsilon_k m = \epsilon_k \bar{\rho} V \quad \longleftarrow \quad m = \bar{\rho} V$$

$$m_k = \epsilon_k m = \int_V \epsilon_k \rho \, dV \quad \longleftarrow \quad m = \int_V \rho \, dV$$

tak było w przypadku jednego składnika

$$\frac{dm_k}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \epsilon_k \rho \, dV$$



lub:

podobnie jak poprzednio interesują nas zmiany masy w czasie

$$\frac{dm_k}{dt} = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_k \rho) \, dV = \delta_{m_k}$$

δ_{m_k} - zmiana masy k-tego składnika w objętości kontrolnej w czasie dt $[kg]$

tu jest gęstość mieszaniny

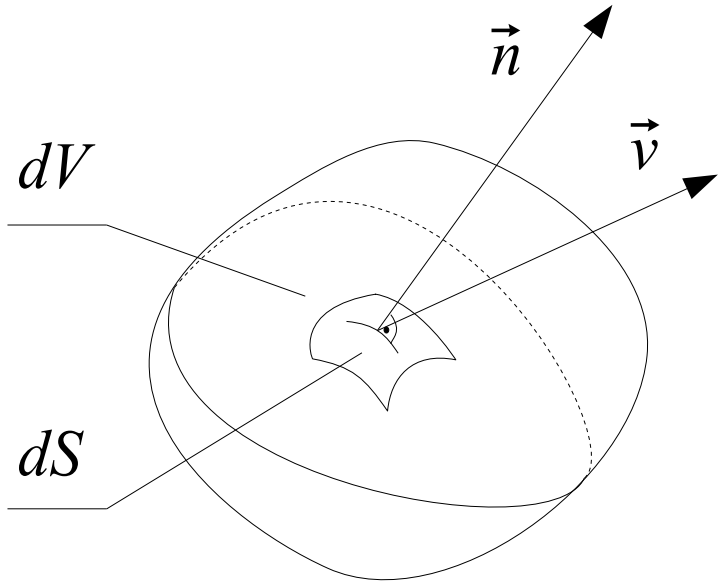
Równanie Bilansu Składnika Mieszaniny

Masa k-tego składnika może się zmienić ze względu na:

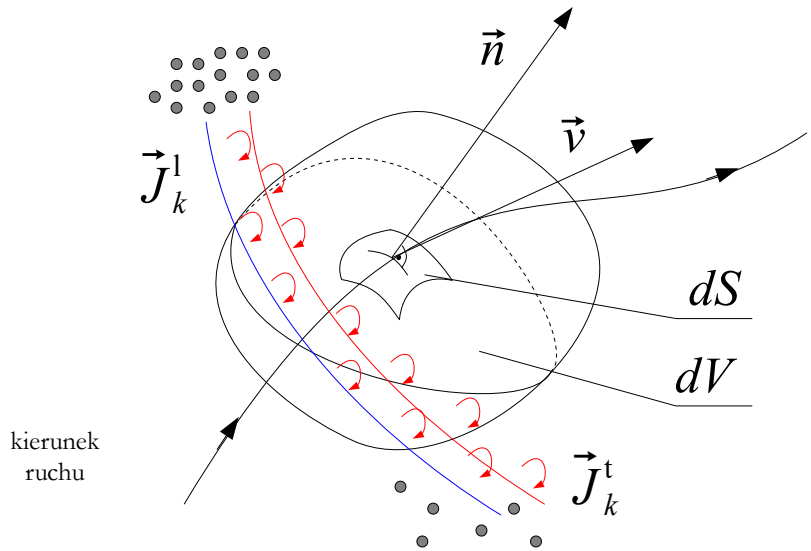
- zmiany w koncentracji składników w wypadkowym strumieniu przepływającym przez objętość kontrolną
  (jest to tzw. człon konwekcyjny)

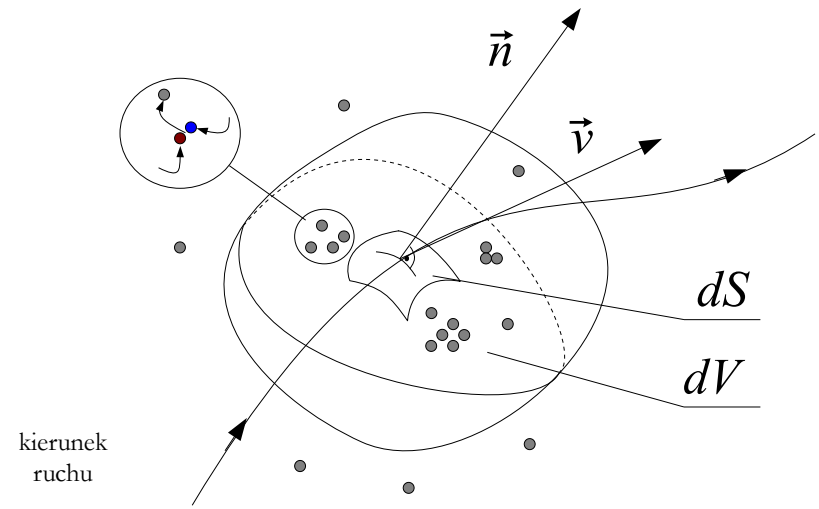
$$\delta_{m_k}^{\text{kon}} = -\int_S (\epsilon_k \rho)\, \vec{v} \cdot \vec{n}\, dS$$

w przypadku płynu
jednoskładnikowego
nie było innej możliwości



Równanie Bilansu Składnika Mieszaniny





- zjawisko dyfuzji

$$\delta_{m_k}^{\mathrm{dyf}} = \int_S \left(\vec{J}_k\right)\cdot\vec{n}\,dS = \int_S \left(\vec{J}_k^{\mathrm{l}} + \vec{J}_k^{\mathrm{t}}\right)\cdot\vec{n}\,dS$$

$\vec{J}$ - strumienie dyfuzji $\left[\dfrac{kg}{m^2\,s}\right]$

- działanie tzw. źródeł

$$\delta_{m_k}^{\mathrm{źr}} = \int_V \rho\, s_k\, dV$$

s_k - źródło masy $\left[\dfrac{1}{s}\right]$

Równanie Bilansu Składnika Mieszaniny

Ostatecznie:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho)\, dV = \delta_{m_k}^{\text{kon}} + \delta_{m_k}^{\text{dyf}} + \delta_{m_k}^{\text{źr}}$$

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho)\, dV = -\int_S (\epsilon_k \rho)\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS + \int_S \left(\vec{J}_k^{\,1} + \vec{J}_k^{\,t}\right)\cdot\vec{n}\, dS + \int_V \rho\, s_k\, dV$$

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho)\, dV + \int_S (\epsilon_k \rho)\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS = \int_S \left(\vec{J}_k^{\,1} + \vec{J}_k^{\,t}\right)\cdot\vec{n}\, dS + \int_V \rho\, s_k\, dV$$

tw. Greena-Gaussa-Ostrogradzkiego

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho)\, dV + \int_V \operatorname{div}\left(\epsilon_k \rho\, \vec{v}\right) dV = \int_V \operatorname{div}\left(\vec{J}_k^{\,1} + \vec{J}_k^{\,t}\right) dV + \int_V \rho\, s_k\, dV$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho) + \operatorname{div}\left(\epsilon_k \rho\, \vec{v}\right) = \operatorname{div}\left(\vec{J}_k^{\,1} + \vec{J}_k^{\,t}\right) + \rho\, s_k}$$

Równanie Bilansu Składnika Mieszaniny

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho) + \mathrm{div}\left(\epsilon_k \rho \vec{v}\right) = \mathrm{div}\left(\vec{J}_k^{\mathrm{l}} + \vec{J}_k^{\mathrm{t}}\right) + \rho s_k$$

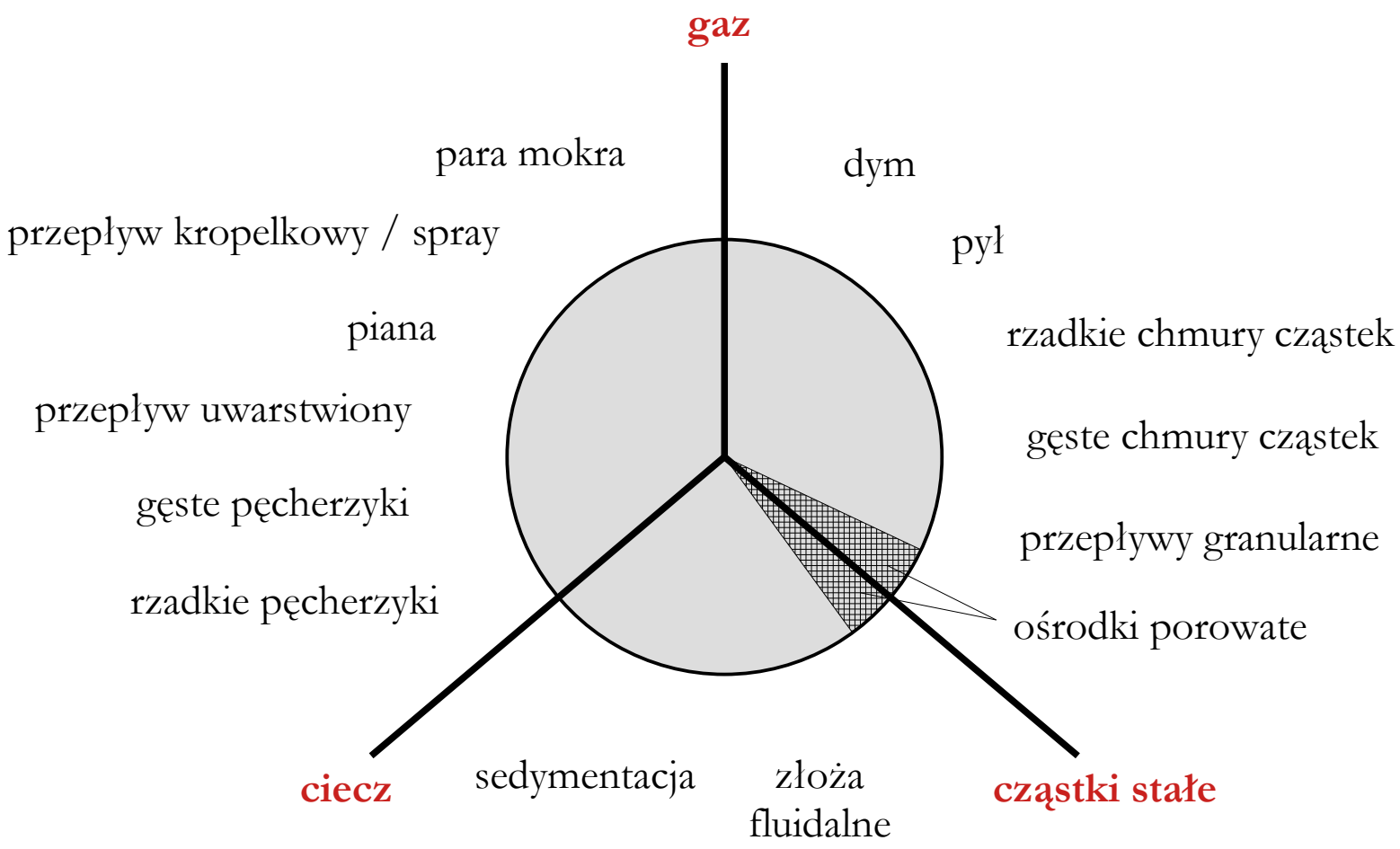
Gdy jest jeden składnik:

- udział masowy tego składnika jest równy 1
- nie ma zjawiska dyfuzji (nie ma co w czym dyfundować)
- nie mogą istnieć źródła (składnik nie ma z czego powstać ani w co się zamienić)

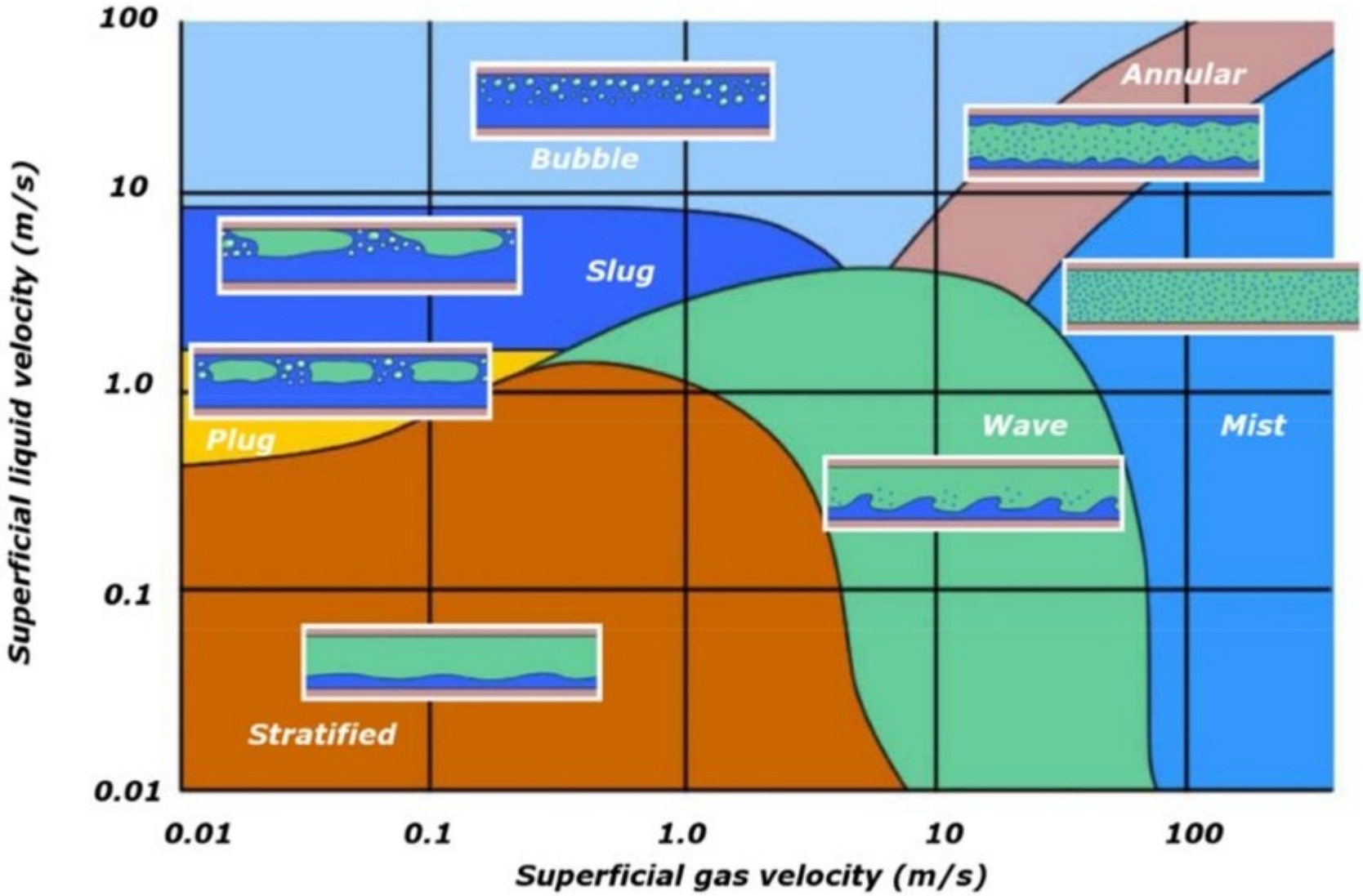
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\left(\rho \vec{v}\right) = 0$$

- równanie bilansu masy płynu jednoskładnikowego

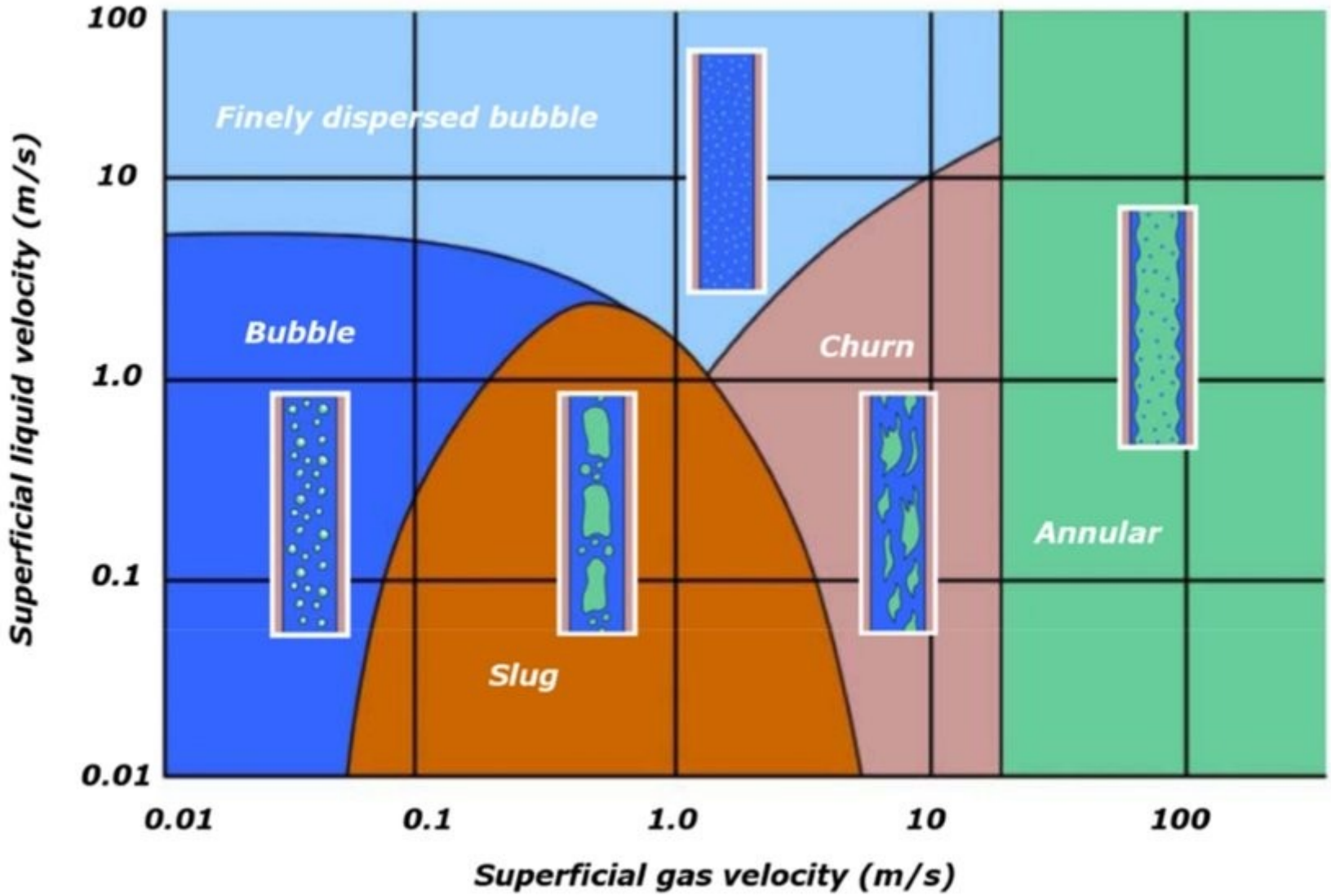
Rodzaje przepływów wielofazowych



Rodzaje przepływów wielofazowych



Rodzaje przepływów wielofazowych



Wyjściowy model matematyczny

Równanie Bilansu Masy (RBM):

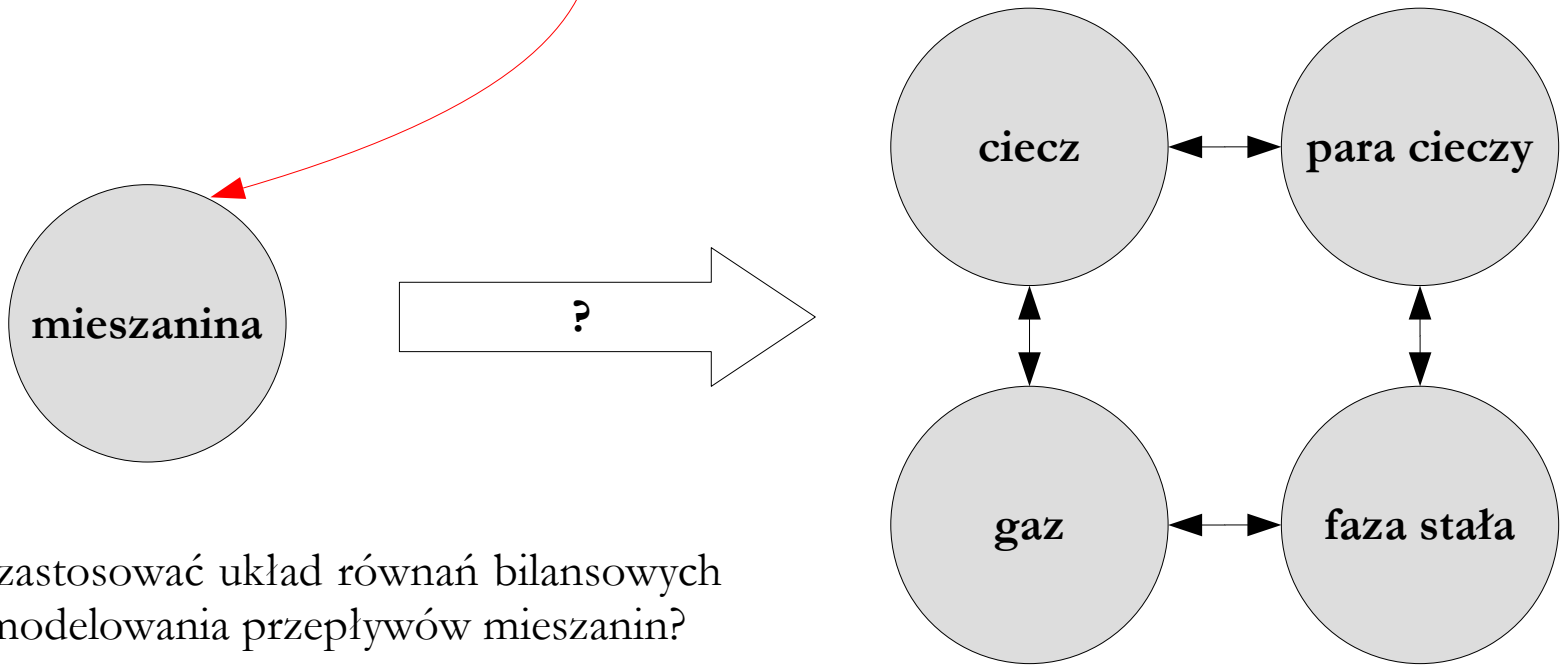
$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

Równanie Bilansu Pędu (RBP):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \mathrm{div}(\rho \vec{v}\vec{v}) = \mathrm{div}(-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau}) + \rho \vec{s}_p$$

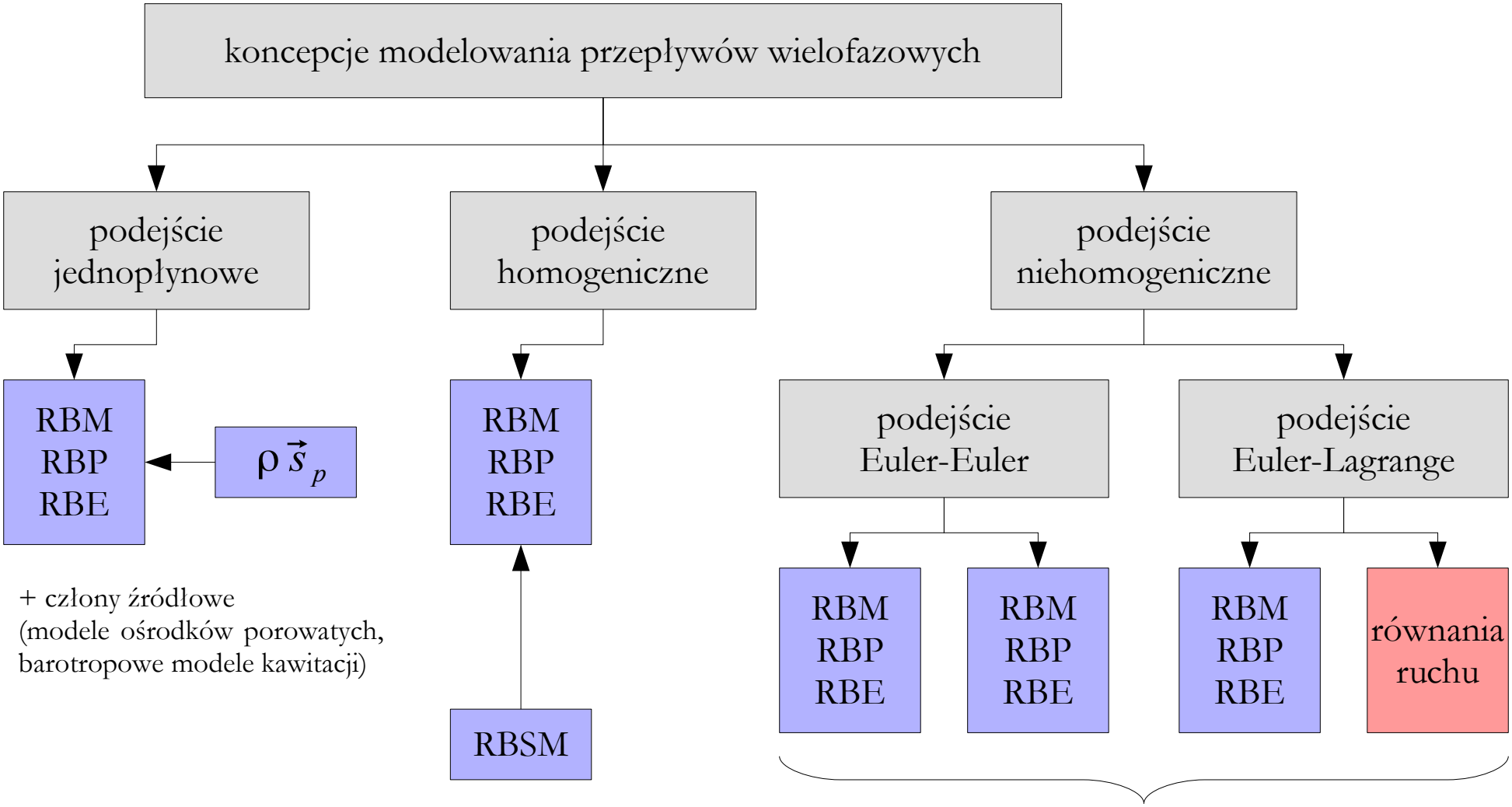
Równanie Bilansu Energii (RBE):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \mathrm{div}(\rho e \vec{v}) = \mathrm{div}((-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau})\vec{v} + \vec{q}) + \rho s_e$$



Jak zastosować układ równań bilansowych do modelowania przepływów mieszanin?

Koncepcje modelowania



+ człony źródłowe
(modele ośrodków porowatych,
barotropowe modele kawitacji)

+ równania bilansu składników (modele kawitacji,
modele mieszania, modele spalania i inne)

+ domknięcia opisujące interakcję między fazami
(fluidyzacja, kawitacja, transport, mieszanie, separacja,
reakcje chemiczne i inne)

Model Ośrodka Porowatego

Model Ośrodka Porowatego (Porous Media Model) – jednopłynowy model ośrodka wielofazowego. Ośrodek porowaty jest traktowany jako medium, które wprowadza do członu źródłowego równania bilansu pędu dodatkowy opór przepływu w postaci źródła sił masowych. Źródło to może być opisane prawem Darcy'ego, prawem Forchheimera lub innym. Opis odbywa się w ujęciu Eulera.

bilans masy:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

bilans pędu:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \mathrm{div}(\rho \vec{v}\vec{v}) = \mathrm{div}(-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau}) + \rho \vec{s}_p$$

bilans energii:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \mathrm{div}(\rho e \vec{v}) = \mathrm{div}((-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau})\vec{v} + \vec{q}) + \rho s_e$$

Model Ośrodka Porowatego

Prawo Darcy'ego – prawo opisujące zależność między prędkością filtracji płynu przepływającego przez ośrodek porowaty, a występującym wzdłuż przepływu gradientem ciśnienia.

Prawo Forchheimera – rozszerzone prawo Darcy'ego, obowiązujące dla szerszego zakresu prędkości filtracji.

Prawo Darcy'ego

Prawo Forchheimera

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{\kappa} \cdot \vec{v}_f + \beta \cdot \rho \cdot \left|\vec{v}_f\right| \vec{v}_f$$

$\vec{v}_f$ - prędkość filtracji $\left[\frac{m}{s}\right]$

κ - współczynnik przepuszczalności $\left[m^2\right]$

β - współczynnik Forchheimera $\left[\frac{1}{m}\right]$

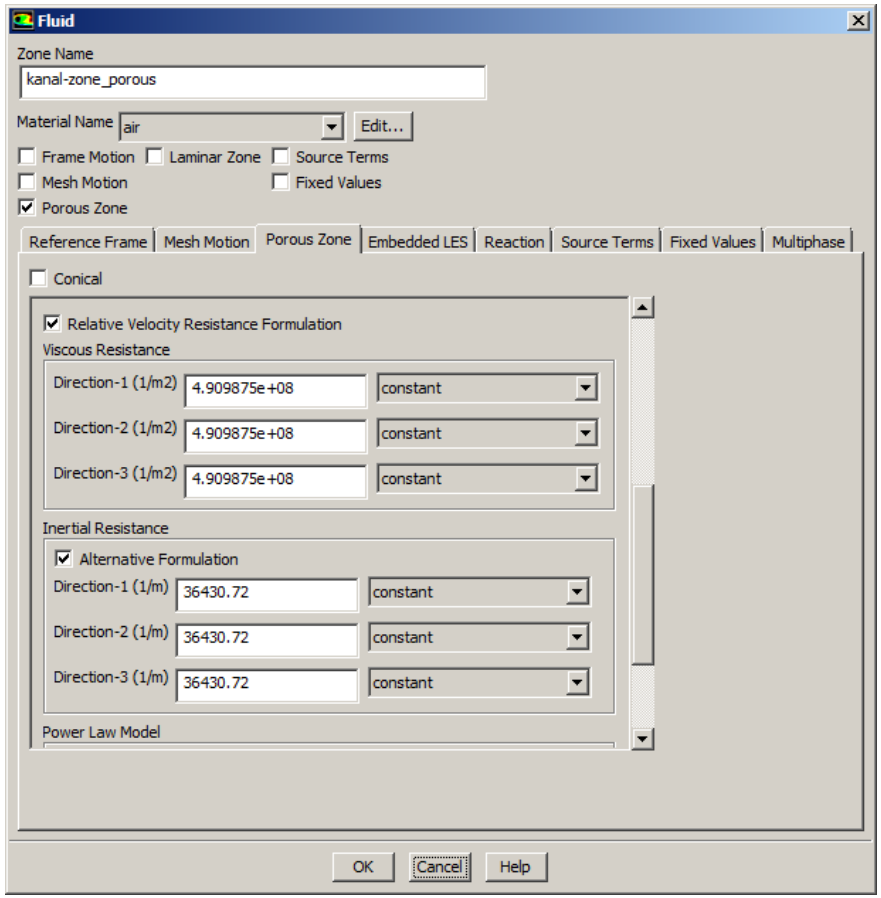
Model Ośrodka Porowatego

Wersja 3D prawa Forchheimera:

$$s_{i,inertial} = -\sum_{j=1}^{3} D_{ij}\mu v_j - \sum_{j=1}^{3} C_{ij}\frac{\rho|v|v_j}{2}$$

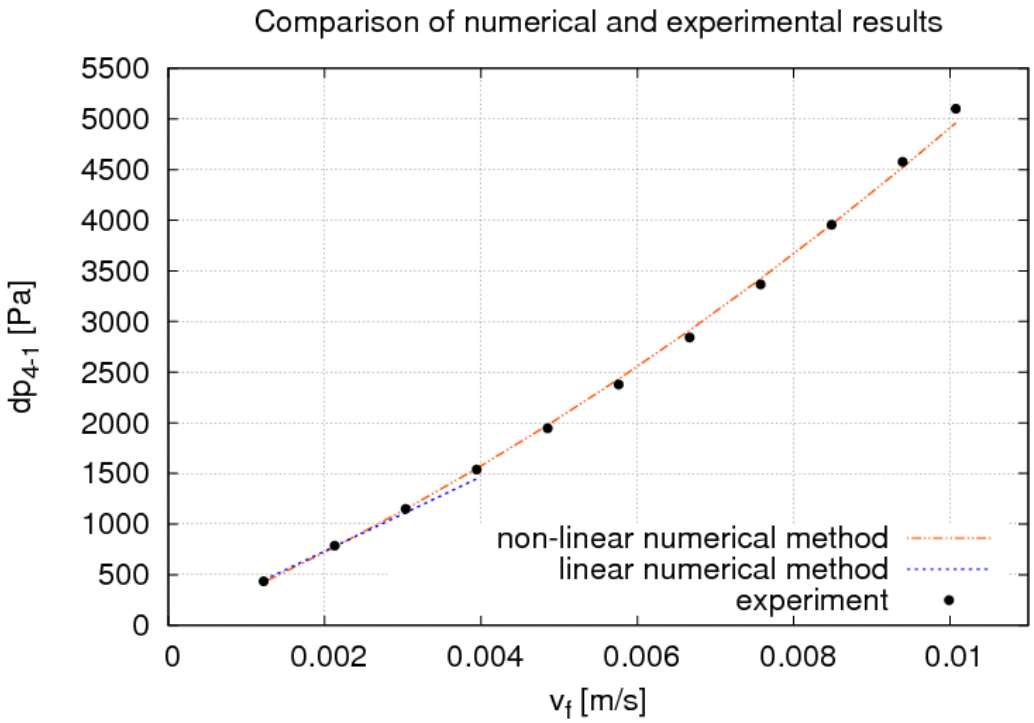
$$D_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\kappa} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\kappa} \end{bmatrix}$$

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} 2\beta & 0 & 0 \\ 0 & 2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 2\beta \end{bmatrix}$$



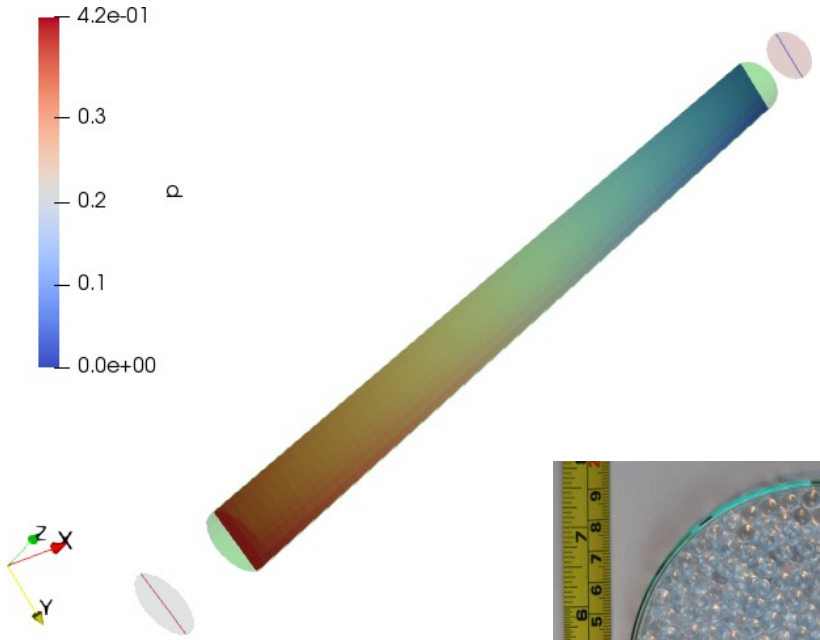
Okno definiowana parametrów strefy porowatej w ANSYS Fluent (trzeba jeszcze określić kierunki, na których ma działać źródło).

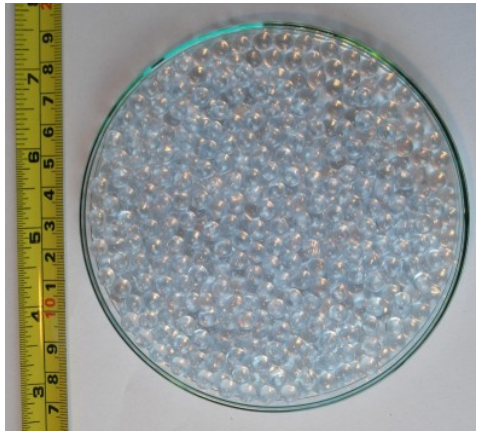
Model Ośrodka Porowatego



Przykład modelowania oporów przepływu przez jednowymiarową kolumnę filtracyjną [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

Model Ośrodka Porowatego





H:\Holandia pobyt\Linux\OpenFOAM\wojciech-dev\run\poro...

Plik Edycja Szukaj Widok Format Składnia Ustawienia Narzędzia Makra Uruchom Wtyczki Okno ?

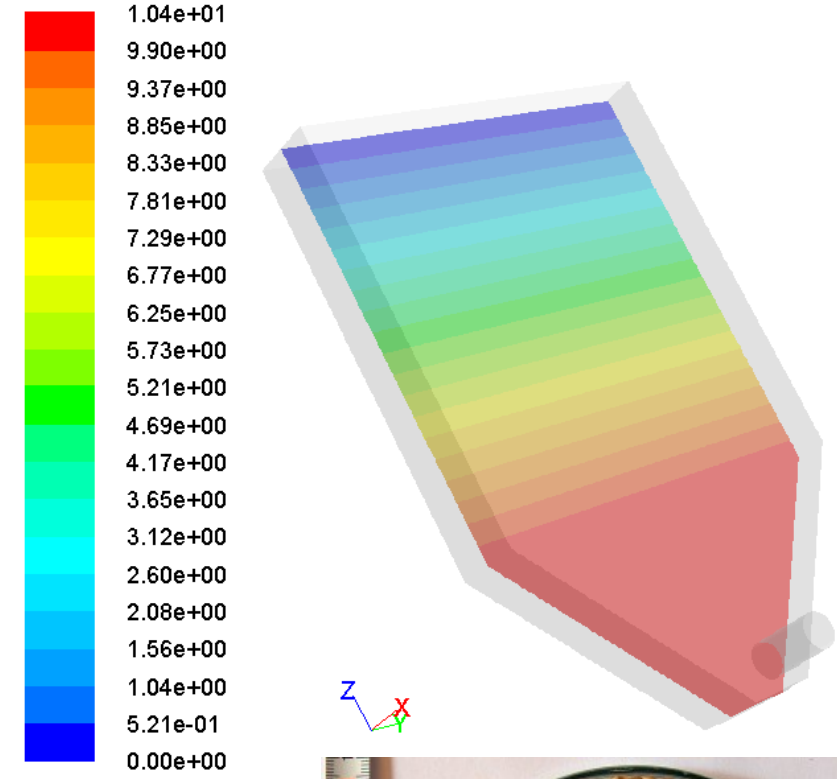
fvOptions

```
18  porosity1
19  {
20      type            explicitPorositySource;
21
22      explicitPorositySourceCoeffs
23      {
24          selectionMode   cellZone;
25          cellZone        porousBlockage;
26
27          type            DarcyForchheimer;
28
29      D 0.3914e+08;
30      F 0.1092e+05;
31
32          d   ($D $D $D);
33          f   ($F $F $F);
34
35          coordinateSystem
36          {
37              type    cartesian;
38              origin  (0 0 0);
39              coordinateRotation
40              {
41                  type    axesRotation;
42                  e1  (0 0 1);
43                  e2  (1 0 0);
44                  e3  (0 1 0);
45              }
46          }
47      }
48  }
```

Ln : 1 Col : 1 Sel : 0 | 0 Unix (LF) UTF-8 INS

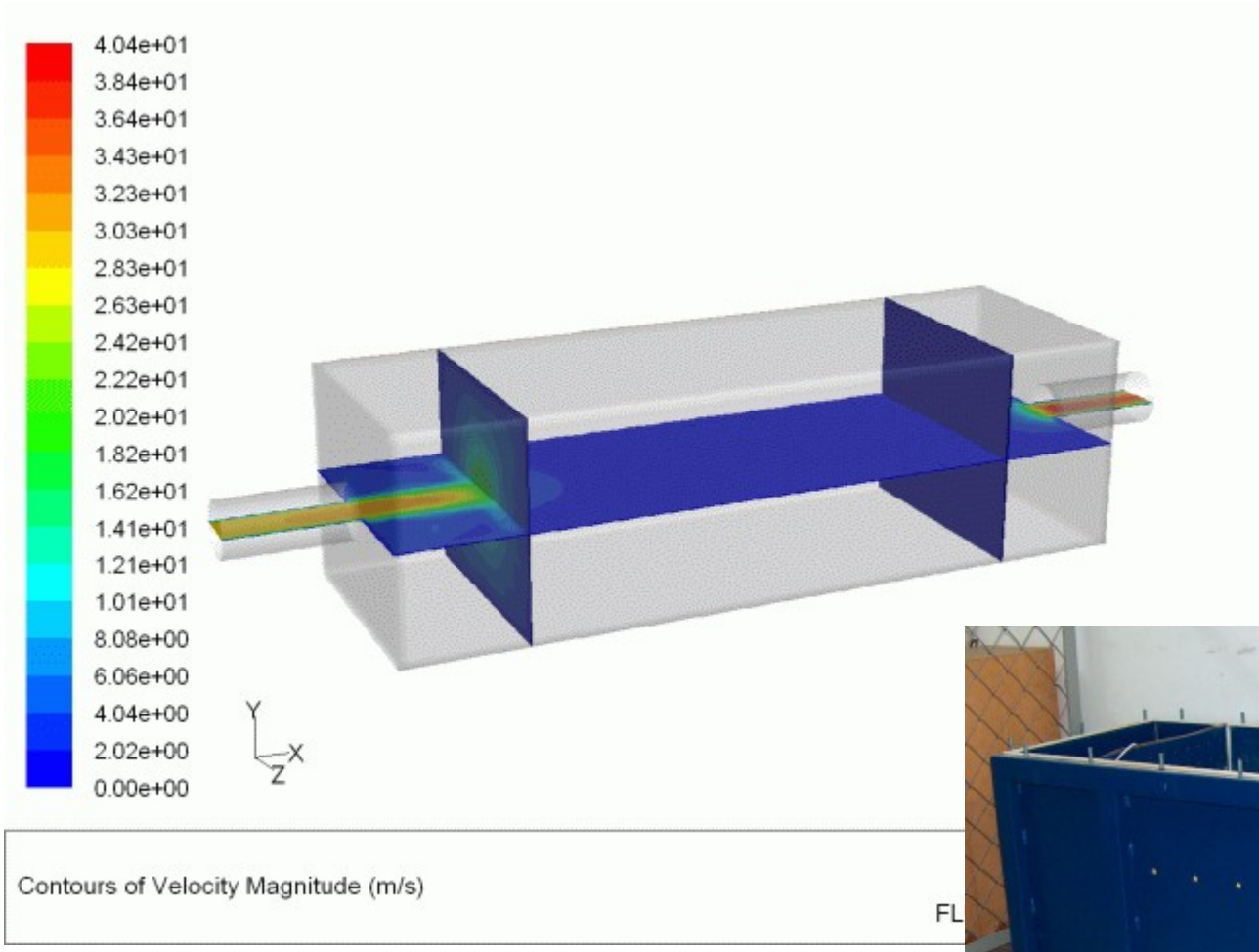
Przykład modelowania oporów przepływu przez jednowymiarową kolumnę filtracyjną [Wojciech Sobieski, OpenFOAM].

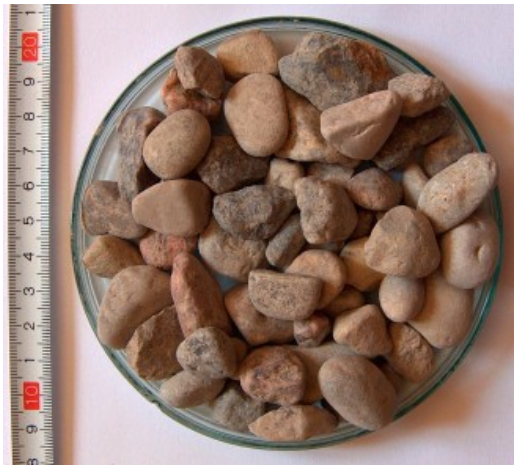
Model Ośrodka Porowatego



Przykład modelowania oporów złoża porowatego
w modelu silosu zbożowego w dwóch kierunkach przestrzennych
[Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

Model Ośrodka Porowatego

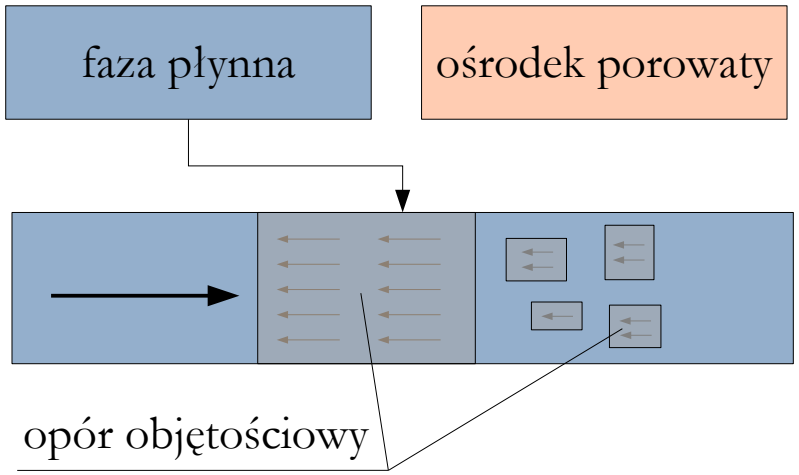




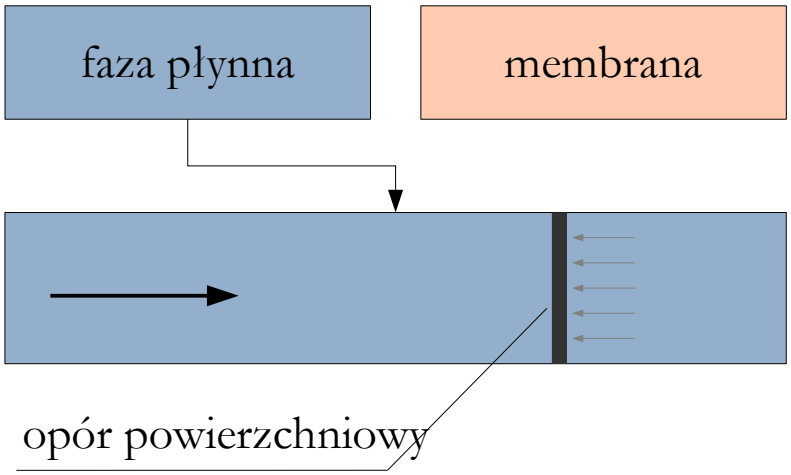
Przykład modelowania przepływu płynu w gruntowym wymienniku ciepła [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

Model Uskoku Porowatego

Model Uskoku Porowatego (Porous Jump Model) – jednopłynowy model ośrodka wielofazowego podobny do Modelu Ośrodka Porowatego. Jedyna różnica polega na tym, że opory przypisywane są nie do objętości, ale do powierzchni. W efekcie uzyskuje się lokalny i skokowy wzrost oporów przepływu, który można wykorzystać do modelowania sit, membran itp.

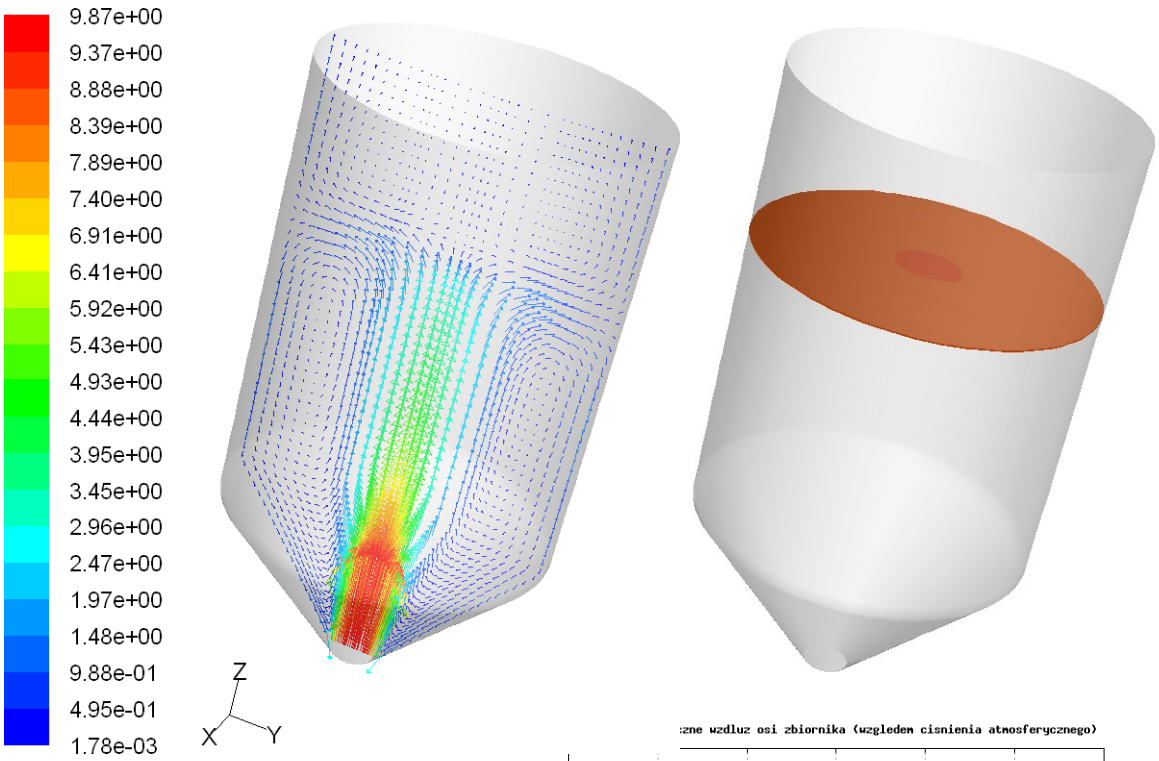


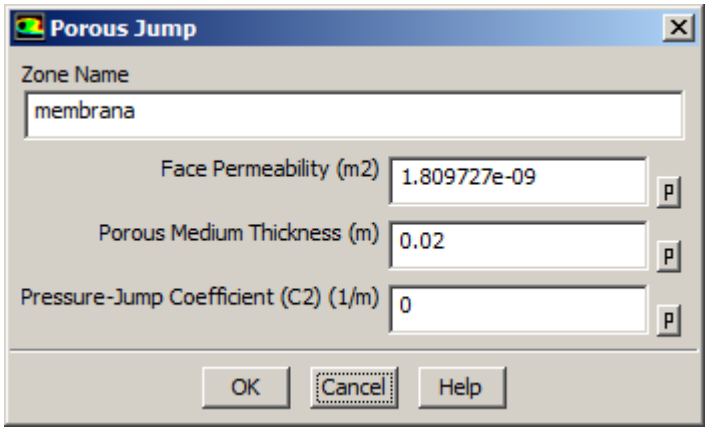
Porous Media Model

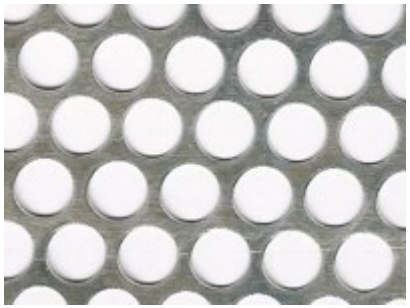


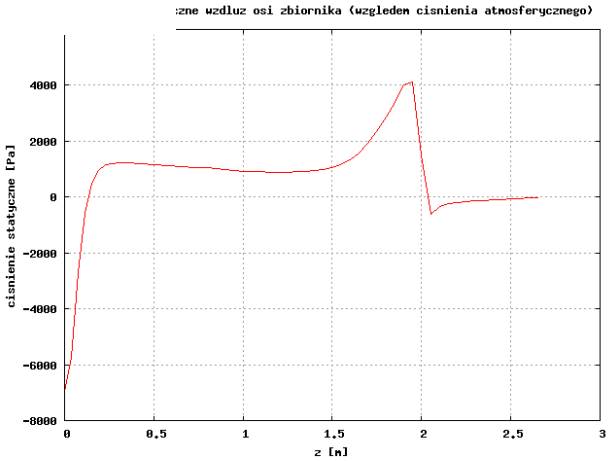
Porous Jump Model

Model Uskoku Porowatego









Przykład modelowania przepływu płynu w zbiorniku z membraną półprzepuszczalną [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

Model Homogeniczny

Model Homogeniczny (Mixture Model, Species Model) – model przeznaczony do opisu mieszanin jednorodnych dowolnej liczby faz: gazów, cieczy i cząstek stałych. Wszystkie fazy traktowane są jako mieszanina homogeniczna i posiadają jeden wspólny układ równań bilansowych. Dodatkowo każda z faz posiada własne równanie bilansu masy składnika. Opis mieszaniny odbywa się w ujęciu Eulera.

bilans masy:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

bilans pędu:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \mathrm{div}(\rho \vec{v}\vec{v}) = \mathrm{div}(-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau}) + \rho \vec{s}_p$$

bilans energii:

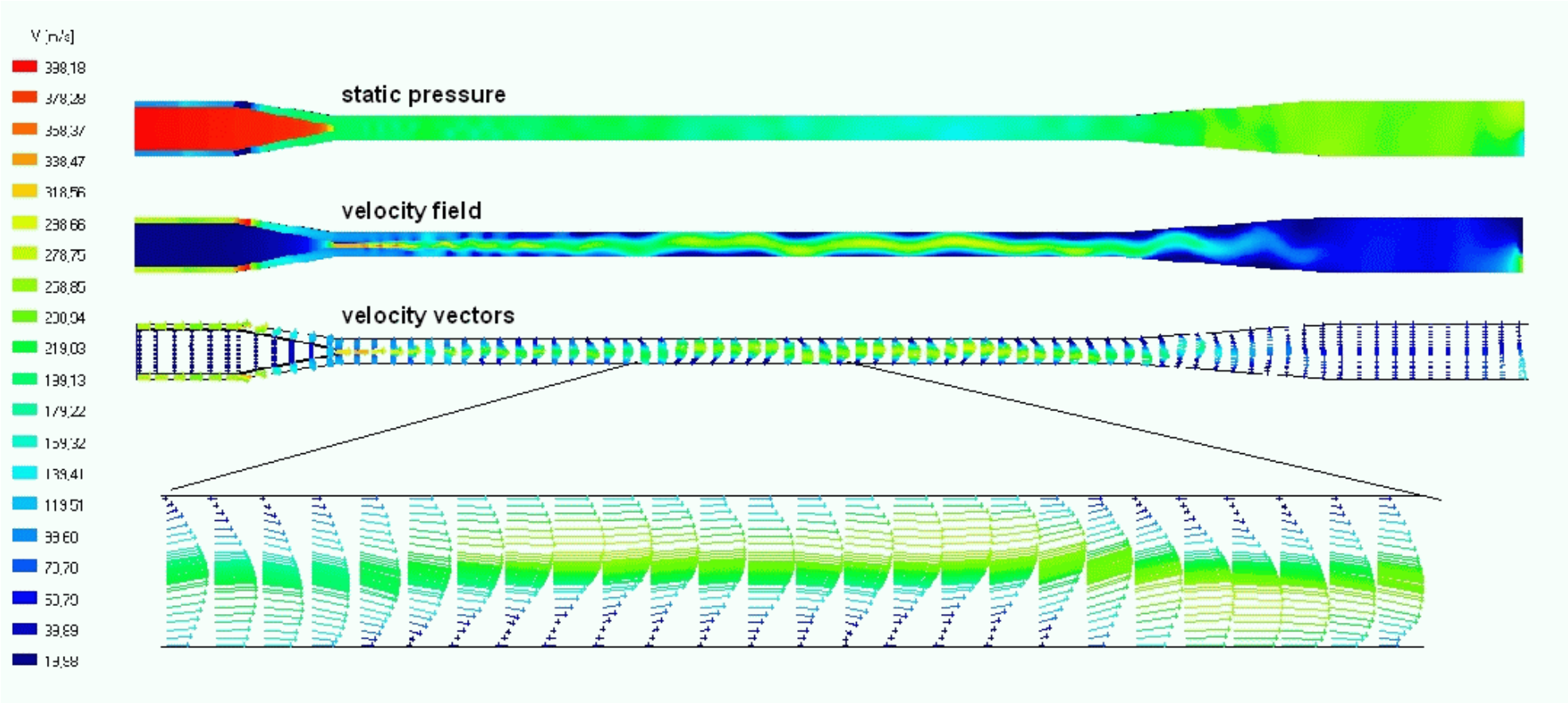
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \mathrm{div}(\rho e \vec{v}) = \mathrm{div}((-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau})\vec{v} + \vec{q}) + \rho s_e$$

bilans udziału składnika:

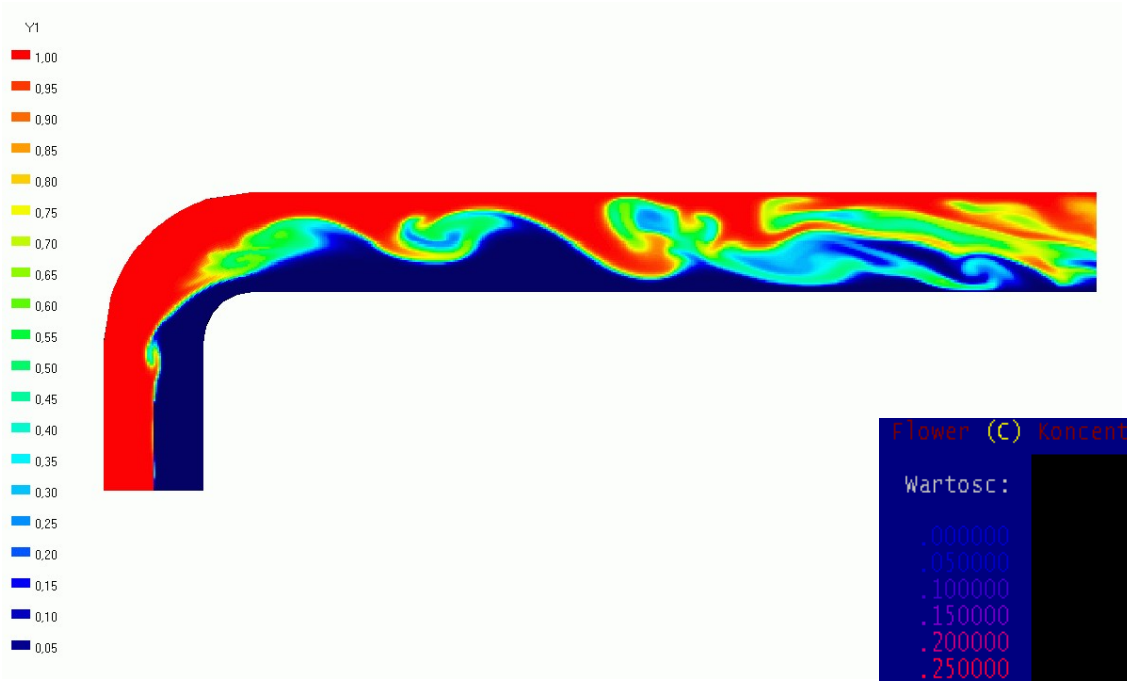
$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho) + \mathrm{div}(\epsilon_k \rho \vec{v}) = \mathrm{div}\left(\vec{J}_k^{\mathrm{l}} + \vec{J}_k^{\mathrm{t}}\right) + \rho s_k \qquad k = 1, \ldots, n_s$$

Model Homogeniczny

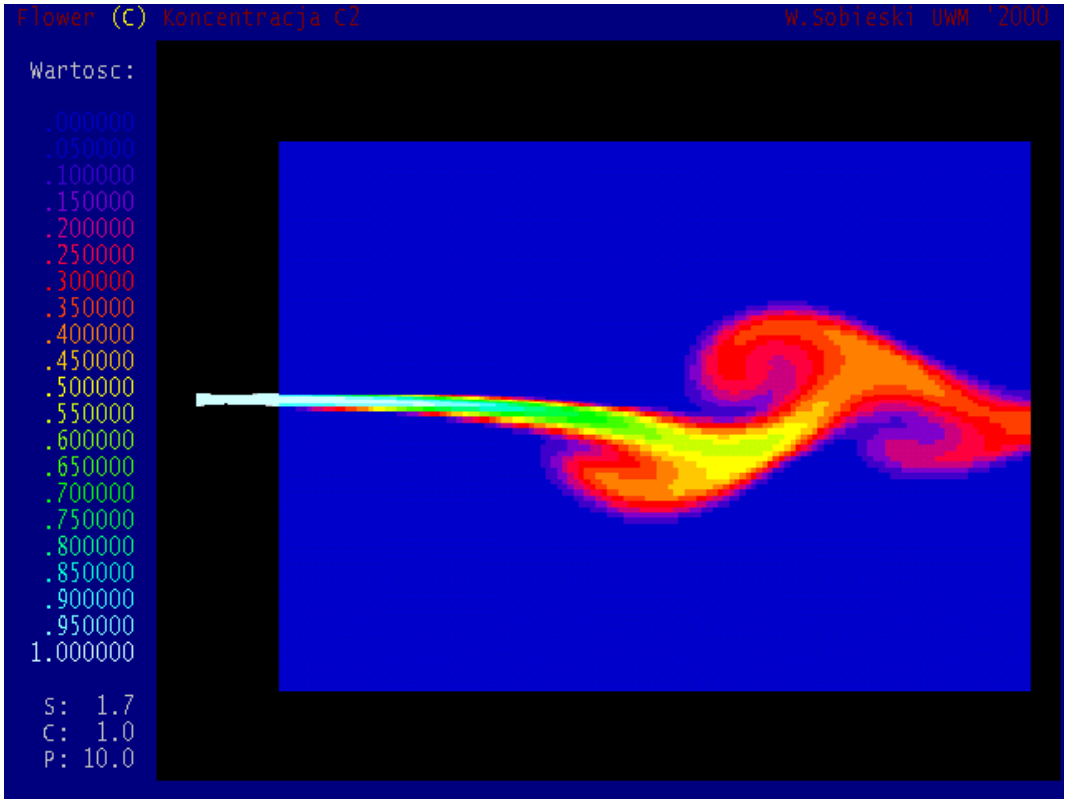
Przykład modelowania mieszania gazów w strumienicy [Wojciech Sobieski, Multi Flower 2D].



Model Homogeniczny



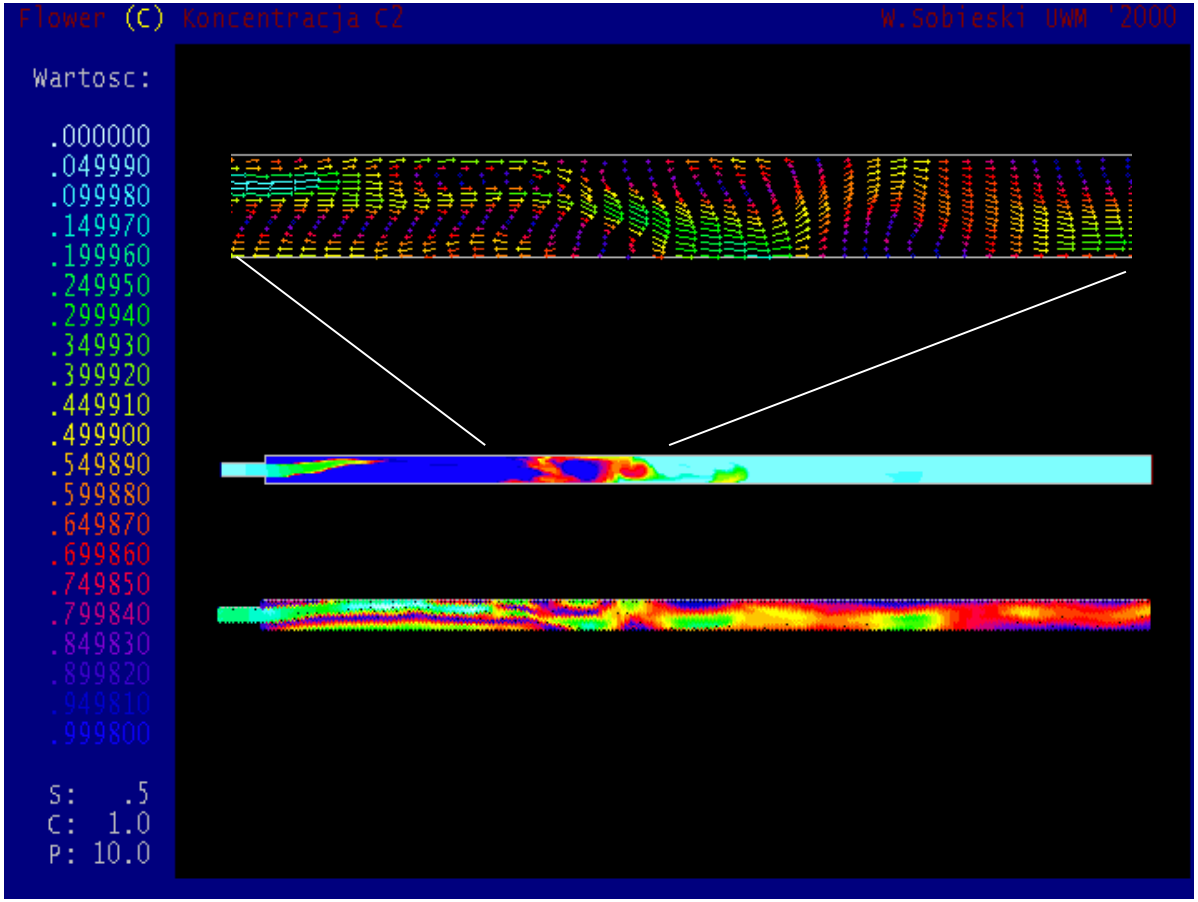
Przykład modelowania mieszania dwóch strumieni gazów w kanale z kolankiem [Wojciech Sobieski, Multi Flower 2D].

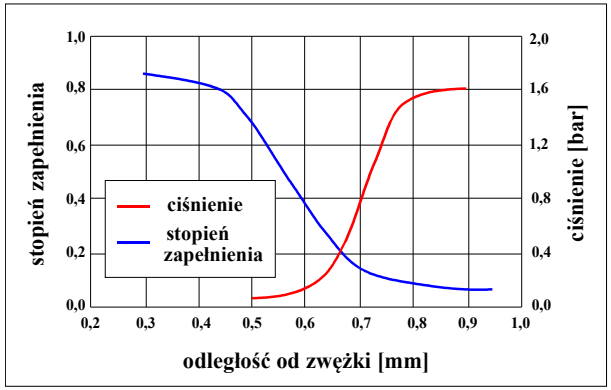


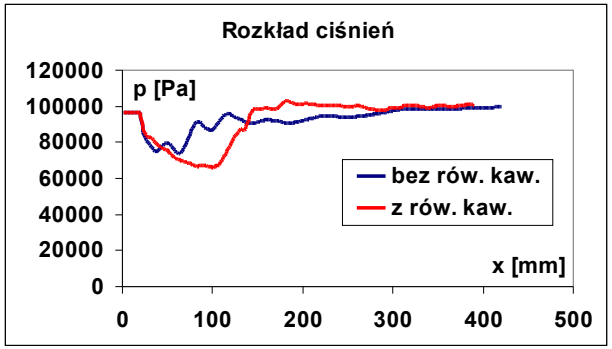
Przykład modelowania rozszczelnienia zbiornika [Wojciech Sobieski, Multi Flower 2D].

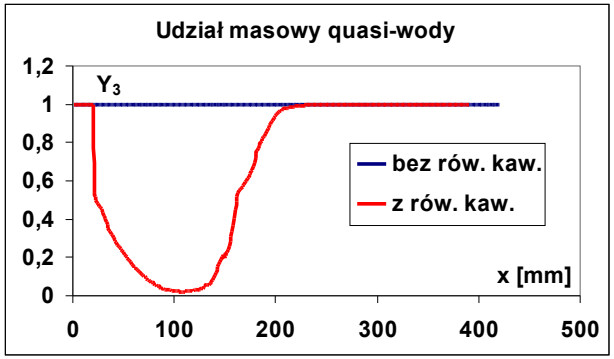
Model Homogeniczny

Modelowanie zjawisk odparowania i kondensacji
(na podstawie eksperymentu R. Kwidzyńskiego
z IMP PAN w Gdańsku) [Wojciech Sobieski, Multi Flower 2D].

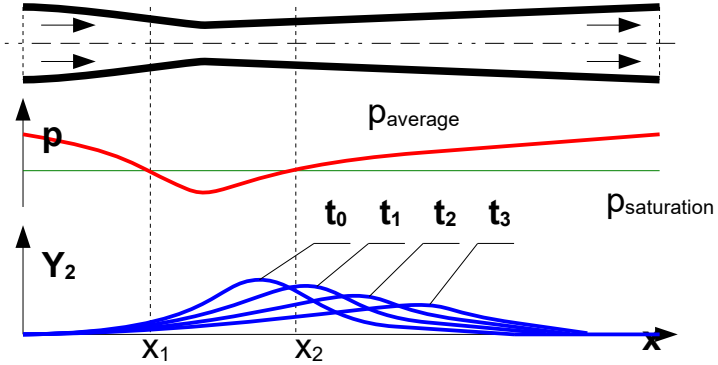


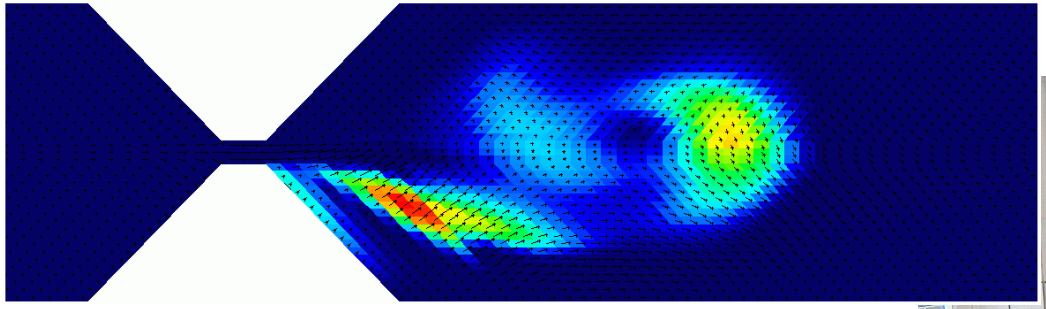


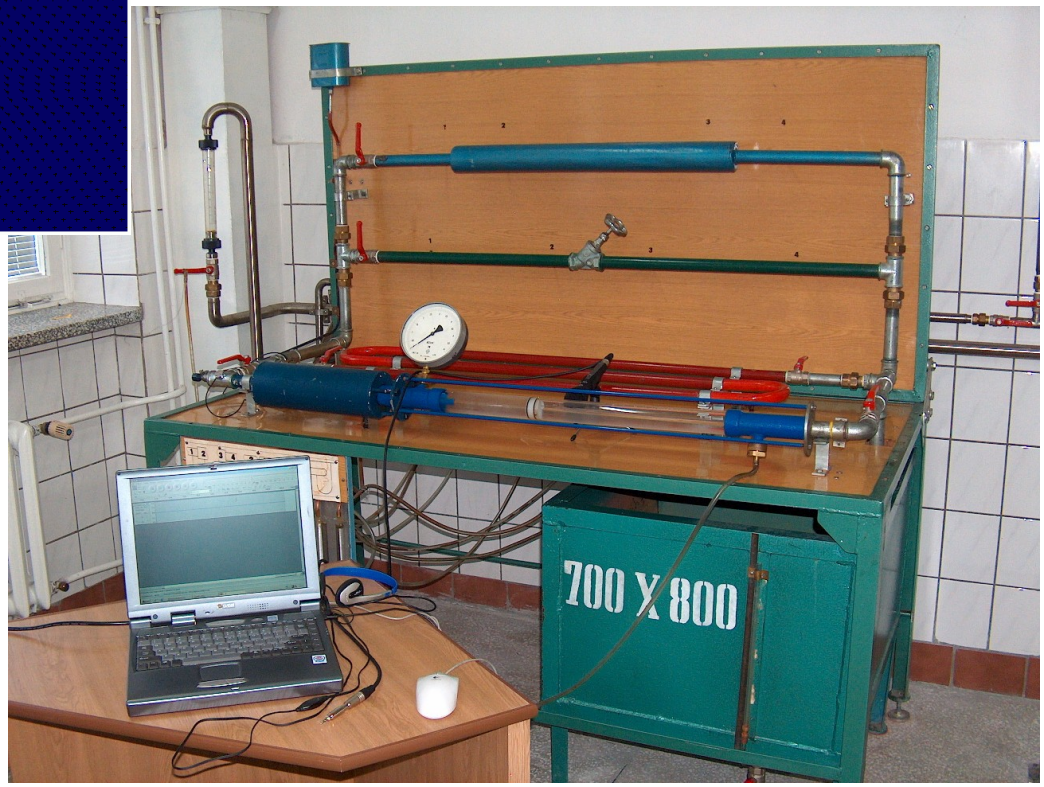




Model Homogeniczny







Modelowanie kawitacji kłębiastej
w rurze z przewężeniem
[Wojciech Sobieski, Multi Flower 2D].

Homogeniczny Model Kawitacji

Homogeniczny Model Kawitacji – model kawitacji zakładający istnienie dwóch faz: cieczy (l) i jej pary (v). Oprócz podstawowych równań bilansu masy, pędu i energii rozwiązywane jest równanie bilansu masy fazy parowej. Opis wszystkich faz odbywa się w ujęciu Eulera.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho) + \nabla\left(\epsilon_k \rho \vec{v}\right) = R_e - R_c$$

kondensacja

parowanie

$p \leq p_{sat}$

$$R_e = \frac{\rho_l \rho_v}{\rho} \alpha_v (1-\alpha_v) \frac{3}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_{sat} - p}{\rho_l}}$$

$p > p_{sat}$

$$R_c = \frac{\rho_l \rho_v}{\rho} \alpha_v (1-\alpha_v) \frac{3}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_{sat}}{\rho_l}}$$

Model Schnerr-Zauer.

$$R_e = C_e \frac{3 \alpha_{nuc} (1-\alpha_v) \rho_v}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_{sat} - p}{\rho_l}}$$

$$R_c = C_c \frac{3 \alpha_v \rho_v}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_{sat}}{\rho_l}}$$

$R = 6 \cdot 10^{-6}$

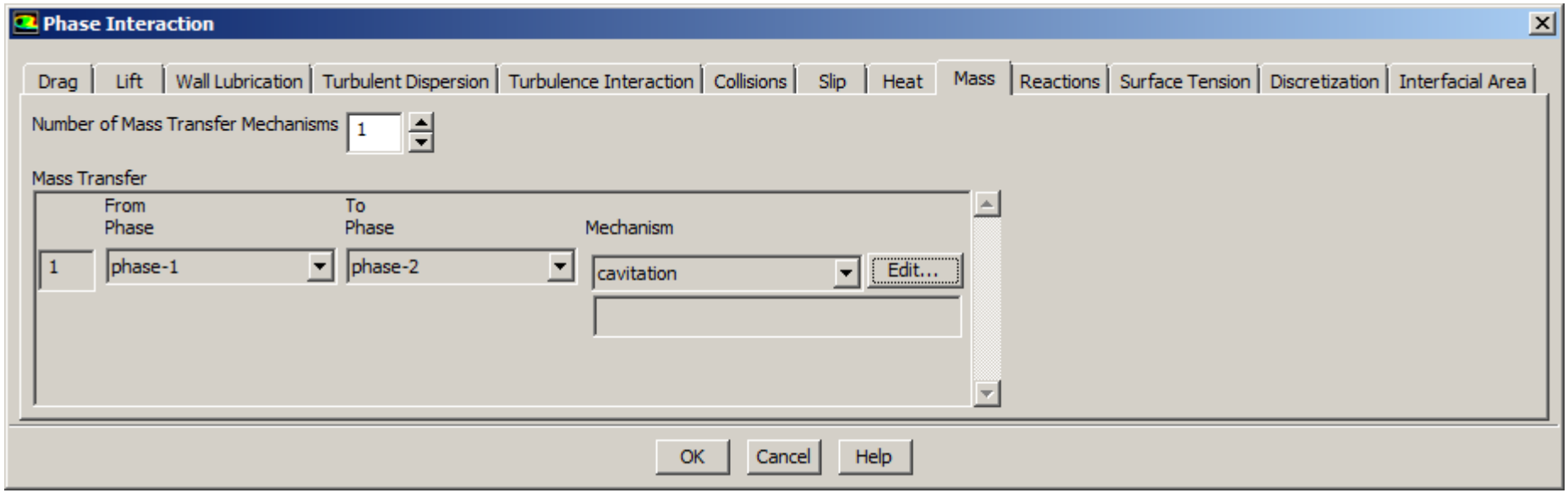
$\alpha_{nuc} = 5 \cdot 10^{-4}$

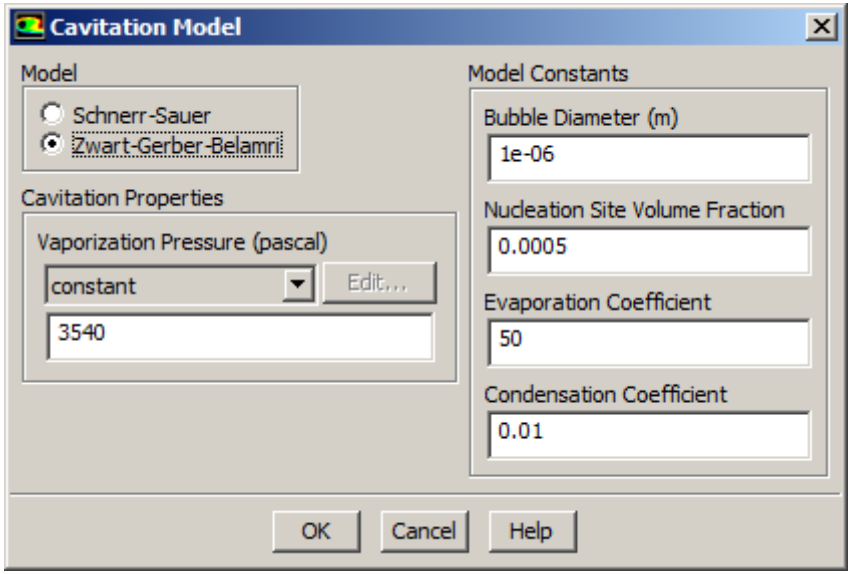
$C_e = 50$

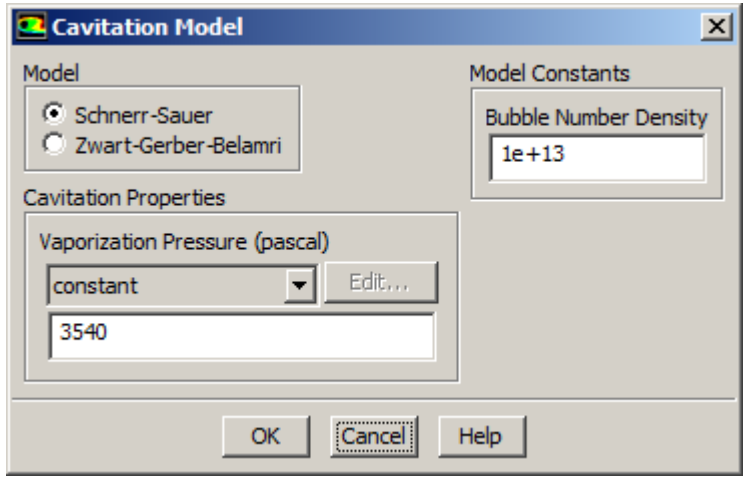
$C_c = 0.01$

Model Zwart-Gerber-Belamri.

Homogeniczny Model Kawitacji

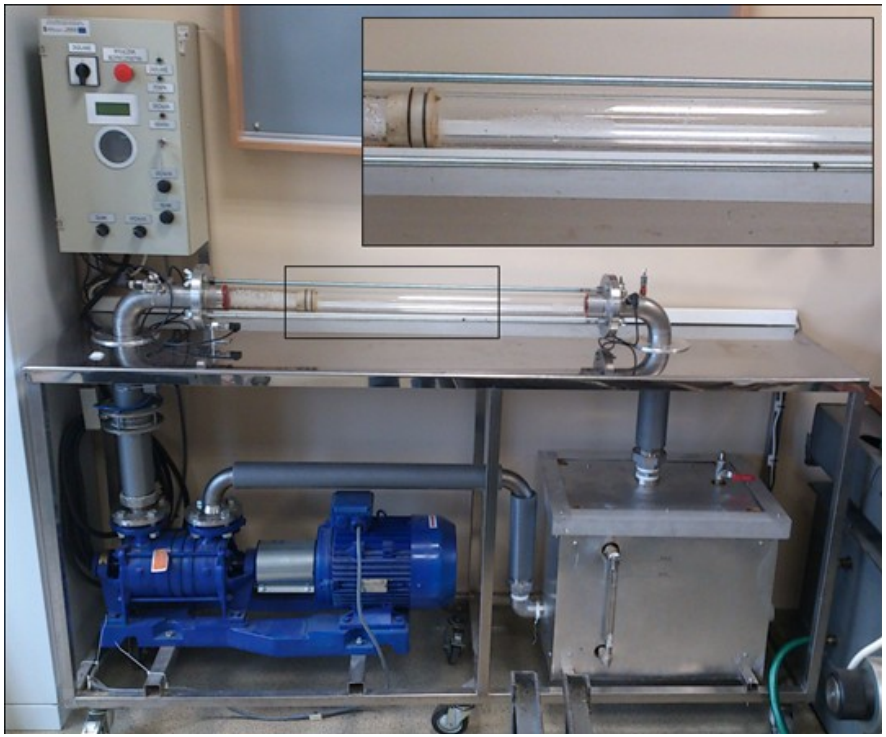




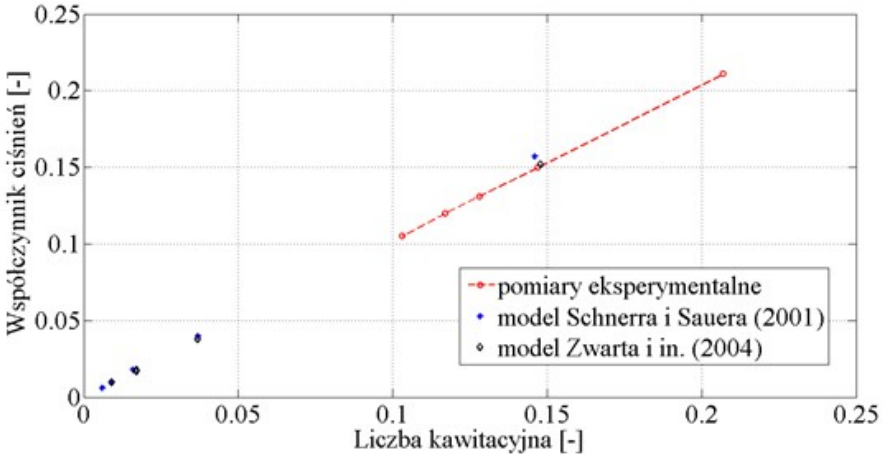


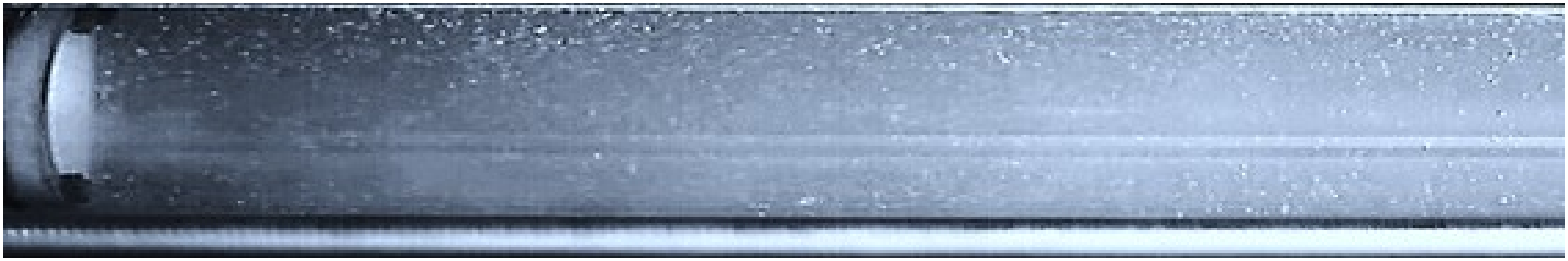
Okna definiowana modeli kawitacji w ANSYS Fluent.

Homogeniczny Model Kawitacji

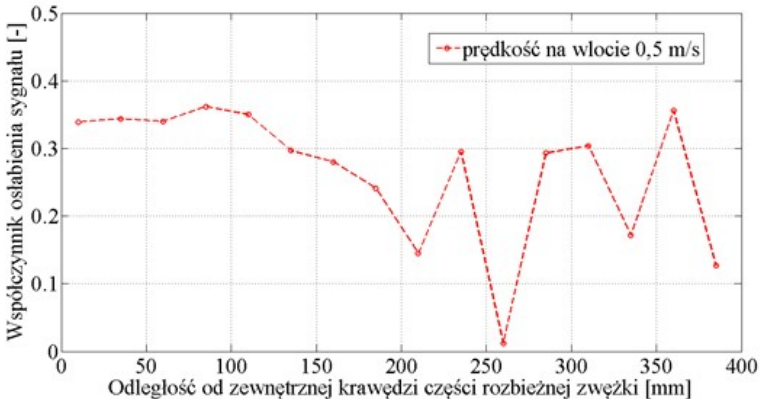


Badania kawitacji w zwężce zbieżno-rozbieżnej (rozprawa doktorska Pani Agnieszki Niedźwiedzkiej).

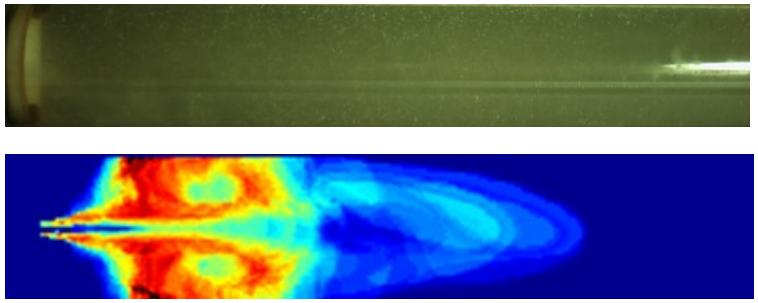




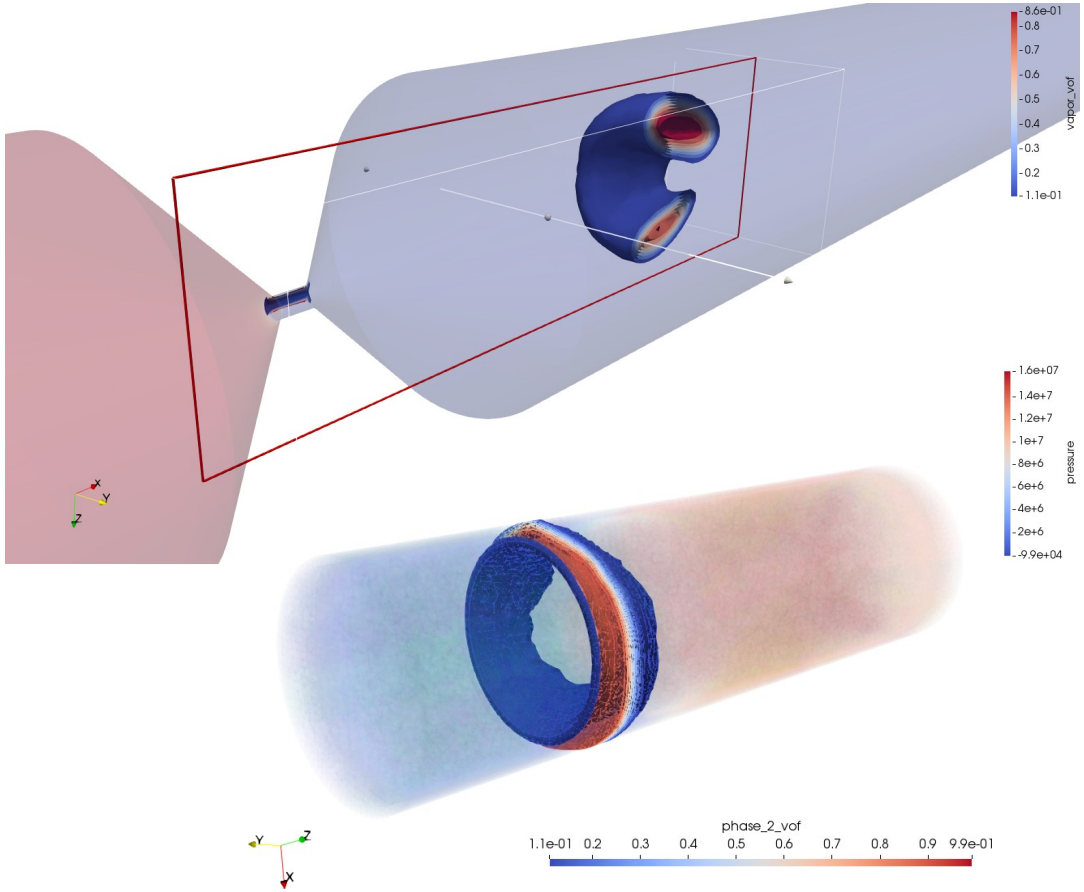
Homogeniczny Model Kawitacji



Wyniki pomiaru intensywności kawitacji systemem optoelektronicznym.



Przykład zastosowania statystycznej analizy obrazu.



Niestacjonarne, trójwymiarowe modelowanie kawitacji w zwężce zbieżno-rozbieżnej – model Schnerra-Zauera (rozprawa doktorska Pani Agnieszki Niedźwiedzkiej).

Pełny Model Kawitacji

Pełny Model Kawitacji (Full Cavitation Model) – homogeniczny model kawitacji zakładający istnienie trzech faz: cieczy (l), jej pary (v) oraz rozpuszczonego w cieczy gazu (g). Oprócz podstawowych równań bilansu masy, pędu i energii rozwiązywane jest równanie bilansu masy fazy parowej. Opis wszystkich faz odbywa się w ujęciu Eulera.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho) + \nabla(\epsilon_k \rho \vec{v}) = \nabla(\Gamma \nabla \epsilon_k) + R_e - R_c$$

kondensacja

parowanie

$p \leq p_{sat}$

$$R_e = C_e \frac{max(1.0, \sqrt{k})}{\sigma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_{sat} - p}{\rho_l}} (1 - \epsilon_v - \epsilon_g) \qquad C_e = 0.02$$

$p > p_{sat}$

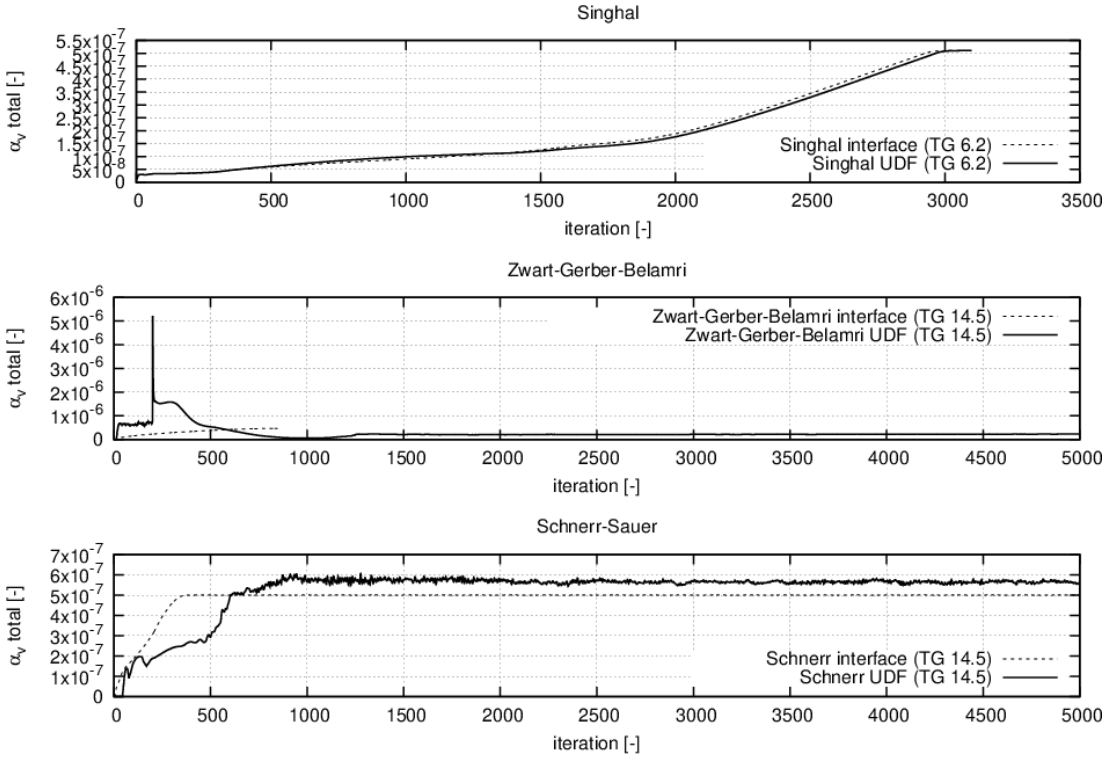
$$R_c = C_c \frac{max(1.0, \sqrt{k})}{\sigma} \rho_l \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_{sat}}{\rho_l}} \epsilon_v \qquad C_c = 0.01$$

Γ - współczynnik dyfuzji

σ - napięcie powierzchniowe

Model Singhala.

Pełny Model Kawitacji



Przykład testu porównawczego bazującego na samodzielnie zaimplementowanych modelach kawitacji [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

Species Model

Species Model (**SM**) – model o tych samych właściwościach co Model Homogeniczny (Model Mieszany), ale przeznaczony specjalnie dla układów, w których zachodzą reakcje chemiczne (choć nie muszą), np. w procesach spalania. W takich przypadkach liczba komponentów może być stosunkowo duża. Opis wszystkich faz odbywa się w ramach Eulera.

bilans masy:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

bilans pędu:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \mathrm{div}(\rho \vec{v}\vec{v}) = \mathrm{div}(-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau}) + \rho \vec{s}_p$$

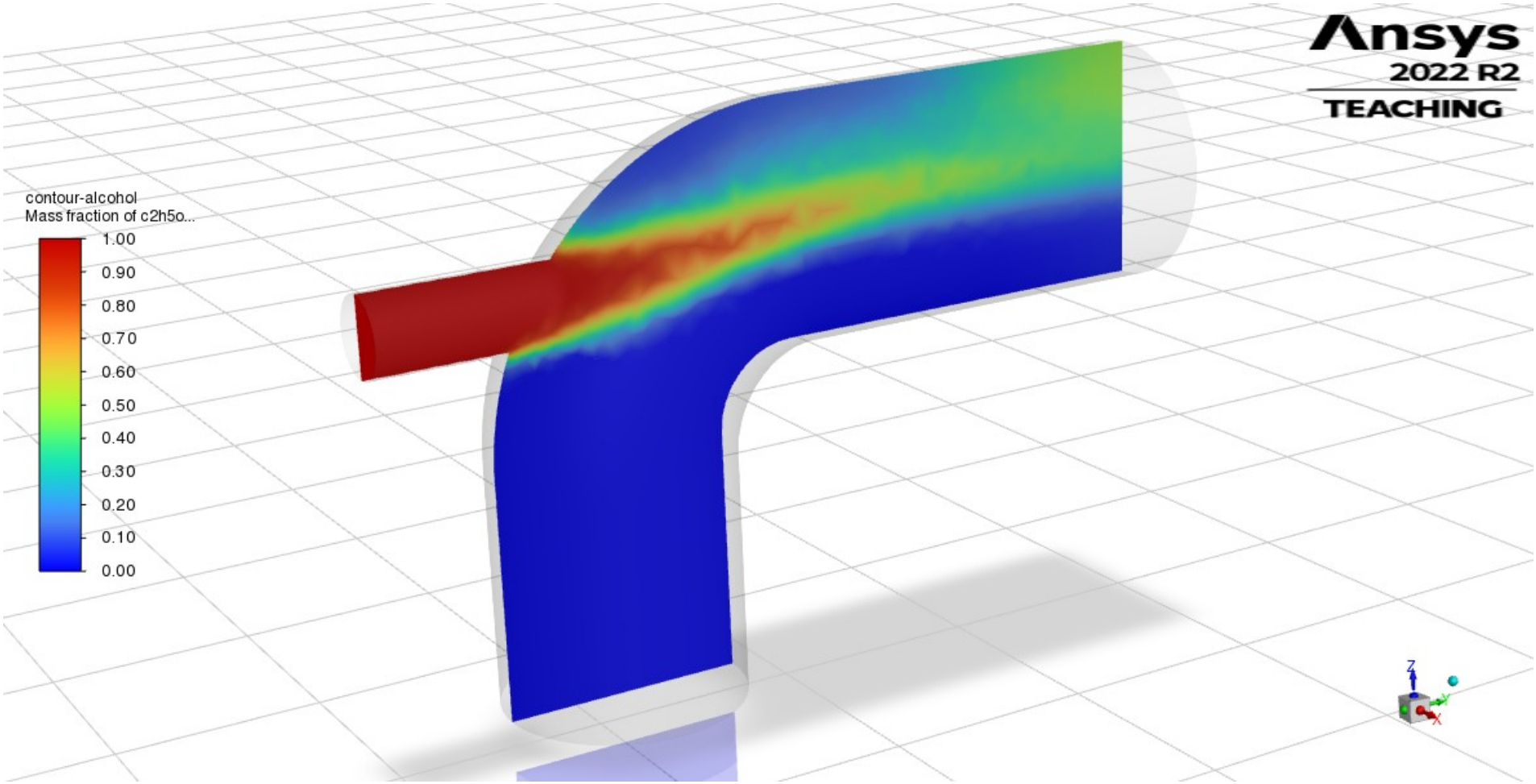
bilans energii:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \mathrm{div}(\rho e \vec{v}) = \mathrm{div}((-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau})\vec{v} + \vec{q}) + \rho s_e$$

bilans udziału składnika:

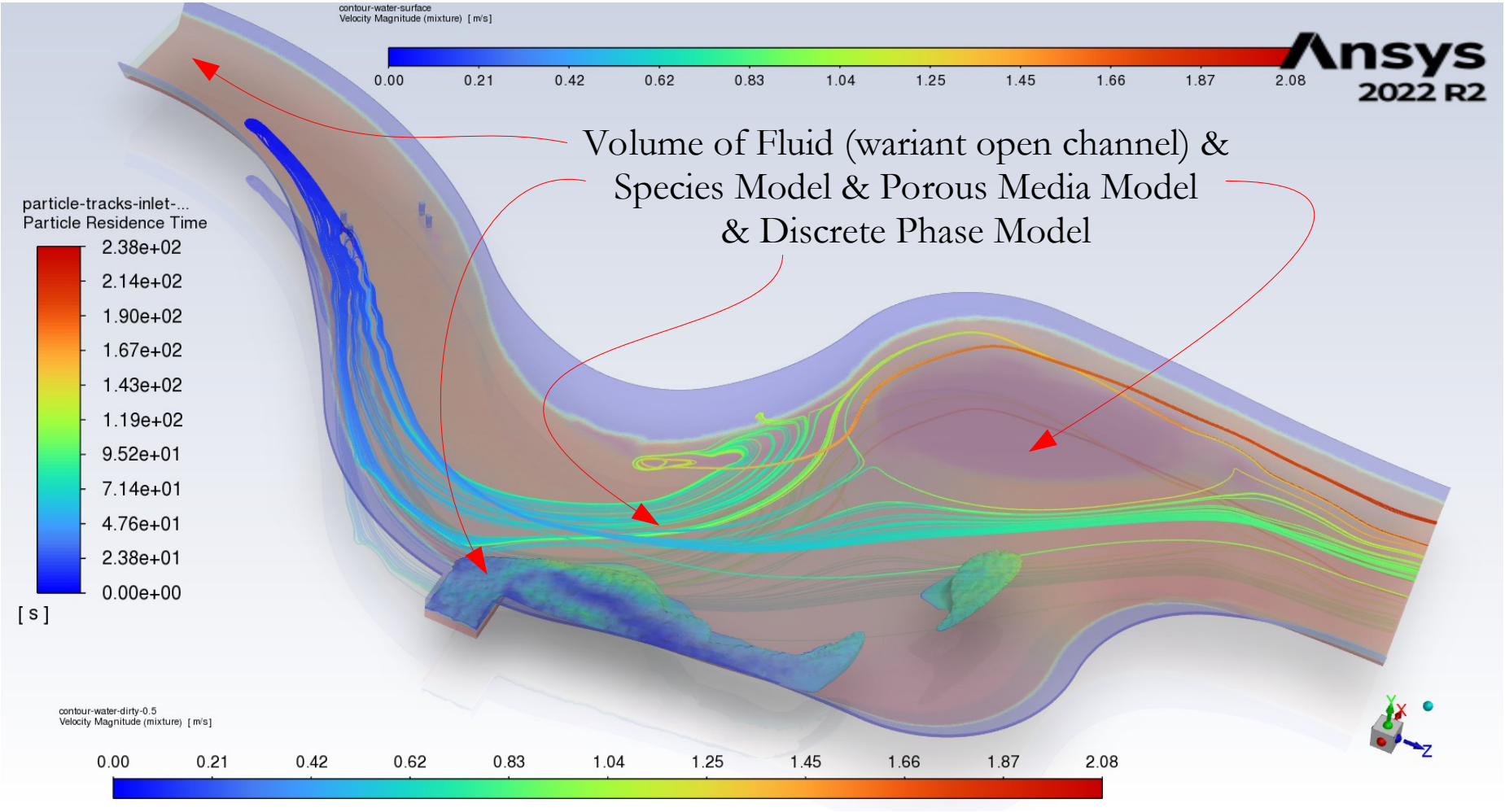
$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho) + \mathrm{div}(\epsilon_k \rho \vec{v}) = \mathrm{div}\left(\vec{J}_k^{\mathrm{m}} + \vec{J}_k^{\mathrm{t}}\right) + \rho s_k \qquad k = 1, \ldots, n_s$$

Species Model



Przykład mieszania etanolu z wodą w kanale z kolankiem
[Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

Species Model



Modelowanie propagacji zanieczyszczeń (płynnych i w postaci cząstek stałych) w dukcie wodnym [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

Volume of Fluid

Volume of Fluid (**VOF**) – model przeznaczony do opisu przepływów z powierzchnią swobodną lub przepływów niemieszających się płynów. Oprócz pojedynczego układu równań bilansowych rozwiązywane są dodatkowe równania ciągłości poszczególnych faz – dzięki nim możliwe jest „śledzenie" kształtu powierzchni rozdziału faz. Opis faz odbywa się w ujęciu Eulera.

bilans masy:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

bilans pędu:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \mathrm{div}(\rho \vec{v}\vec{v}) = \mathrm{div}(-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau}) + \rho \vec{s}_p$$

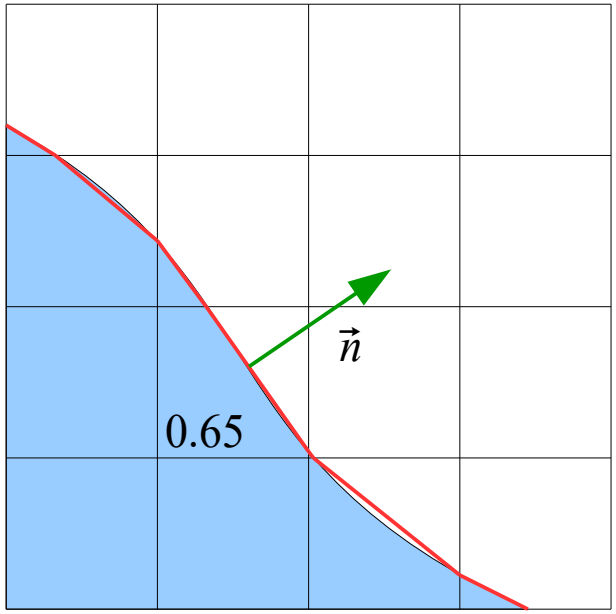
bilans energii:

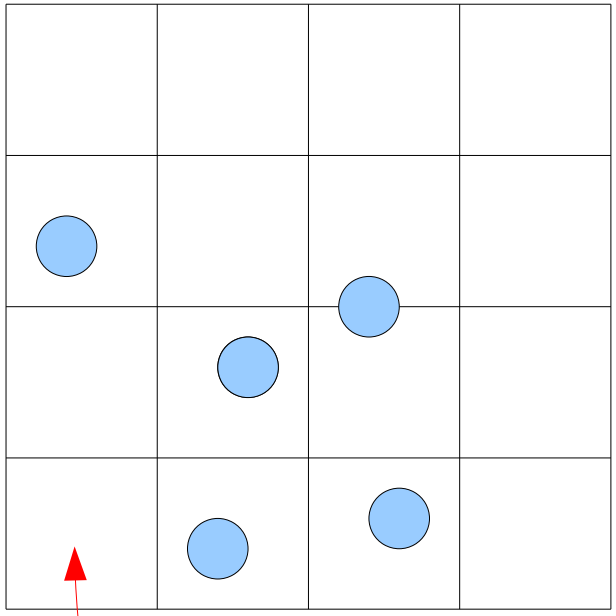
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \mathrm{div}(\rho e \vec{v}) = \mathrm{div}((-p\overleftrightarrow{I} + \overleftrightarrow{\tau})\vec{v} + \vec{q}) + \rho s_e$$

bilans udziału składnika:

$$\frac{1}{\rho_q}\left[\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \mathrm{div}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^{n_s}(\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp})\right]$$

Volume of Fluid



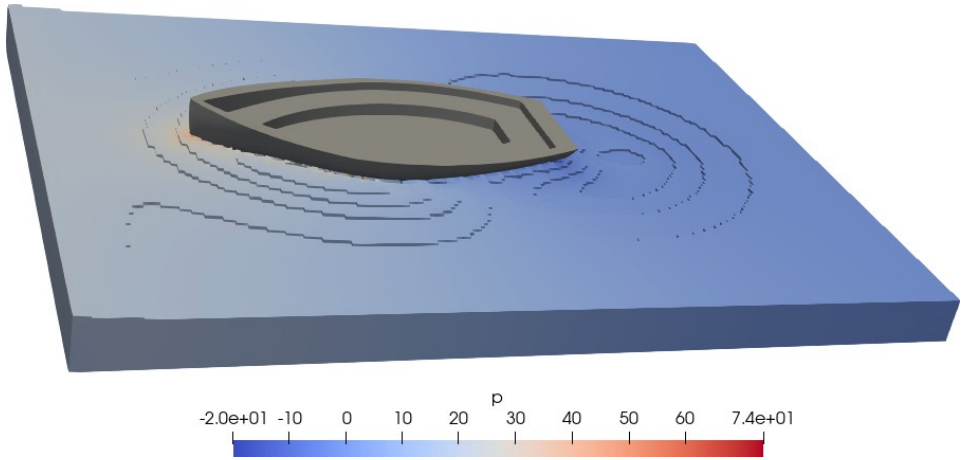


tu siatka jest za rzadka, aby dało się śledzić orientację powierzchni międzyfazowej.

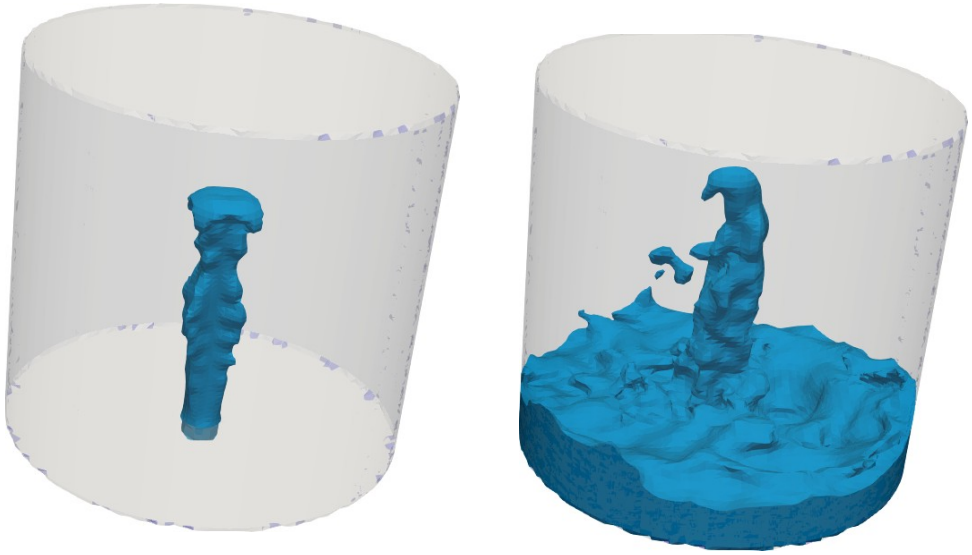
Model Volume of Fluid:

- analizuje informacje o udziale faz,
- tam, gdzie udziały faz są inne niż 0 lub 1, algorytm odtwarza kształt powierzchni międzyfazowej.

Volume of Fluid

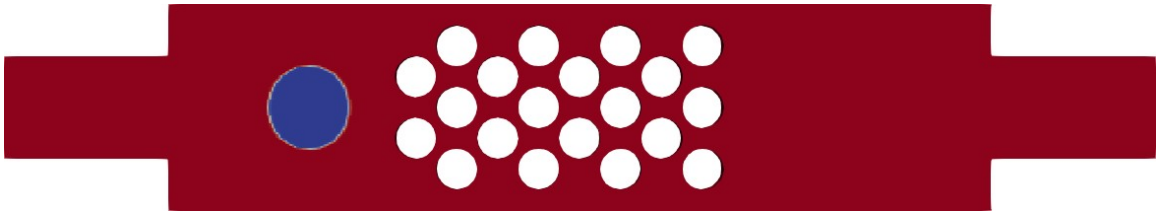


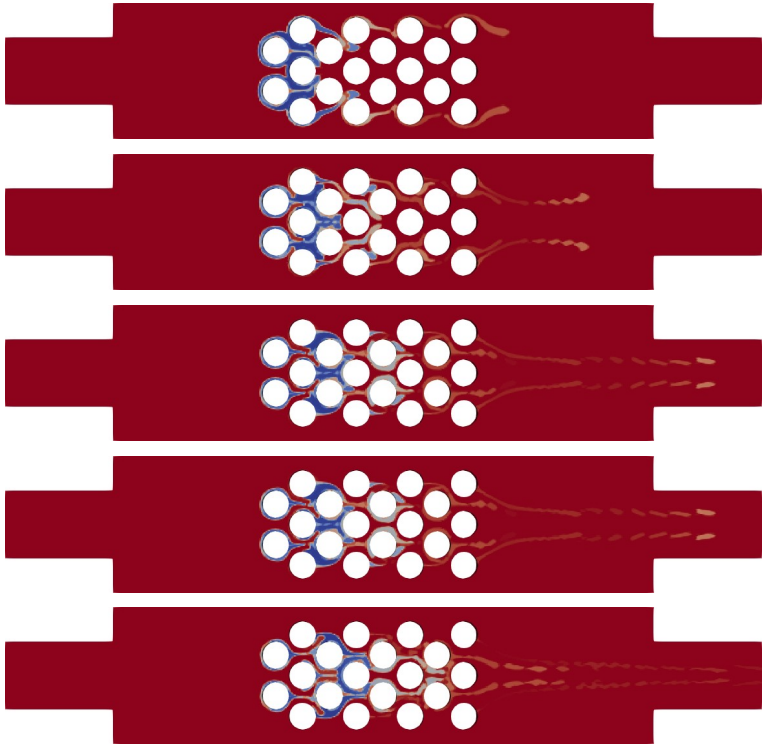
Przykład modelowania
opływu wokół przeszkody
[Wojciech Sobieski, OpenFOAM].



Przykład modelowania
napełniania zbiornika cieczą
[Wojciech Sobieski, OpenFOAM].

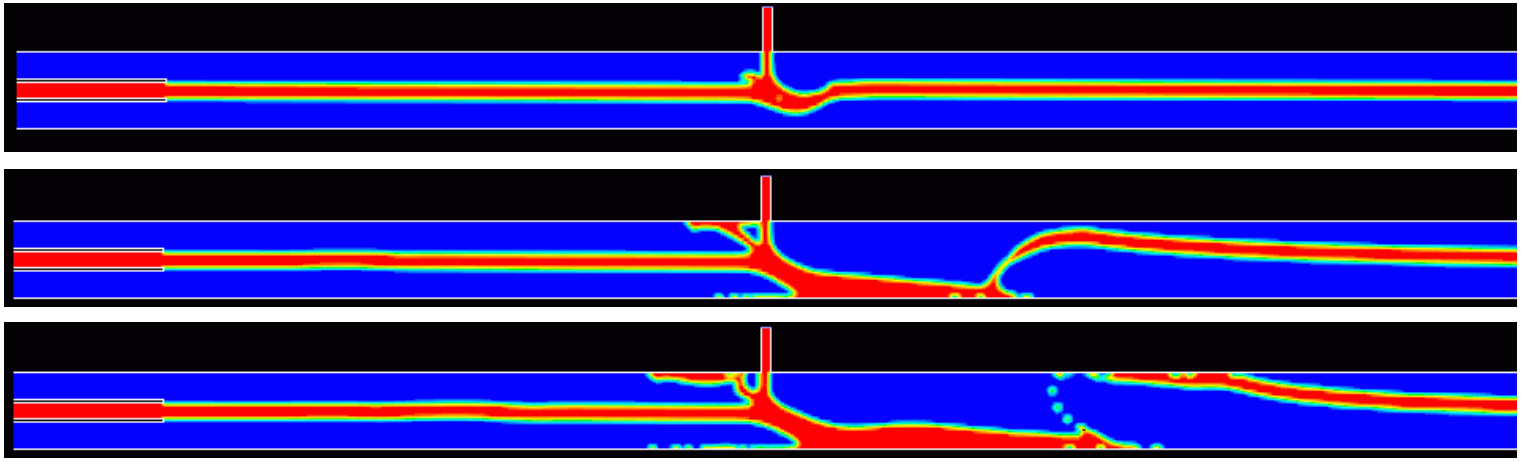
Volume of Fluid



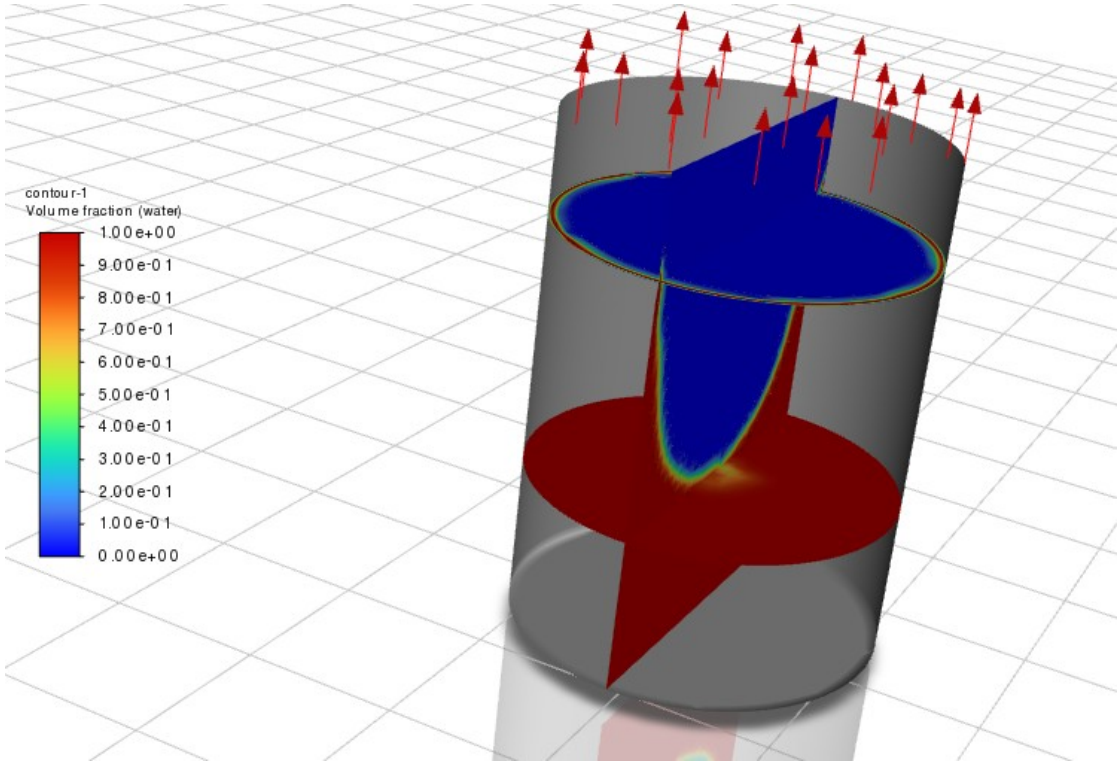


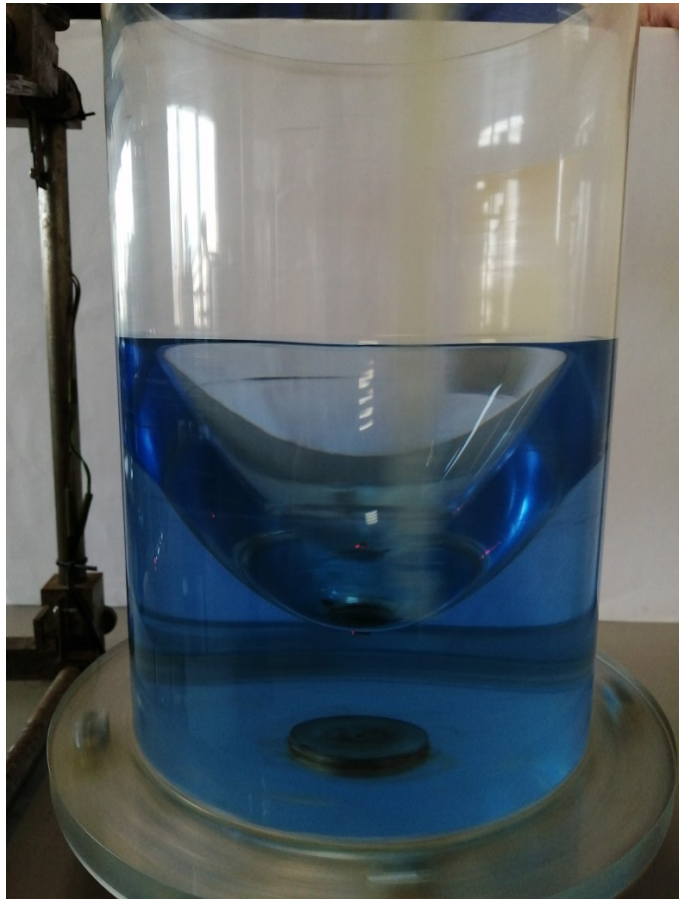
Przykład modelowania
przepływu kropli oleju
przez strukturę porowatą
[Wojciech Sobieski, OpenFOAM].

Przykład modelowania uderzenia strug
[Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].



Volume of Fluid





Przykład modelowania
powierzchni swobodnej cieczy w naczyniu wirującym
[Wojciech Sobieski, Fluent].

prędkość:	160 [obr/min]
wysokość paraboloidy:	0.117 [m]

Wielofazowy Model Eulera

Wielofazowy Model Eulera (Eulerian Multiphase Model, Two-Fluid Model) – niehomogeniczny model przeznaczony do opisu mieszanin dowolnej liczby faz: gazów, cieczy i cząstek stałych. Dla każdej z faz rozwiązywany jest oddzielny układ równań bilansowych. Sprzęganie faz odbywa się poprzez ciśnienie oraz międzyfazowe współczynniki wymiany masy, pędu i energii. Opis interakcji zależy w głównej mierze od rodzaju przepływu: *fluid-fluid* czy też *fluid-solid*.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \mathrm{div}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^{n_s} (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) + S_{m,q}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \mathrm{div}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = \mathrm{div}(\overleftrightarrow{\tau}_q^c - \alpha_q p \overleftrightarrow{I} - p_s \overleftrightarrow{I}) + \vec{R} + \vec{S}_{F,q}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q h_q) + \mathrm{div}(\alpha_q \rho_q h_q \vec{v}_q) = \mathrm{div}(\overleftrightarrow{\tau}_q^c \vec{v}_q - \alpha_q p \overleftrightarrow{I}) + \mathrm{div}(\vec{q}_q) + \vec{Q} + S_{h,q}$$

Wielofazowy Model Eulera

W Wielofazowym Modelu Eulera:

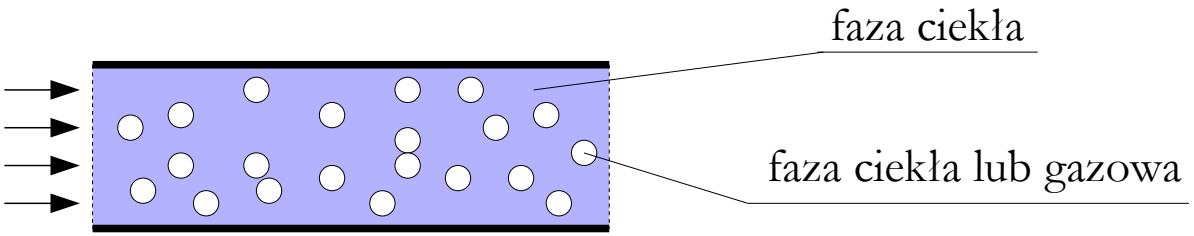
- cząstki są traktowane jako obiekty sferyczne:
  - kropelki,
  - pęcherzyki,
  - cząstki stałe (można dodatkowo zdefiniować współczynnik kształtu).
- każda faza rozproszona posiada własną charakterystyczną średnicę,
- istnieje możliwość modyfikacji rozkładu średnic, np. stosując równanie bilansu populacji, ale powoduje to istotny wzrost nakładów obliczeniowych.

Wielofazowy Model Eulera <u>wymaga zdefiniowania wielu domknięć</u>.

Wielofazowy Model Eulera

Model Schiller i Neumann (dla przepływów typu Fluid – Fluid)

- pierwsza faza jest fazą ciągłą, druga fazą rozproszoną
- model zakłada dwa zakresy licz Reynoldsa ($Re_{graniczne} = 1000$)
- jest zalecany dla rzadkich układów (volume fraction < 10 %)
- domyślny model dla "Eulerian Multiphase Model" (FLUENT)

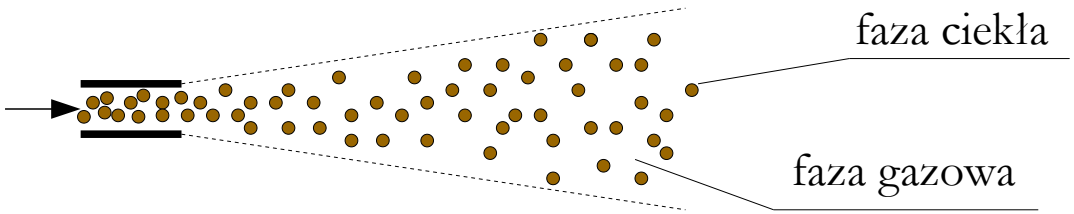


$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q\right) + \mathrm{div}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q\right) = \mathrm{div}\left(\overleftrightarrow{\tau}_q^c - \alpha_q p \overleftrightarrow{I} - p_s \overleftrightarrow{I}\right) + \vec{R} + \vec{S}_{F,q}$$

Wielofazowy Model Eulera

Model Morsi i Alexander (dla przepływów typu Fluid – Fluid)

- pierwsza faza jest fazą ciągłą, druga fazą rozproszoną
- model zakłada osiem zakresów liczb Reynoldsa
- jest zalecany dla rzadkich układów (volume fraction < 10 %)
- mniej stabilny numerycznie niż model Schiller-Neumann
- domyśly model dla "Discrete Phase Model" (FLUENT)

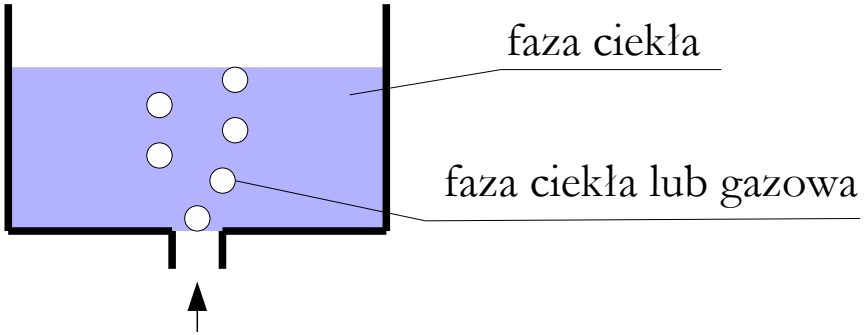


$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q\right) + \mathrm{div}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q\right) = \mathrm{div}\left(\overleftrightarrow{\tau}_q^c - \alpha_q p \overleftrightarrow{I} - p_s \overleftrightarrow{I}\right) + \vec{R} + \vec{S}_{F,q}$$

Wielofazowy Model Eulera

Model symetryczny (dla przepływów typu Fluid – Fluid)

- modyfikacja modelu Schiller-Neumann
- zalecany w przypadkach, w których faza druga (rozproszona) w pewnych obszarach przepływu staje się fazą dominującą

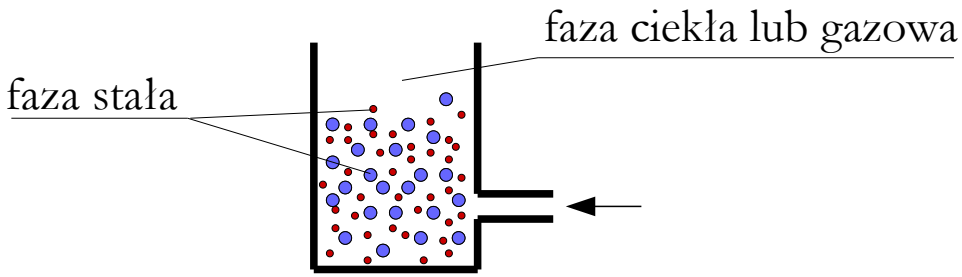


$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q\right) + \mathrm{div}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q\right) = \mathrm{div}\left(\overleftrightarrow{\tau}_q^c - \alpha_q p \overleftrightarrow{I} - p_s \overleftrightarrow{I}\right) + \vec{R} + \vec{S}_{F,q}$$

Wielofazowy Model Eulera

Model Syamlal-O'Brien (dla przepływów typu Fluid – Solid)

- model przeznaczony dla gęstych, zwartych układów (złoża fluidalne)
- zalecany do modelowania procesów segregacji

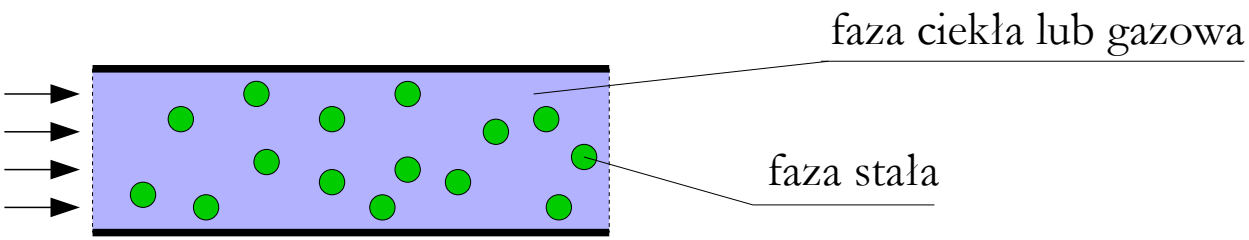


$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q\right) + \mathrm{div}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q\right) = \mathrm{div}\left(\overleftrightarrow{\tau}_q^c - \alpha_q p \overleftrightarrow{I} - p_s \overleftrightarrow{I}\right) + \vec{R} + \vec{S}_{F,q}$$

Wielofazowy Model Eulera

Model Wen-Yu (dla przepływów typu Fluid – Solid)

- pierwsza faza jest fazą ciągłą, druga fazą rozproszoną
- model przeznaczony dla rzadkich układów
- model wymaga zdefiniowa współczynnika oporu cząstki

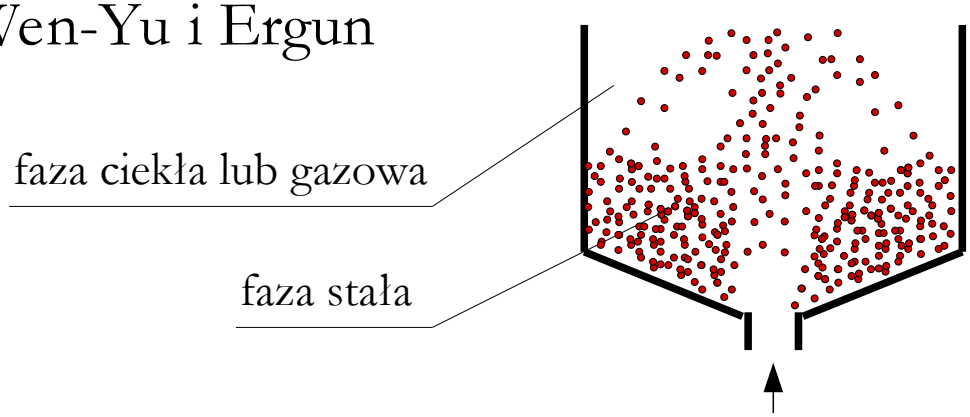


$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q\right) + \mathrm{div}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q\right) = \mathrm{div}\left(\overleftrightarrow{\tau}_q^c - \alpha_q p \overleftrightarrow{I} - p_s \overleftrightarrow{I}\right) + \vec{R} + \vec{S}_{F,q}$$

Wielofazowy Model Eulera

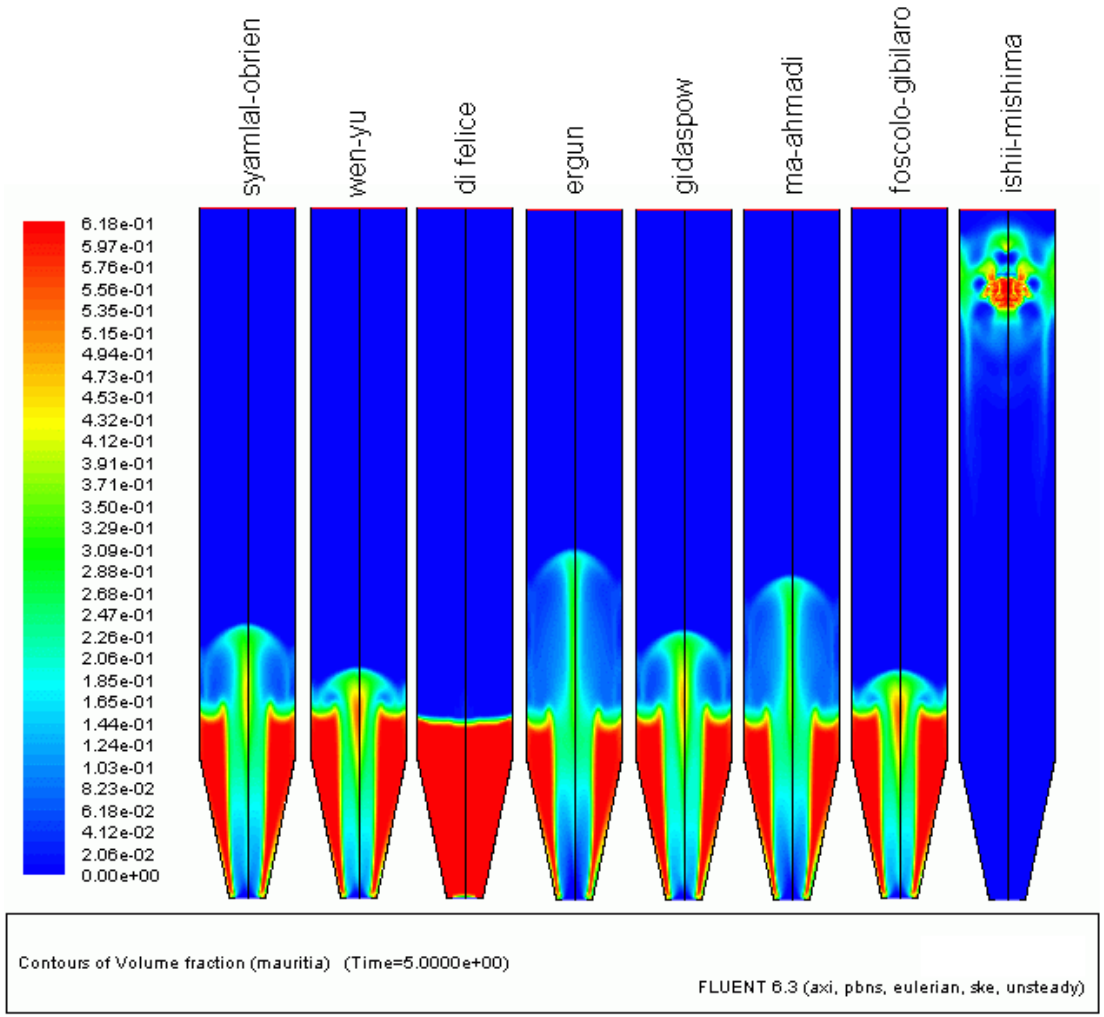
Model Gidaspowa (dla przepływów typu Fluid – Solid)

- pierwsza faza jest fazą ciągłą, druga fazą rozproszoną
- model przeznaczony dla gęstych, zwartych układów (złoża fluidalne)
- model przewiduje występowanie kolizji cząstek
- model bazuje na teorii gazu doskonałego
- kombinacja modeli Wen-Yu i Ergun



$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q\right) + \mathrm{div}\left(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q\right) = \mathrm{div}\left(\overleftrightarrow{\tau}_q^c - \alpha_q p \overleftrightarrow{I} - p_s \overleftrightarrow{I}\right) + \vec{R} + \vec{S}_{F,q}$$

Wielofazowy Model Eulera



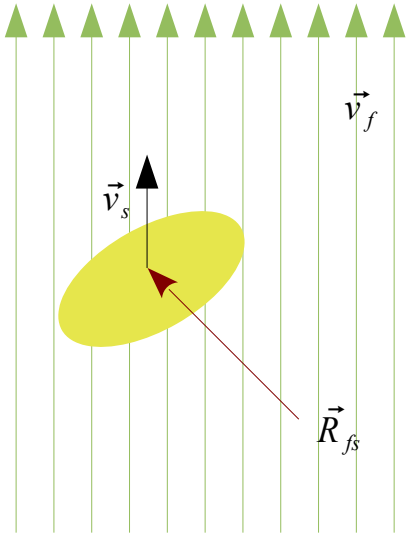
$$\vec{R}_{fs} = \beta_{fs}(\vec{v}_f - \vec{v}_s)$$

$$\beta^{\alpha_{fluid} \le 0.8}_{fs(Ergun)} = 150 \frac{\alpha_s (1-\alpha_f)\mu_f}{\alpha_f d_s^2} + 1.75 \frac{\rho_f \alpha_s |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{d_s}$$

$$\beta^{\alpha_{fluid} > 0.8}_{fs(Wen-Yu)} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{d_s} f^{cor}_{C_D}(\alpha_f)$$

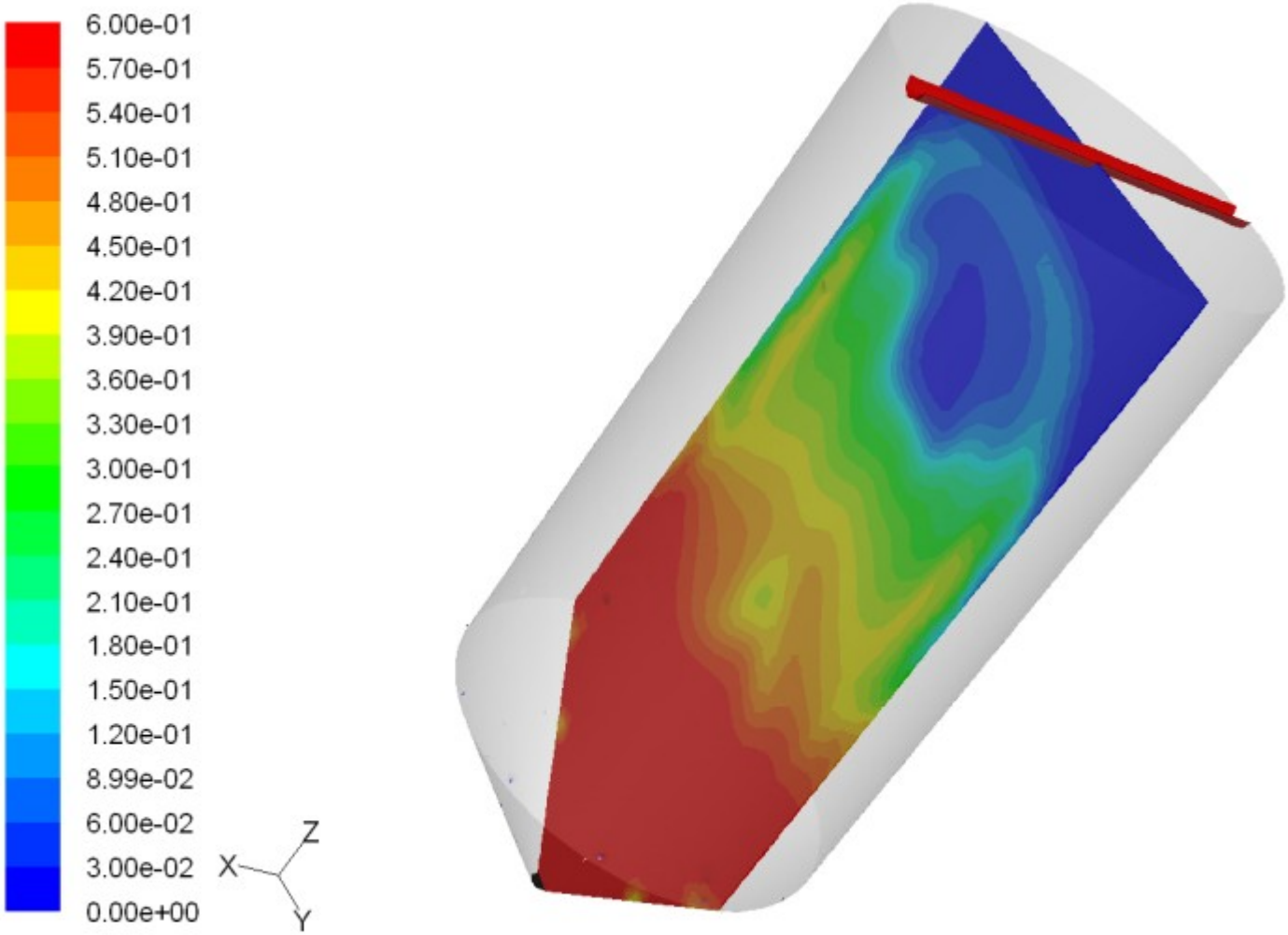
Model Gidaspowa

f – fluid, s - solid



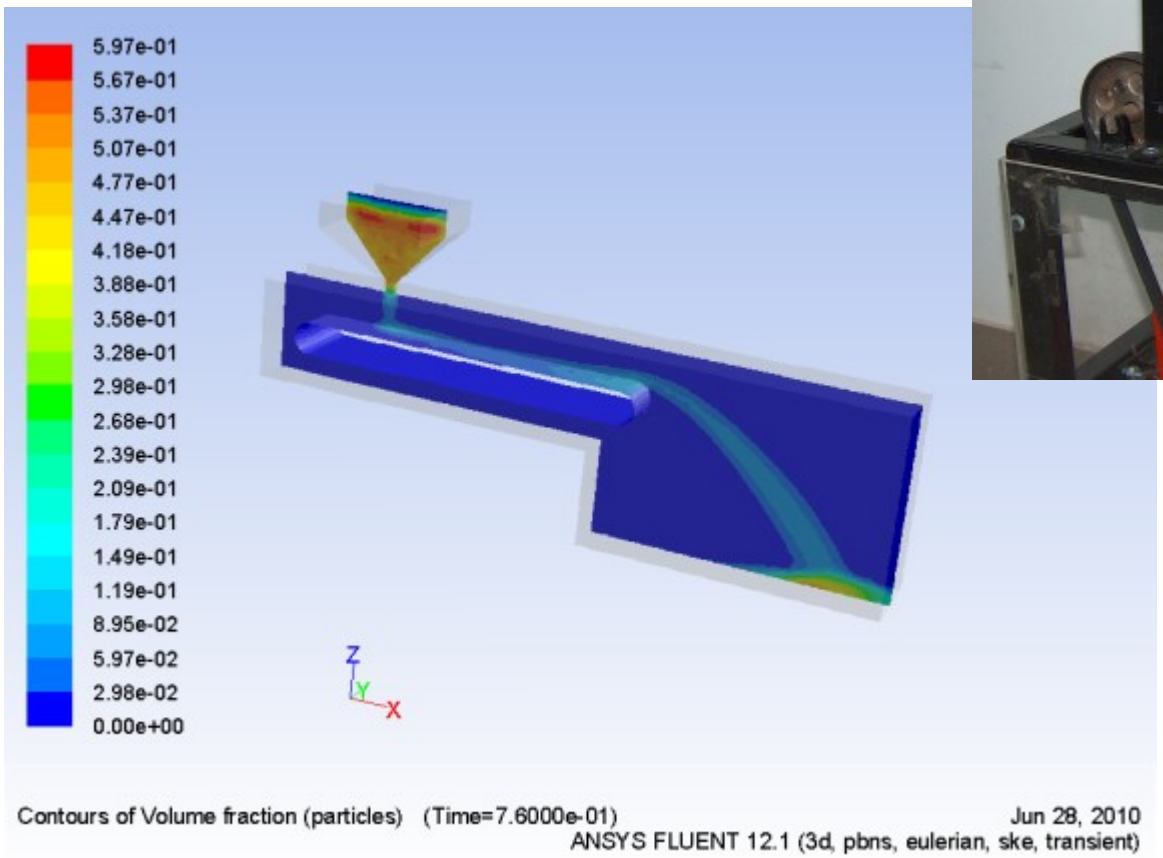
Modelowanie fontannowej suszarki do ziarna
– testy różnych modeli wymiany pędu [Wojciech Sobieski, ANSYS Fluent].

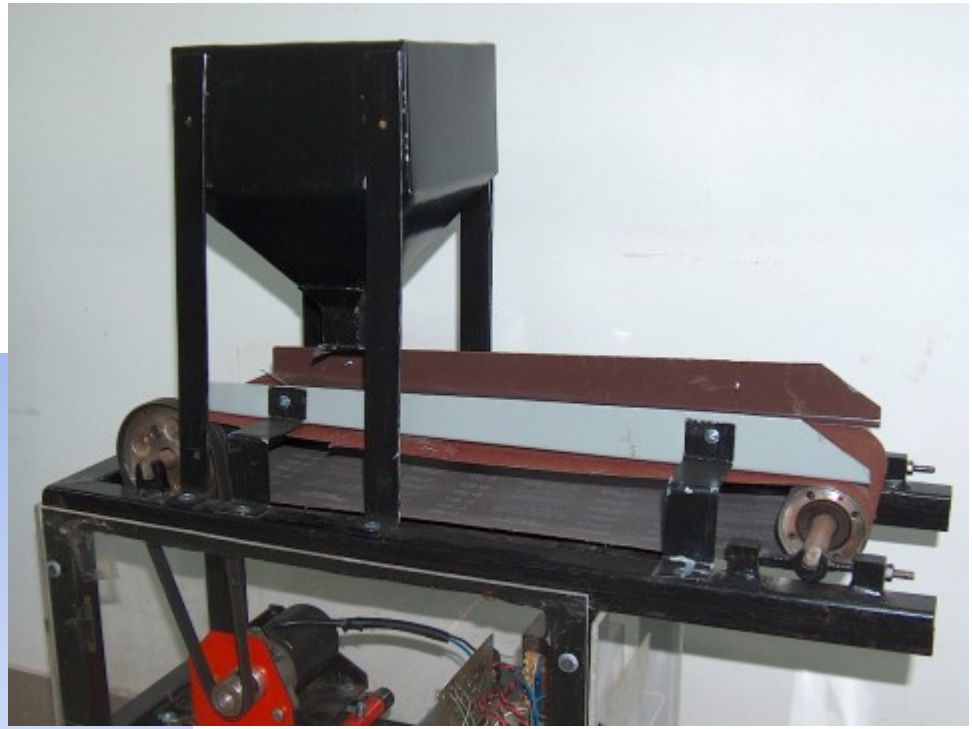
Wielofazowy Model Eulera



Próba modelowania pracy kolumny płucząco-chłodzącej (model Gidaspowa) [Wojciech Sobieski, Fluent].

Wielofazowy Model Eulera



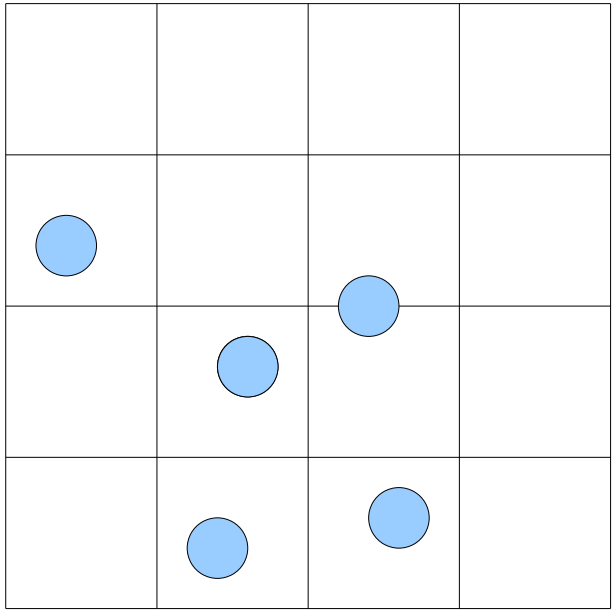


Modelowanie transportu granulatu na przenośniku taśmowym (model Gidaspowa) [Wojciech Sobieski, Fluent].

Model Fazy Dyskretnej

Model Fazy Dyskretnej (Discrete Phase Model) – grupa modeli przeznaczonych do opisu układów składających się z fazy ciągłej, w której rozproszone są sferyczne cząsteczki stałe, pęcherzyki lub krople innego płynu, traktowane jako masy punktowe. Faza rozproszona może wymieniać z fazą ciągłą masę, pęd i energię. Faza tła opisywana jest w ujęciu Eulera, zaś fazy rozproszone w ujęciu Lagrange'a. Rozróżnia się:

- inerakcję jednostronną
  (realizowaną na etapie postprocesingu),
- interakcję dwustronną
  (realizowaną na etapie symulacji).



DPM stosuje się głównie dla układów rzadkich, gdy udział objętościowy wynosi maksymalnie ~0.1.

Model Fazy Dyskretnej

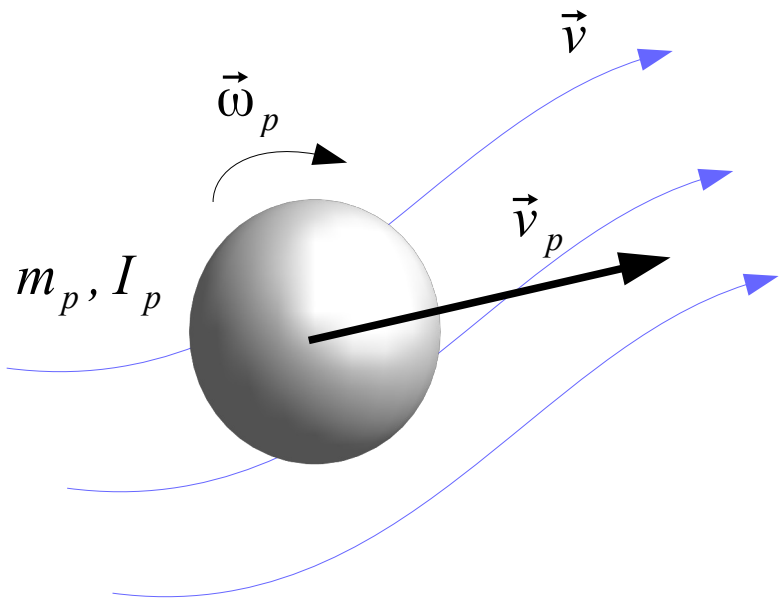
Równania ruchu cząstek:

- ruch postępowy cząstek:

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \boxed{\vec{F}_{drag}} + \vec{F}_{pressure} + \vec{F}_{virtual\,mass} + \vec{F}_{gravitation} + \vec{F}_{Magnus\,lift} + \vec{F}_{collision} + \vec{F}_{other}$$

- ruch obrotowy cząstek:

$$I_p \frac{d\vec{\omega}_p}{dt} = \vec{T}_{rotational\,drag} + \vec{T}_{collision}$$



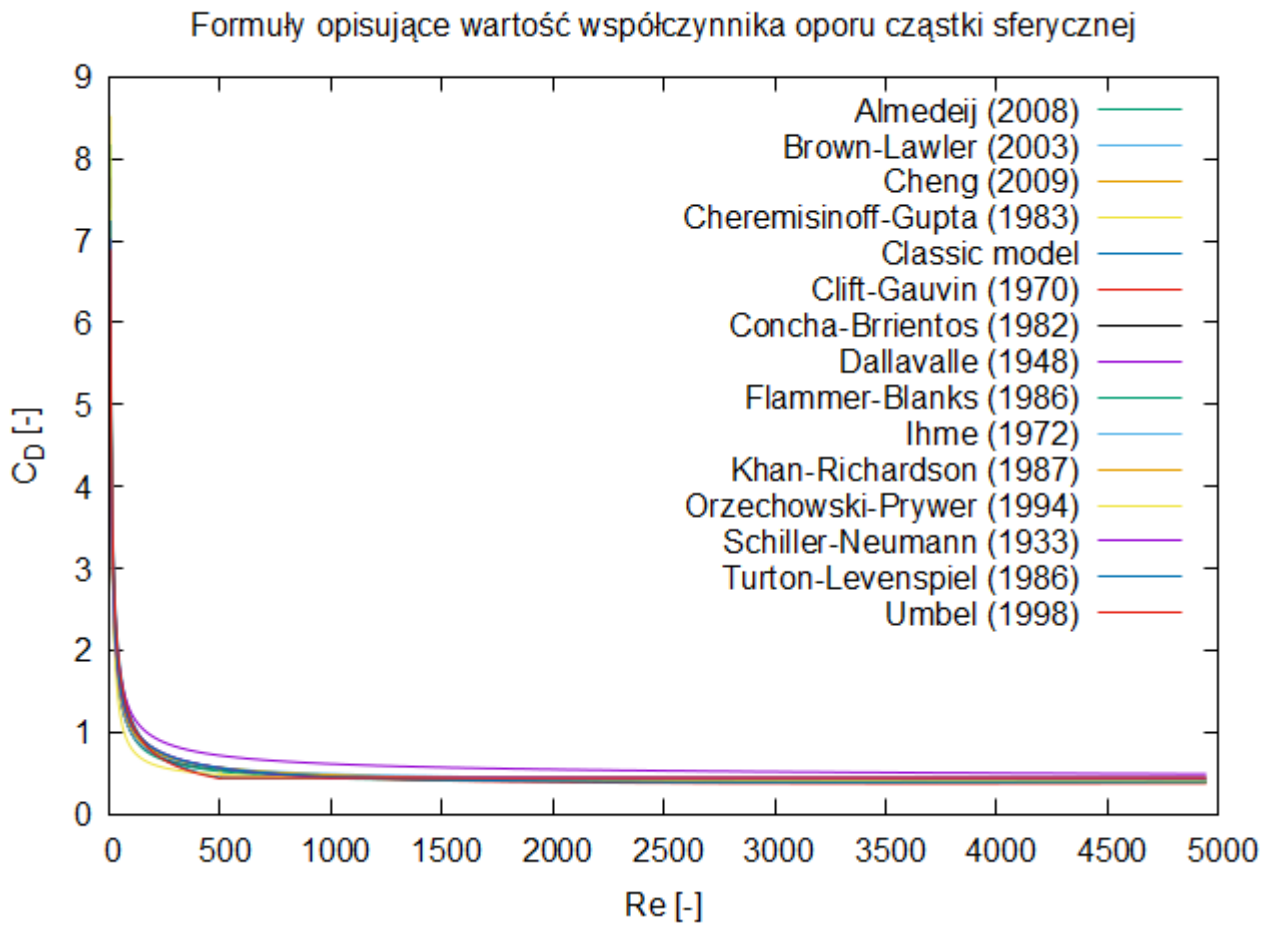
Model Fazy Dyskretnej

Siła oporu:

$$\vec{F}_{drag} = m_p \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_p}{\tau_p}$$

$$\tau_r = \frac{24}{C_D \mathrm{Re}} \frac{\rho_p d_p^2}{18 \mu_f}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_f d_p |\vec{v}_f - \vec{v}_p|}{\mu_f}$$



w podejściu DPM można zadawać dowolne rozkłady wielkości cząstek i wprowadzać dowolną liczbę grup cząstek.

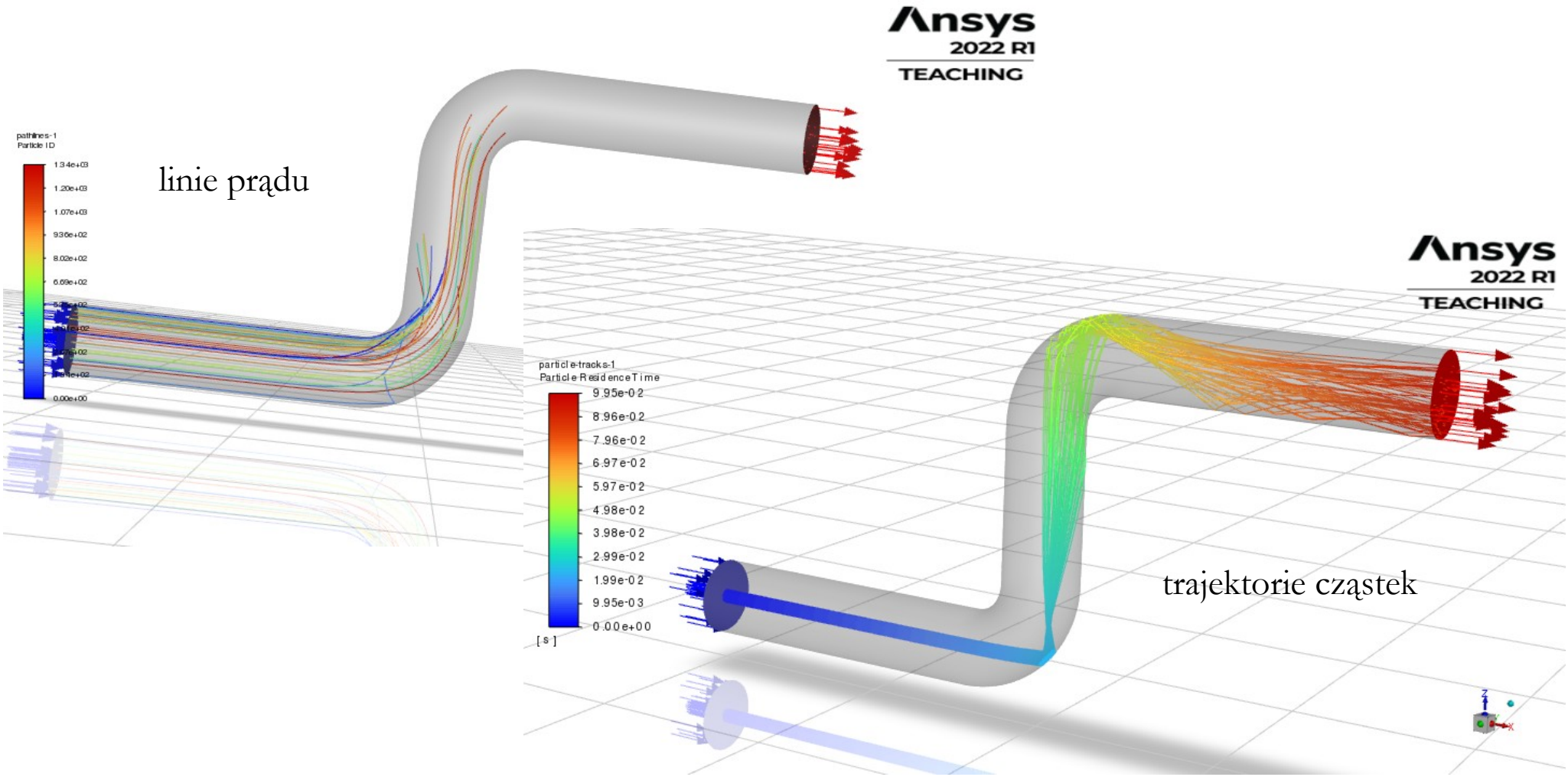
Model Fazy Dyskretnej

Dodatkowe efekty fizyczne:

- **działanie źródeł** – wpływ grawitacji, pól elektromagnetycznych, itp.
- **termoforeza** – ruch wywołany gradientem temperatur,
- **ruchy Browna** – ruch wywołany zderzeniami z cząstkami płynu,
- **efekt Saffmana** – powstawanie siły prostopadłej do głównego kierunku ruchu spowodowane lokalnym gradientem prędkości,
- **efekt Magnusa** – powstawanie siły prostopadłej do głównego kierunku ruchu spowodowane rotacją cząstki,
- **masa wirtualna** – uwzględnienie faktu, że poruszające się cząsteki muszą przemieścić pewną masę otaczającego je płynu,
- **kolizja cząstek**:
  - fizyczne (jak w Metodzie Elementów Dysktetnych),
  - stochastyczne,
- **zmiana masy cząstek** – zanikanie lub przyrost masy,
- **rozpad cząstek**.

Pewne elementy teorii są takie same lub podobne do tych, które stosuje się w Wielofazowym Modelu Eulera lub też w Metodzie Elementów Dyskretnych.

Model Fazy Dyskretnej

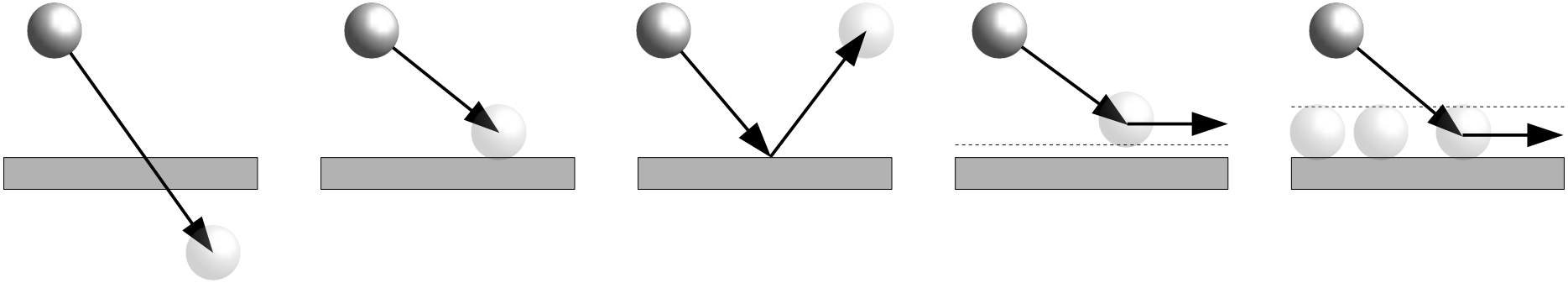


Przykład modelowania metodą DPM (interakcja jednokierunkowa) [Wojciech Sobieski, Fluent].

Model Fazy Dyskretnej

Warunki brzegowe Modelu Fazy Dyskretnej:

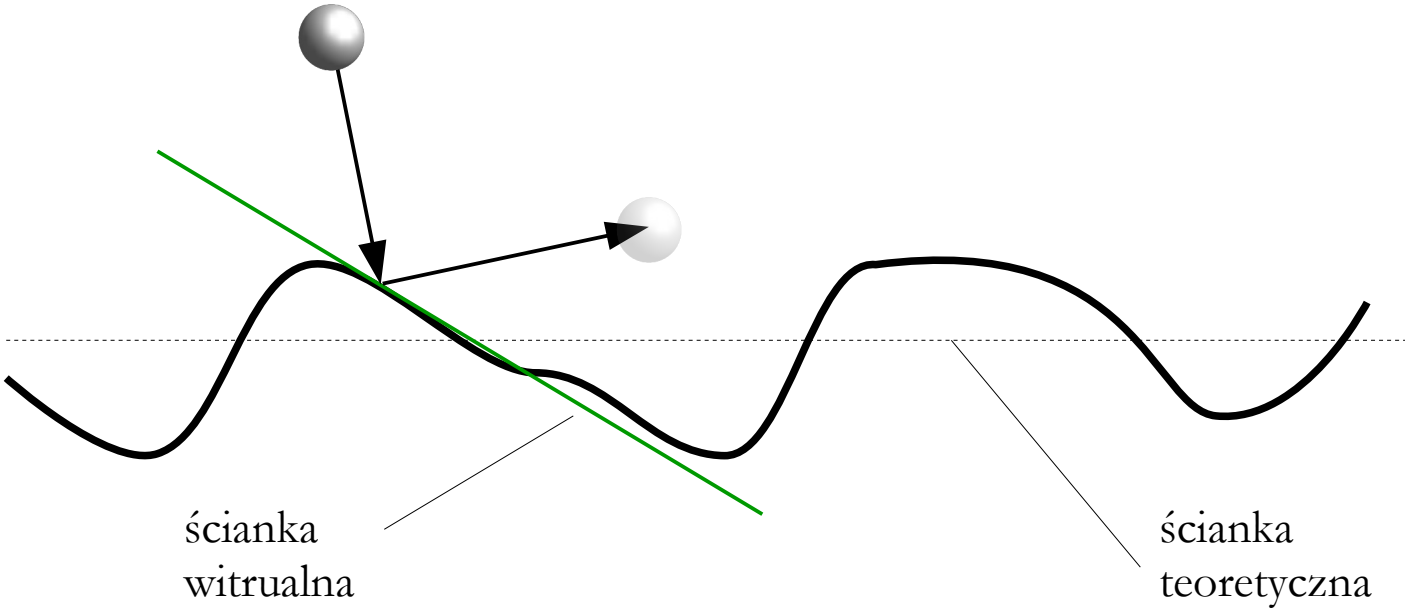
- **escape** – przejście cząstki przez ścianę bez reakcji,
- **trap** – przyklejenie się cząsteczki do ściany,
- **reflect** – odbicie od ściany bez tłumienia (warunek domyślny) lub z tłumieniem (trzeba podać współczynnik restytucji),
- **wall jet** – ślizganie się cząstek po ściance (np. na skutek wystąpienia poduszki parowej na kropli stykającej się z gorącą ścianą),
- **wall film** – tworzenie i dołączanie cząstek do filmu na ściance.



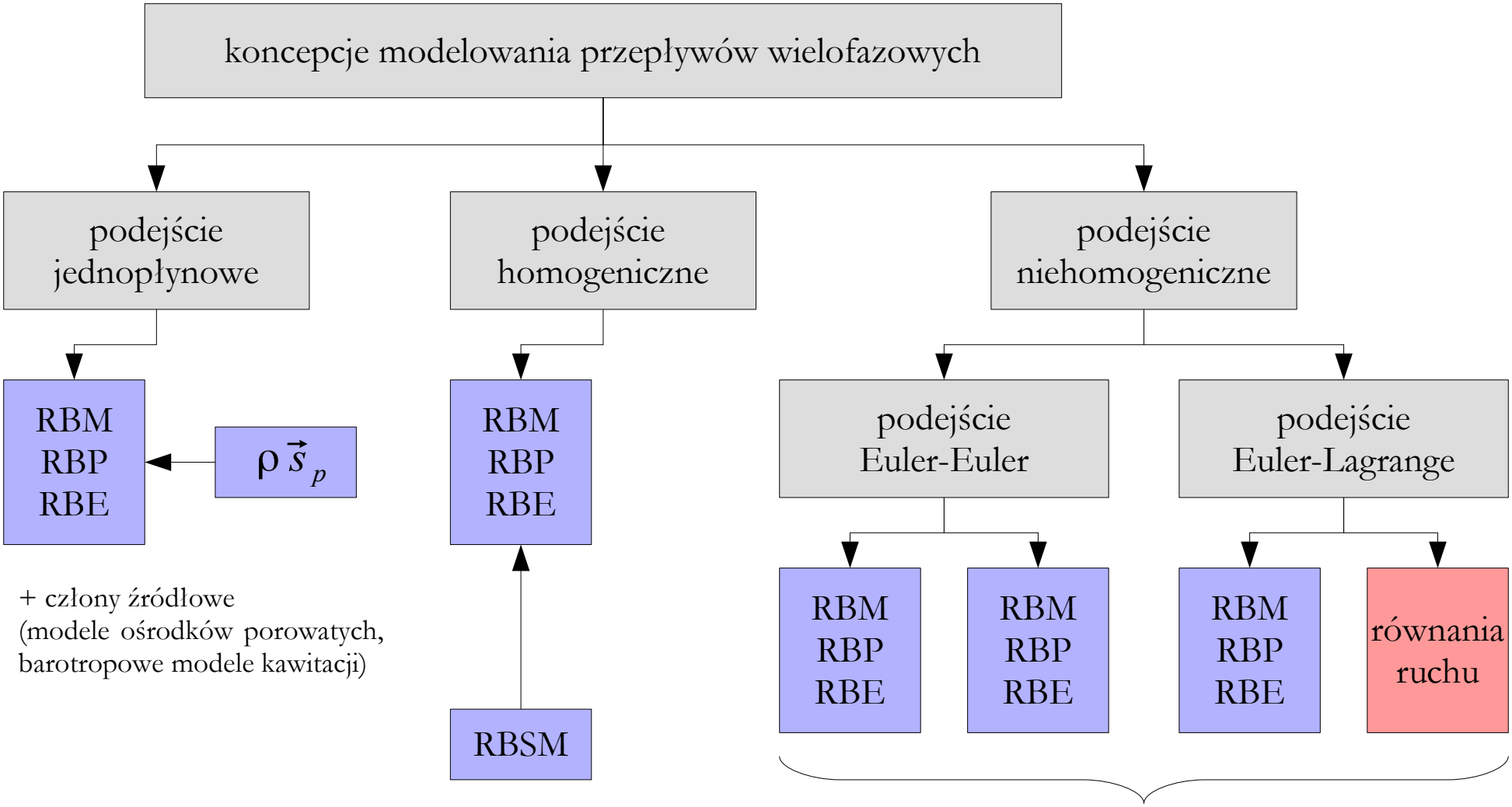
Model Fazy Dyskretnej

Warunki brzegowe Modelu Fazy Dyskretnej:

- **chropowatość ścian** – model pozwalający na szacowanie lokalnego kąta odbicia na podstawie parameterów chropowatości.



Koncepcje modelowania – przypomnienie

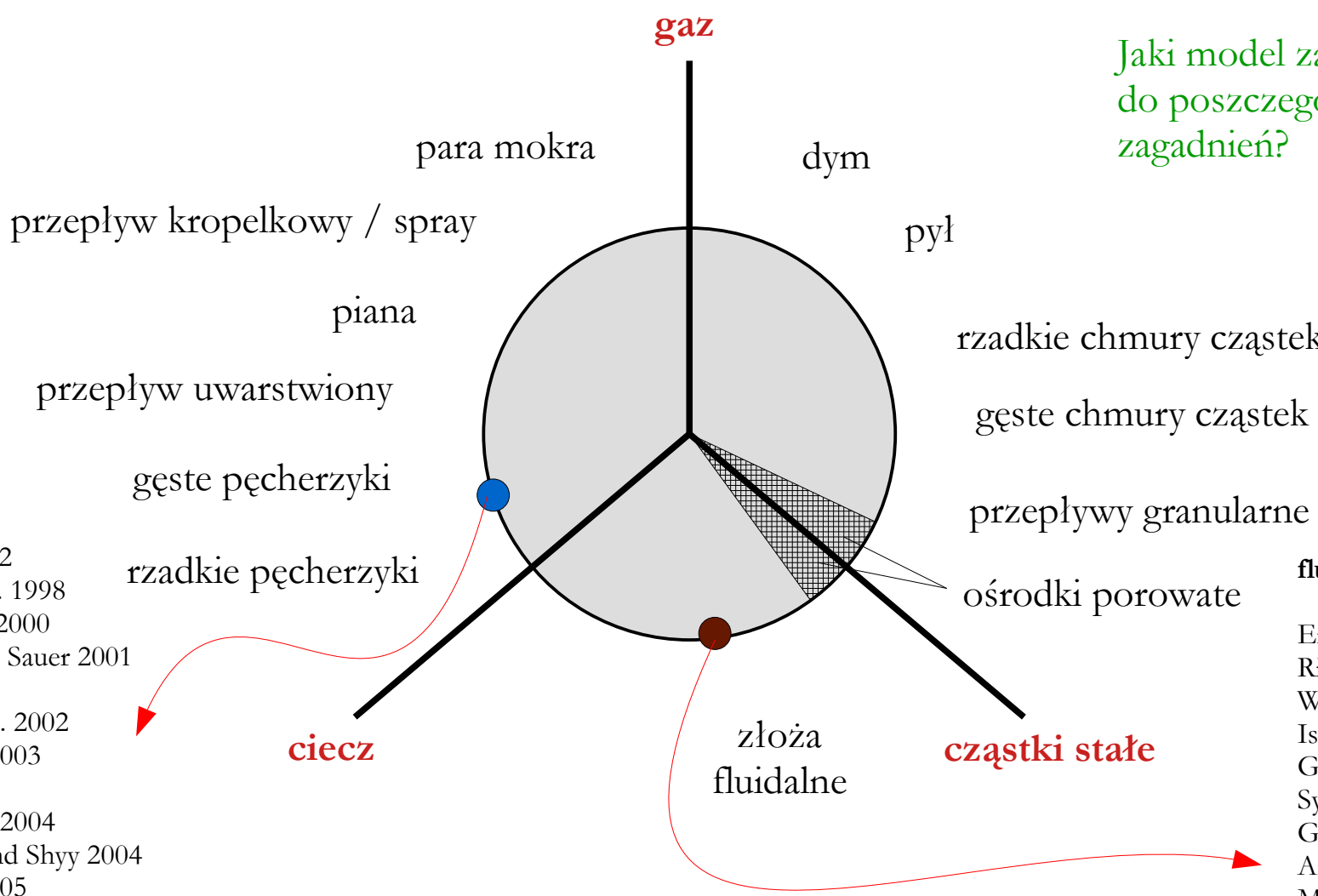


+ człony źródłowe (modele ośrodków porowatych, barotropowe modele kawitacji)

+ równania bilansu składników (modele kawitacji, modele mieszania, modele spalania i inne)

+ domknięcia opisujące interakcję między fazami (fluidyzacja, kawitacja, transport, mieszanie, separacja, reakcje chemiczne i inne)

Mnogość domknięć



Jaki model zastosować do poszczególnych zagadnień?

kawitacja:

Kubota 1992
Merkle et al. 1998
Kunz et al. 2000
Schnerr and Sauer 2001
Iben 2002
Singhal et al. 2002
Frobenius 2003
Saito 2003
Zwart et al. 2004
Senocack and Shyy 2004
Wu et al. 2005
Merkle et al. 2006
Huang and Wang 2011
Goncalves 2014
Goncalves and Charriere 2014
Konstantinov et al. 2015

tylko domknięcia na współczynnik wymiany pędu i tylko dla układów fluid-soild

fluidyzacja:

Ergun 1952
Richardson-Zaki 1954
Wen-Yu 1966
Ishi-Mishima 1984
Gibilaro et al. 1985
Syamlal-O'Brien 1988
Gidaspow 1990
Arastoopour et al. 1990
Ma-Ahmadi 1990
Nieuwland et al. 1994
Di Felice 1994
Koch-Hill-Ladd 2002
Zhang and Reese 2003

Podsumowanie

Zagadnienia:

Opis matematyczny Eulera i Lagrange'a, przykłady symulacji w ujęciu Eulera i Lagrange'a, mieszanina, udział objętościowy i masowy składnika mieszaniny, Równanie Bilansu Składnika Mieszaniny, przepływ wielofazowy, wyjściowy model matematyczny, koncepcje modelowania przepływów wielofazowych, Model Ośrodka Porowatego, prawo Darcy'ego, prawo Forchheimera, Model Uskoku Porowatego, Model Homogeniczny, Homogeniczny Model Kawitacji, Pełny Model Kawitacji, Volume of Fluid, Wielofazowy Model Eulera, Model Fazy Dyskretnej.

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/ (in Polish)

Dziękuję za uwagę

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2003-2024