

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN  
The Faculty of Technical Sciences  
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11  
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55  
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



# Obliczeniowa Dynamika Płynów

## Computational Fluid Dynamics – CFD

**Problem domknięć w CFD  
(problem rozmycia wiedzy)**

# Co to jest domknięcie?

---

$$\begin{array}{l} \text{Równanie Bilansu Masy (RBM):} \\ \text{Równanie Bilansu Pędu (RBP):} \\ \text{Równanie Bilansu Energii (RBE):} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t} \rho + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \operatorname{div}(\rho \vec{v} \vec{v}) = \operatorname{div}(-p \overset{\leftrightarrow}{I} + \overset{\leftrightarrow}{\tau}) + \rho \vec{s}_p \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho e) + \operatorname{div}(\rho e \vec{v}) = \operatorname{div}((-p \overset{\leftrightarrow}{I} + \overset{\leftrightarrow}{\tau}) \vec{v} + \vec{q}) + \rho s_e \end{array} \right.$$

---

Domknięcie – jest to model matematyczny opisujący jednostkowe zjawisko lub proces, uzupełniający podstawowy układ równań bilansowych.

$$\begin{array}{cccc} \vec{s}_b = ? & \overset{\leftrightarrow}{\tau} = ? & \vec{q} = ? & p = ? \\ & s_e = ? & & \end{array}$$

# Metody definiowania domknięć

---

wybór opcji dostępnej w programie

kod może być otwarty lub zamknięty

dopisanie własnej funkcji

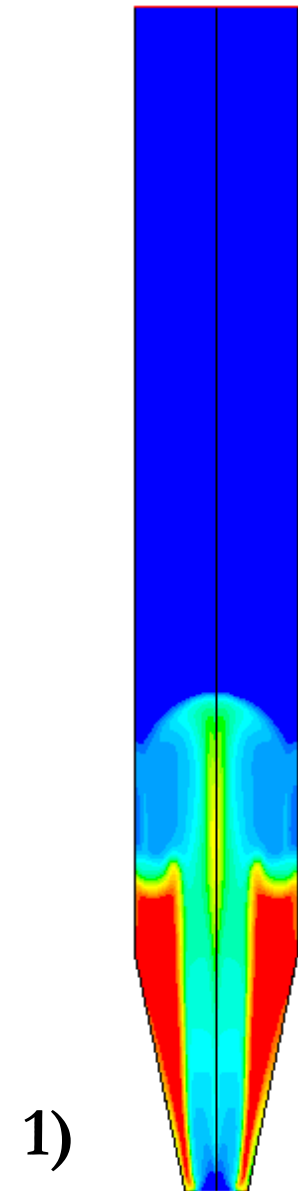
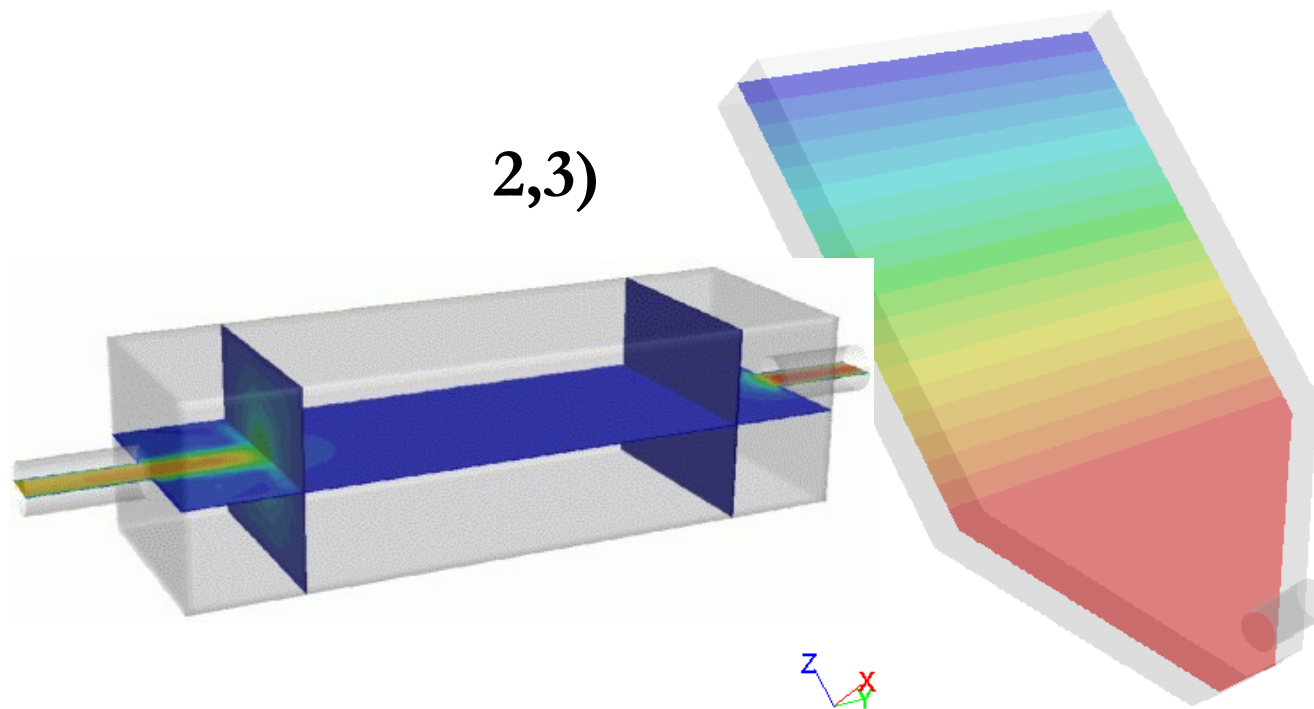
kod musi być otwarty albo posiadać mechanizm definiowania funkcji użytkownika (ANSYS: User Defined Functions, UDF)

modyfikacja istniejącej funkcji

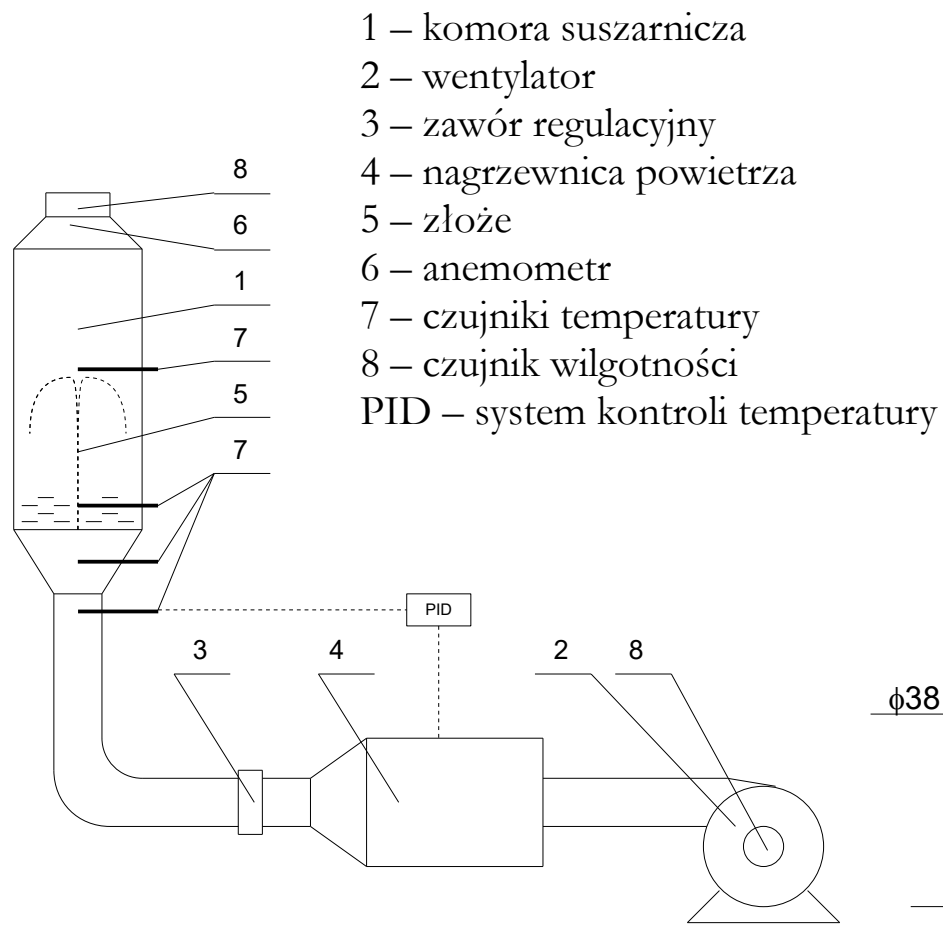
kod musi być otwarty

# Przykłady

1. Modelowanie fontannowej suszarki do ziarna (fluidyzacja)
2. Współczynniki równania Forchheimera (przepływ płynu przez ośrodki porowate)
3. Postać równania Kozeny-Carmana (przepływ płynu przez ośrodki porowate)

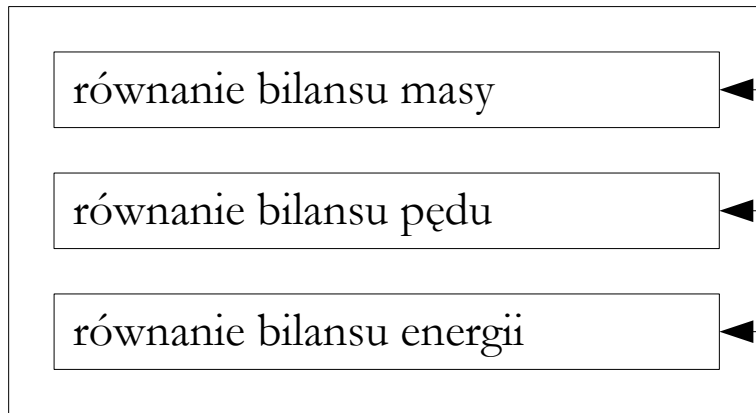


# Przykład nr 1

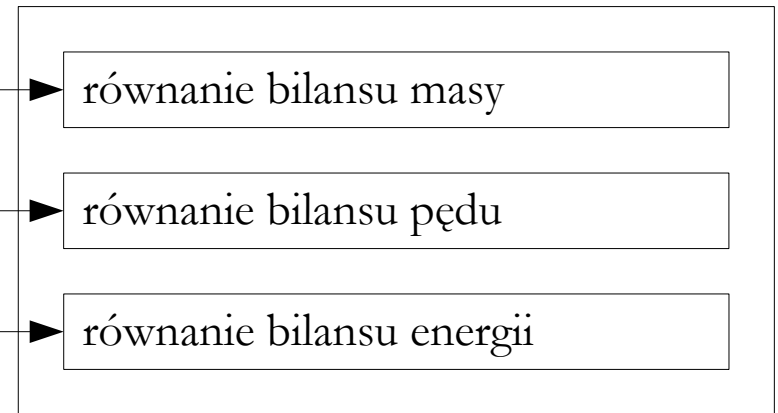


# Model (Eulerian Multiphase Model)

faza ciągła (tu: powietrze)



faza rozproszona (tu: ziarno jęczmienia)



interakcje

interakcje

interakcje

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \text{div} (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \overset{\circ}{M} + S_{m,q}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \text{div} (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = \text{div} (\overset{\leftrightarrow}{\tau}_q - \alpha_q p \overset{\leftrightarrow}{I} - p_s \overset{\leftrightarrow}{I}) + \overset{\circ}{R} + \vec{S}_{F,q}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q h_q) + \text{div} (\alpha_q \rho_q h_q \vec{v}_q) = \text{div} (\overset{\leftrightarrow}{\tau}_q \vec{v}_q + \vec{q}_q) + \overset{\circ}{Q} + S_{h,q}$$

# EMM & Model Gidaspowa (dla 2 faz)

założenie:  $\dot{m}_{fs} = \dot{m}_{sf} = 0$

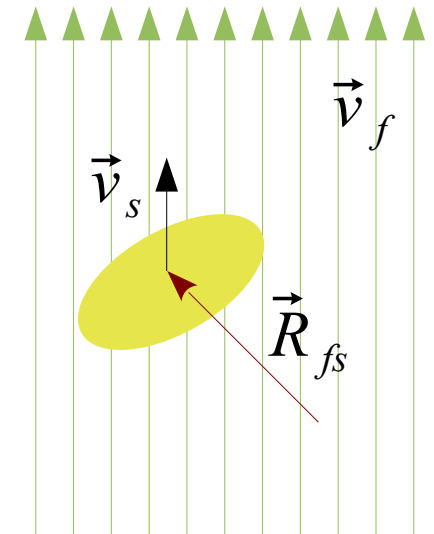
$$\vec{R} = \vec{R}_{fs} + \dot{m}_{fs} \vec{v}_{fs} - \dot{m}_{sf} \vec{v}_{sf}$$

$$\vec{R}_{fs} = \beta_{fs} (\vec{v}_f - \vec{v}_s)$$

## Model Gidaspowa

$$\beta_{fs}^{\alpha_{fluid} \leq 0.8} (Ergun) = 150 \frac{\alpha_s (1 - \alpha_f) \mu_f}{\alpha_f d_s^2} + 1.75 \frac{\rho_f \alpha_s |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{d_s}$$

$$\beta_{fs}^{\alpha_{fluid} > 0.8} (Wen - Yu) = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{d_s} f_{C_D}^{cor}(\alpha_f)$$

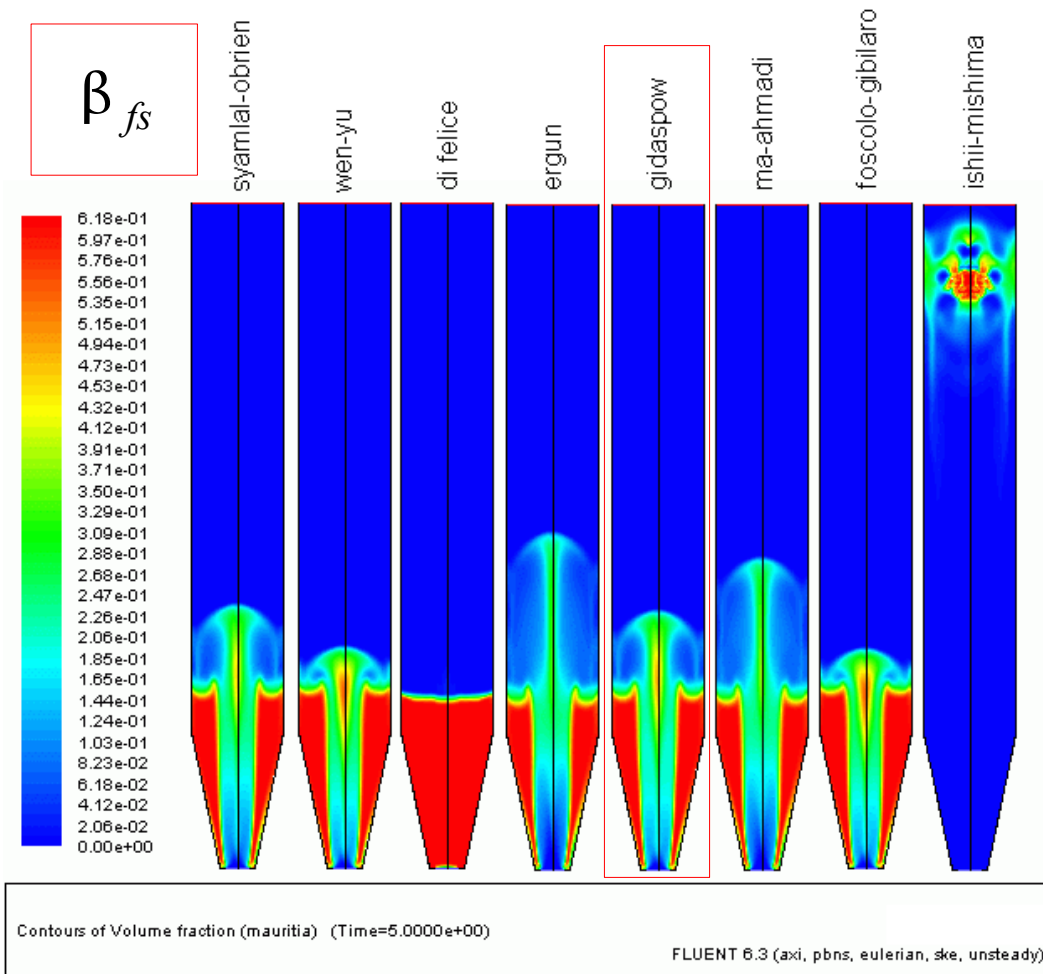


$\alpha$  - udział objętościowy

$\beta$  - międzyfazowy współczynnik wymiany pędu

$f$  - fluid  
 $s$  - solid

# Domknięcie 1: współczynnik wymiany pędu 8



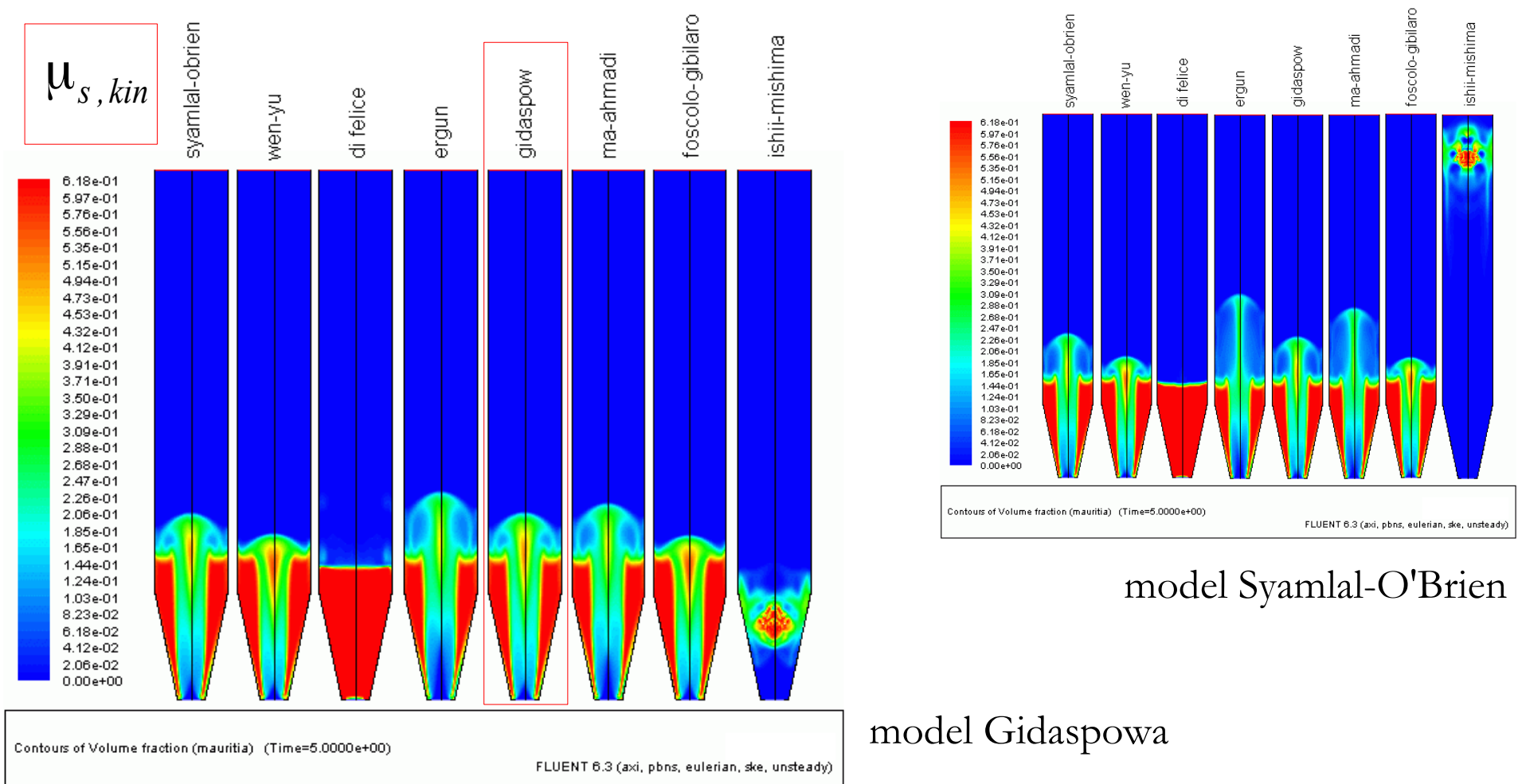
Porównanie wyników dla różnych modeli opisujących wymianę pędu (lepkość granularna w ujęciu Syamlal-O'Brien):

- Syamlal-O'Brien
- Wen-Yu
- di Felice
- Ergun
- **Gidaspow**
- Ma-Ahmadi
- Foscolo-Gibilaro
- Ishi-Mishima
- ...

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = \nabla \cdot (\overleftrightarrow{\tau}_s - \alpha_s p \overleftrightarrow{I} - p_s \overleftrightarrow{I}) + \overleftrightarrow{R} + \overleftrightarrow{S}_{F,s}$$



# Domknięcie 2: lepkość granularna



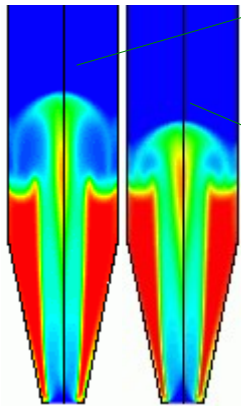
model Syamlal-O'Brien

model Gidaspowa

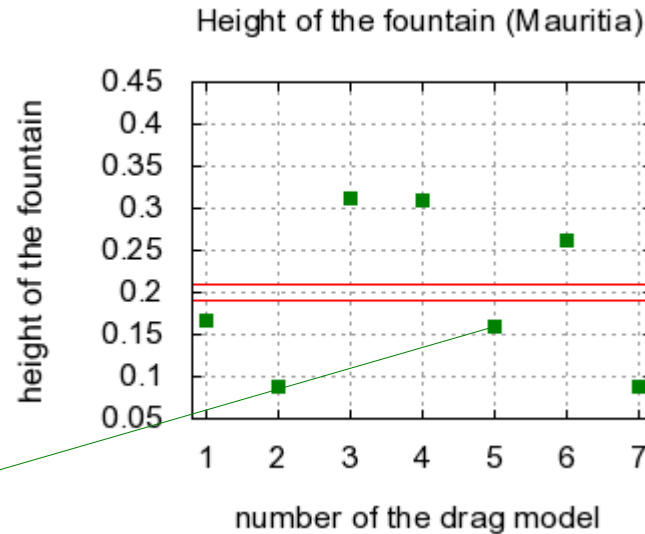
$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = \nabla \cdot \left( \vec{\tau}_s - \alpha_s p \vec{I} - p_s \vec{I} \right) + \vec{R} + \vec{S}_{F, s}$$

# Porównanie z eksperymentem

Czerwone linie:  
wysokość fontanny  
zarejestrowana  
w eksperymencie

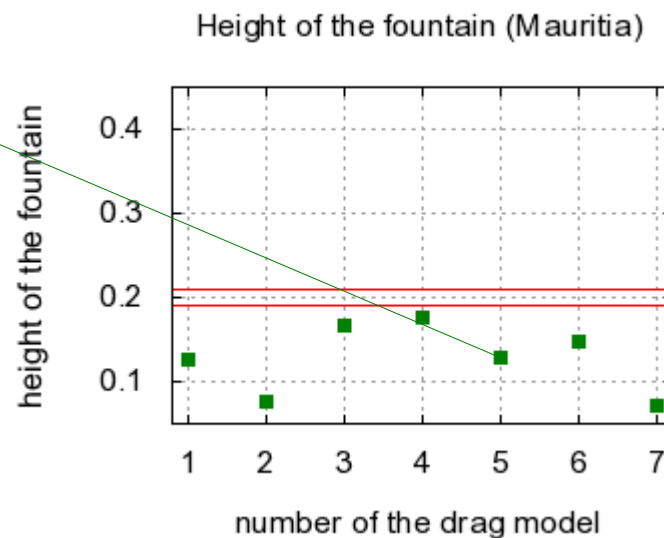


model Gidaspowa



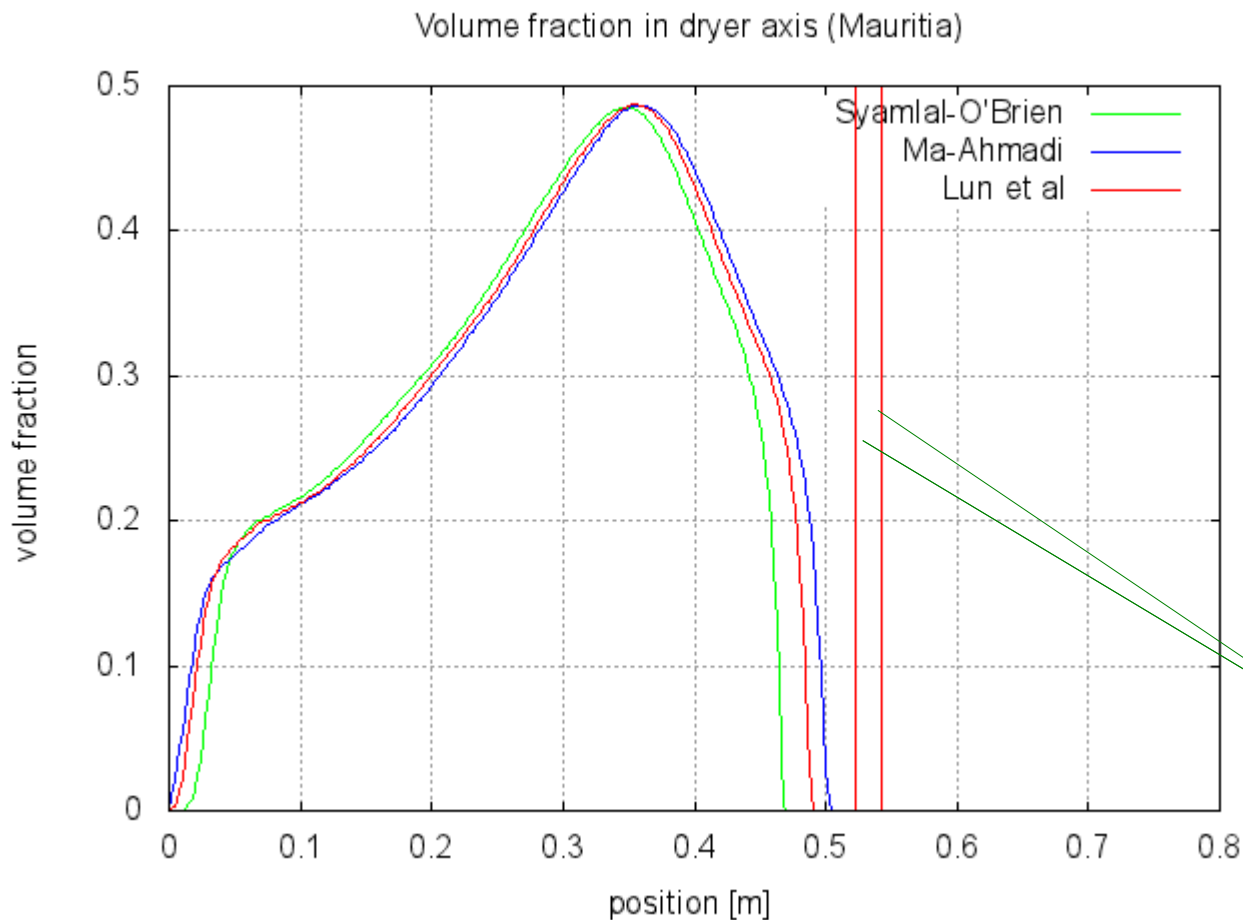
- 1 - syamlal-obrien udf (so)
- 2 - wen-yu udf (so)
- 3 - di-felice udf (so)
- 4 - ergun udf (so)
- 5 - gidaspow udf (so)
- 6 - ma-ahmadi udf (so)
- 7 - foscolo-gibilaro udf (so)

lepkość granularna  
(2 opcje)



- 1 - syamlal-obrien udf (g)
- 2 - wen-yu udf (g)
- 3 - di-felice udf (g)
- 4 - ergun udf (g)
- 5 - gidaspow udf (g)
- 6 - ma-ahmadi udf (g)
- 7 - foscolo-gibilaro udf (g)

# Domknięcie 3: ciśnienie granulatatu



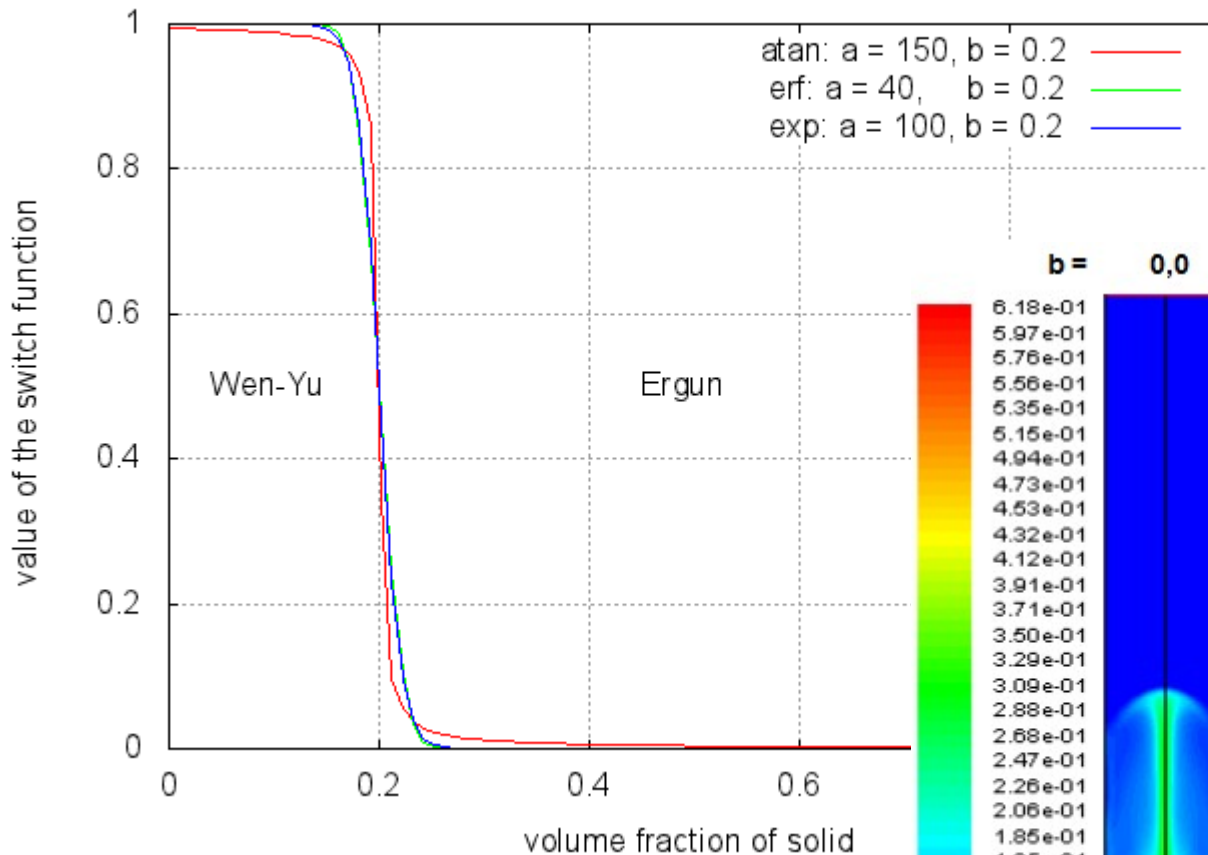
Porównanie wyników dla różnych modeli opisujących ciśnienie granulatatu (model Gidaspowa; lepkość granularna w ujęciu Syamlal-O'Brien).

wysokość fontanny z eksperymentu (wartość min. i max.)

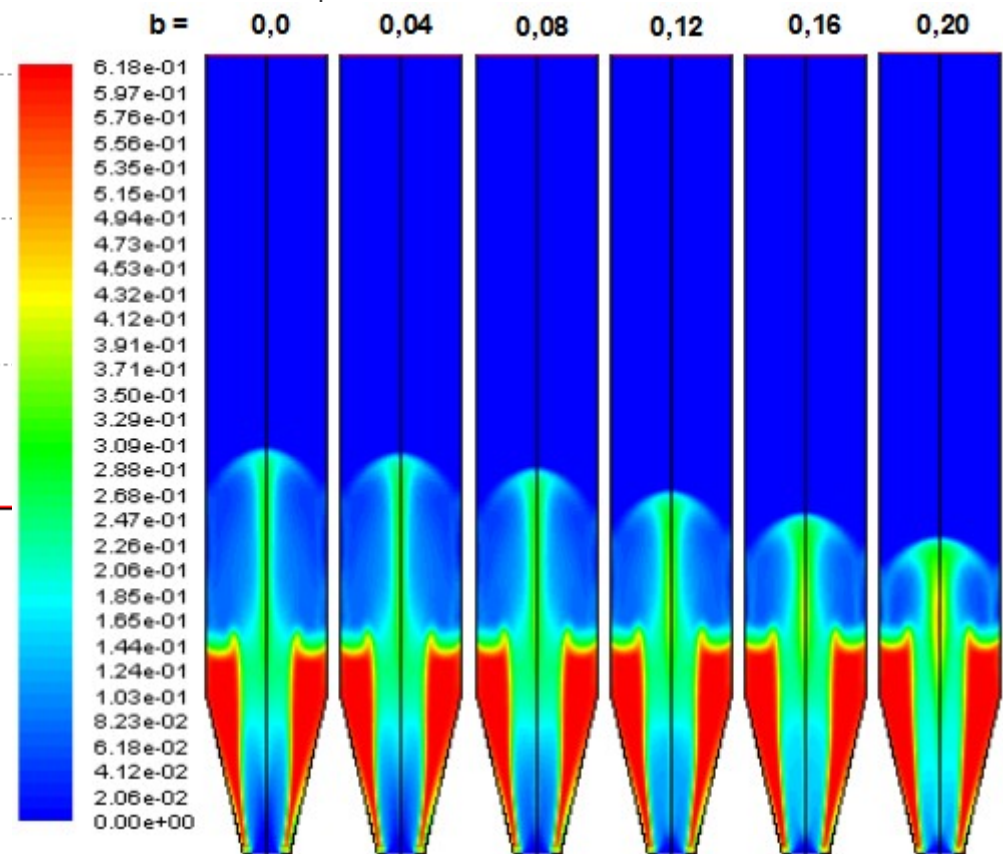
$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = \nabla \cdot (\vec{\tau}_s - \alpha_s p \vec{I} - p_s \vec{I}) + \vec{R} + \vec{S}_{F,s}$$

# Domknięcie 4: funkcja przełączająca

Switch Function in the Gidaspow Drag Model

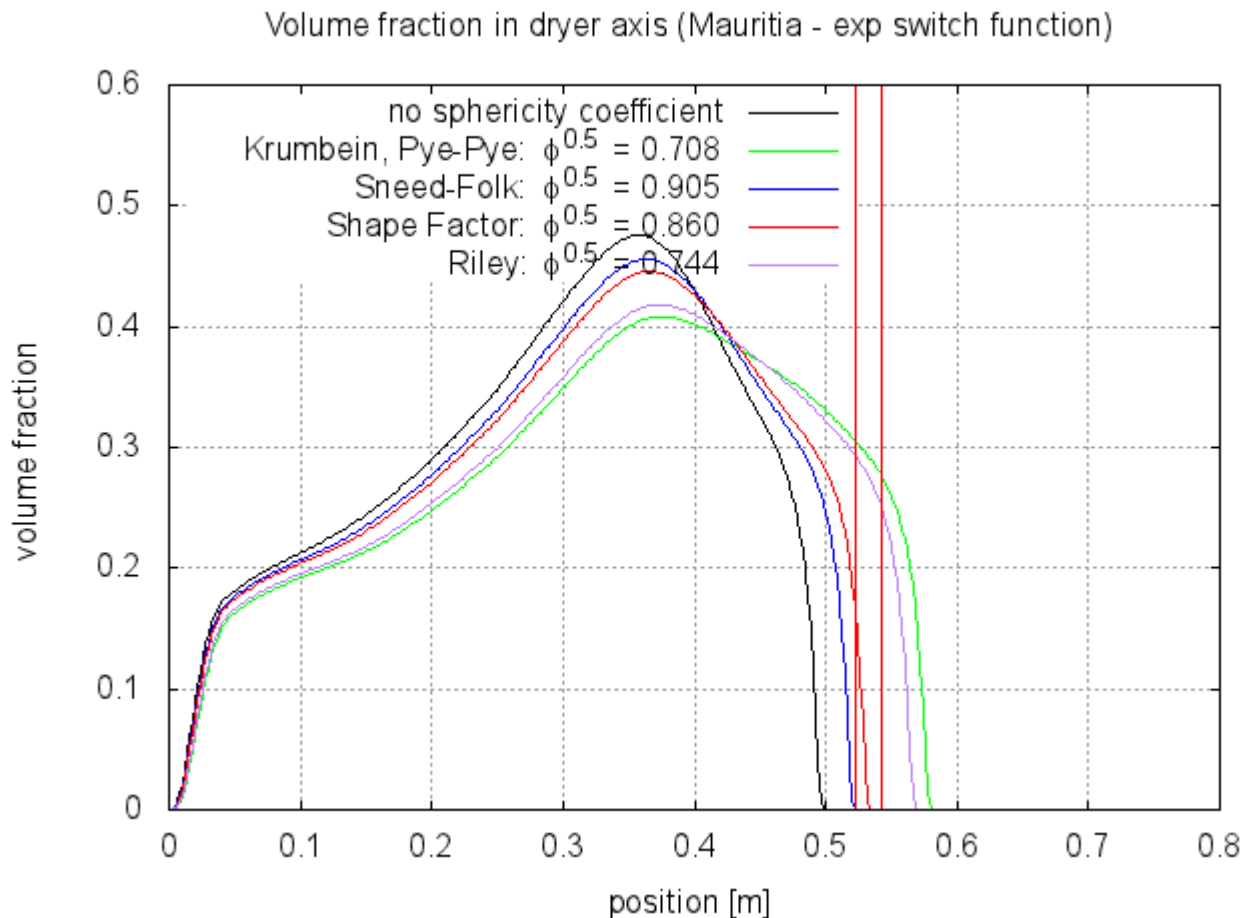


Model Gidaspowa może być zmodyfikowany przez tzw. funkcję przełączającą.



$$\beta_{fs} = (1 - \phi_{fs}) \beta_{Ergun} + \phi_{fs} \beta_{Wen-Yu}$$

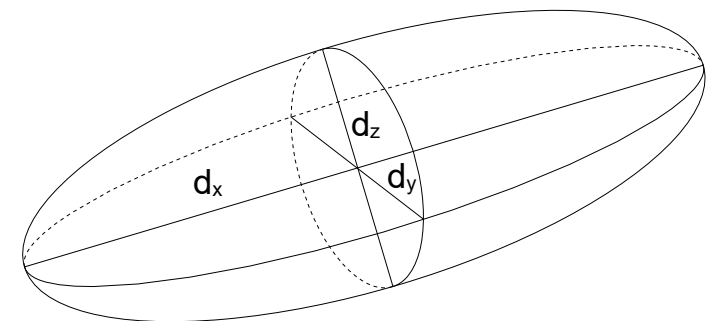
# Domknięcie 5: współczynnik sferyczności



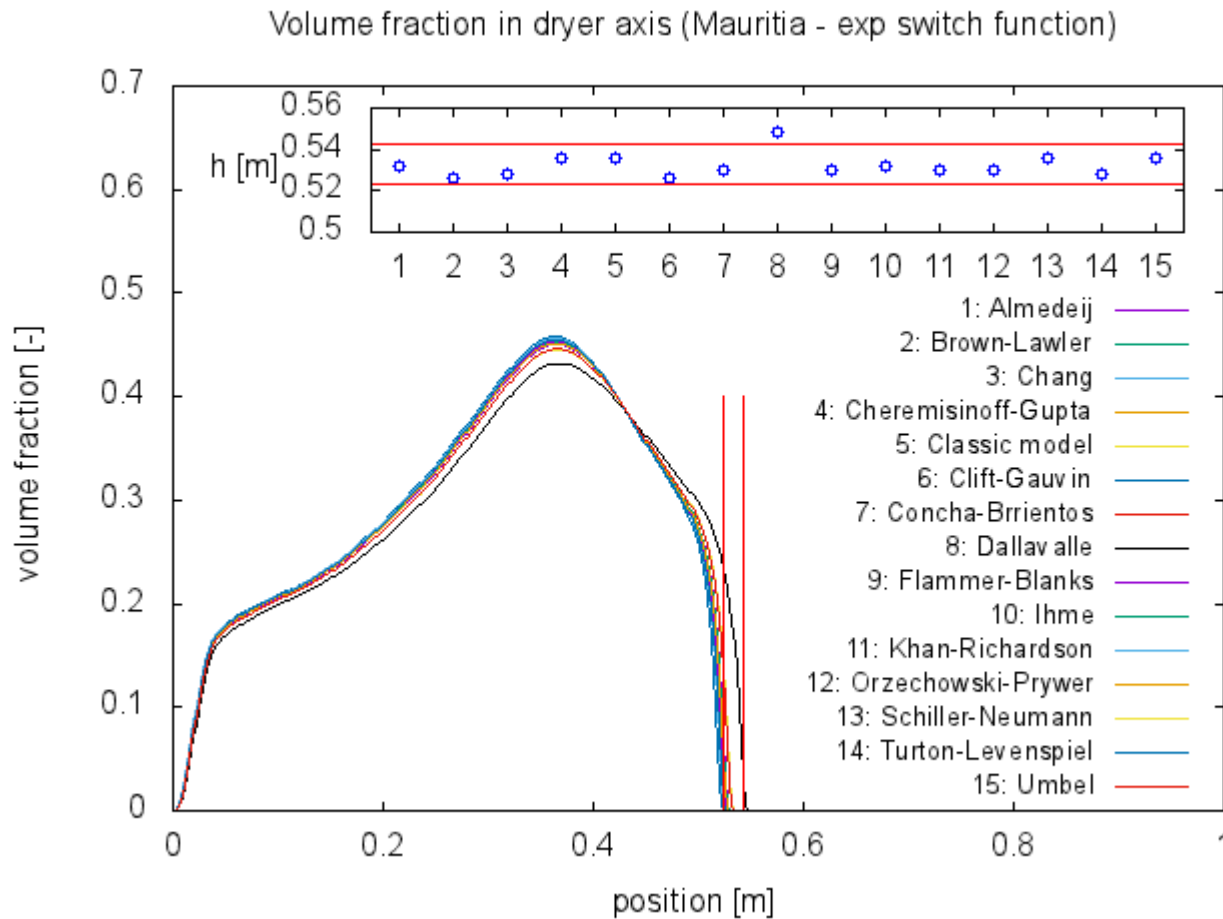
Do modelu Gidaspowa można wprowadzić tzw. współczynnik sferyczności (model Gidaspowa; lepkość granularna w ujęciu Syamlal-O'Brien):

- Krumbein, Pye-Pye
- Sneed & Folk
- Shape Factor
- ...

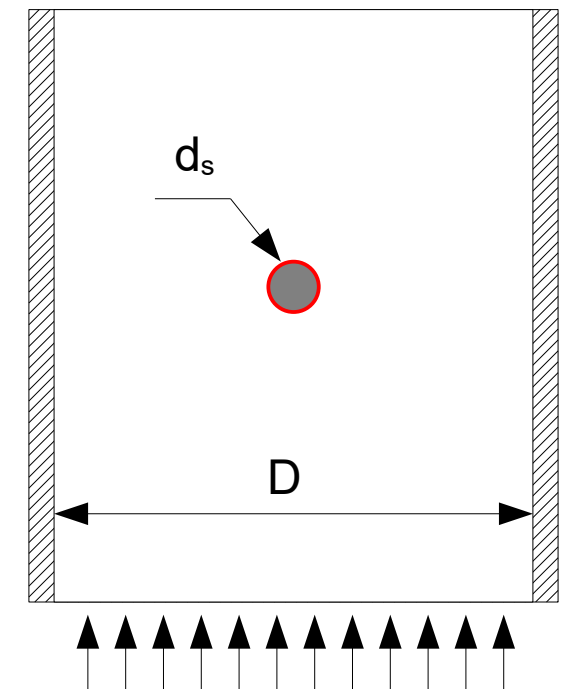
$$\beta_{fs} = f(d_s) \quad \longrightarrow \quad \beta_{fs} = f(\varphi d_s)$$



# Domknięcie 6: współczynnik oporu

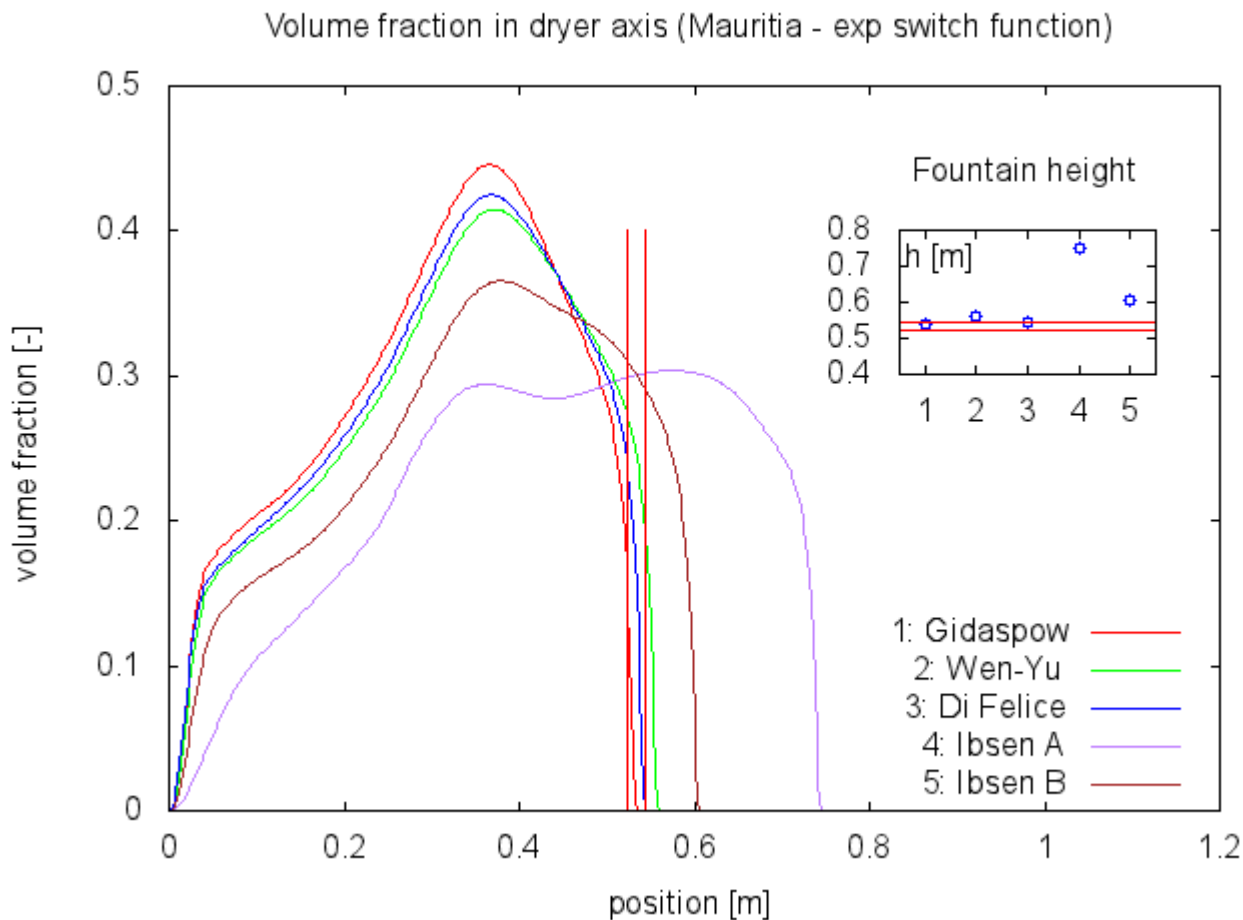


W modelu Wen-Yu trzeba zdefiniować współczynnik oporu (model Gidaspowa; lepkość granularna w ujęciu Syamlal-O'Brien).

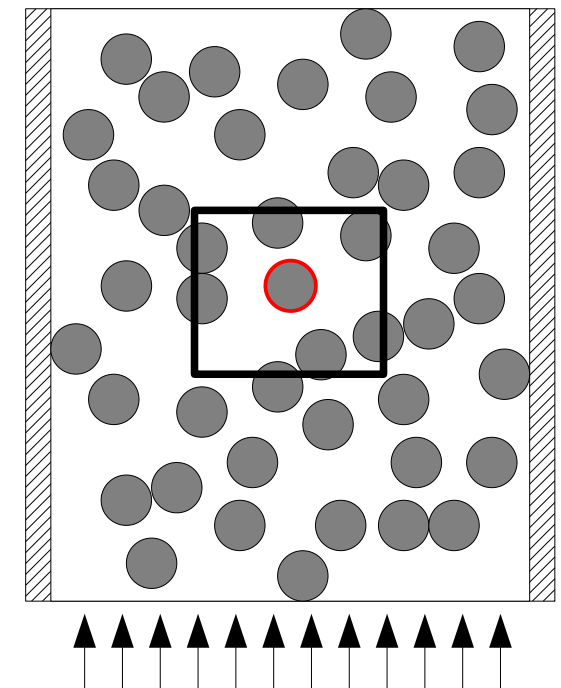


$$\beta_{fs(Wen-Yu)} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{d_s} f_{C_D}^{cor}(\alpha_f)$$

# Domknięcie 7: funkcja korekcyjna wsp. oporu 15

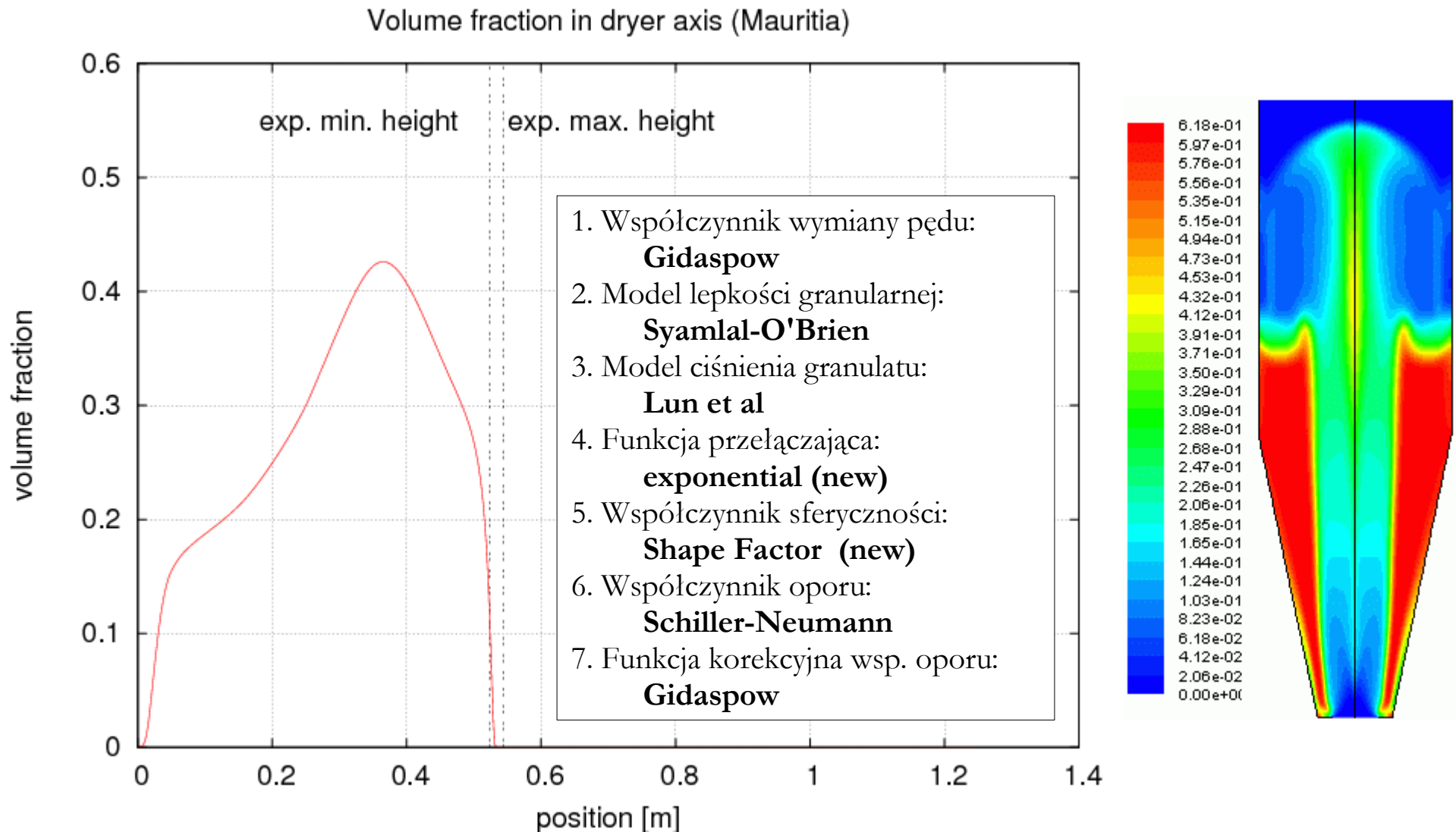


Funkcja korekcyjna uwzględnia istnienie innych cząstek (model Gidaspowa; lepkość granularna w ujęciu Syamlal-O'Brien).



$$\beta_{fs(Wen-Yu)} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{d_s} f_{C_D}^{cor}(\alpha_f)$$

# Model bazowy





# Model bazowy

Model Gidaspowa po korektach:

Shape Factor

$$\beta_{fs(Ergun)}^{\alpha_{fluid} \leq 0.8} = 150 \frac{\alpha_s (1 - \alpha_f) \mu_f}{\alpha_f (\varphi d)_s^2} + 1.75 \frac{\rho_f \alpha_s |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{\varphi d_s}$$
$$\varphi = \frac{d_y}{\sqrt{d_x d_z}}$$

$$\beta_{fs(Wen-Yu)}^{\alpha_{fluid} > 0.8} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{\varphi d_s} f_{C_D}^{cor}(\alpha_f)$$

$$\beta_{fs} = (1 - \phi_{fs}) \beta_{Ergun} + \phi_{fs} \beta_{Wen-Yu}$$

$$\phi_{fs} = \frac{\exp[a(\alpha_s - b)]}{1 + \exp[a(\alpha_s - b)]}$$

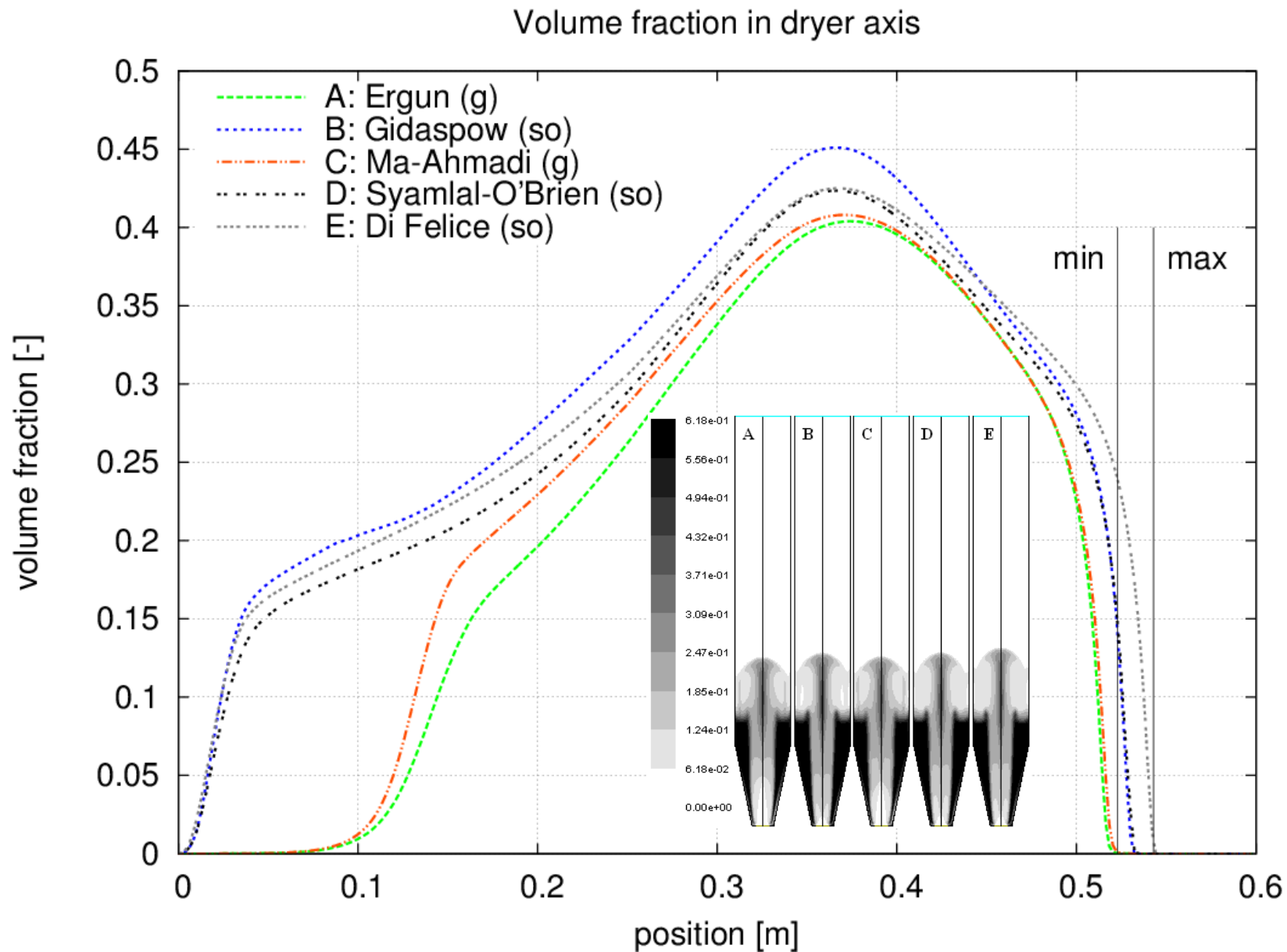
funkcja  
przełączająca

# Macierz domknięć

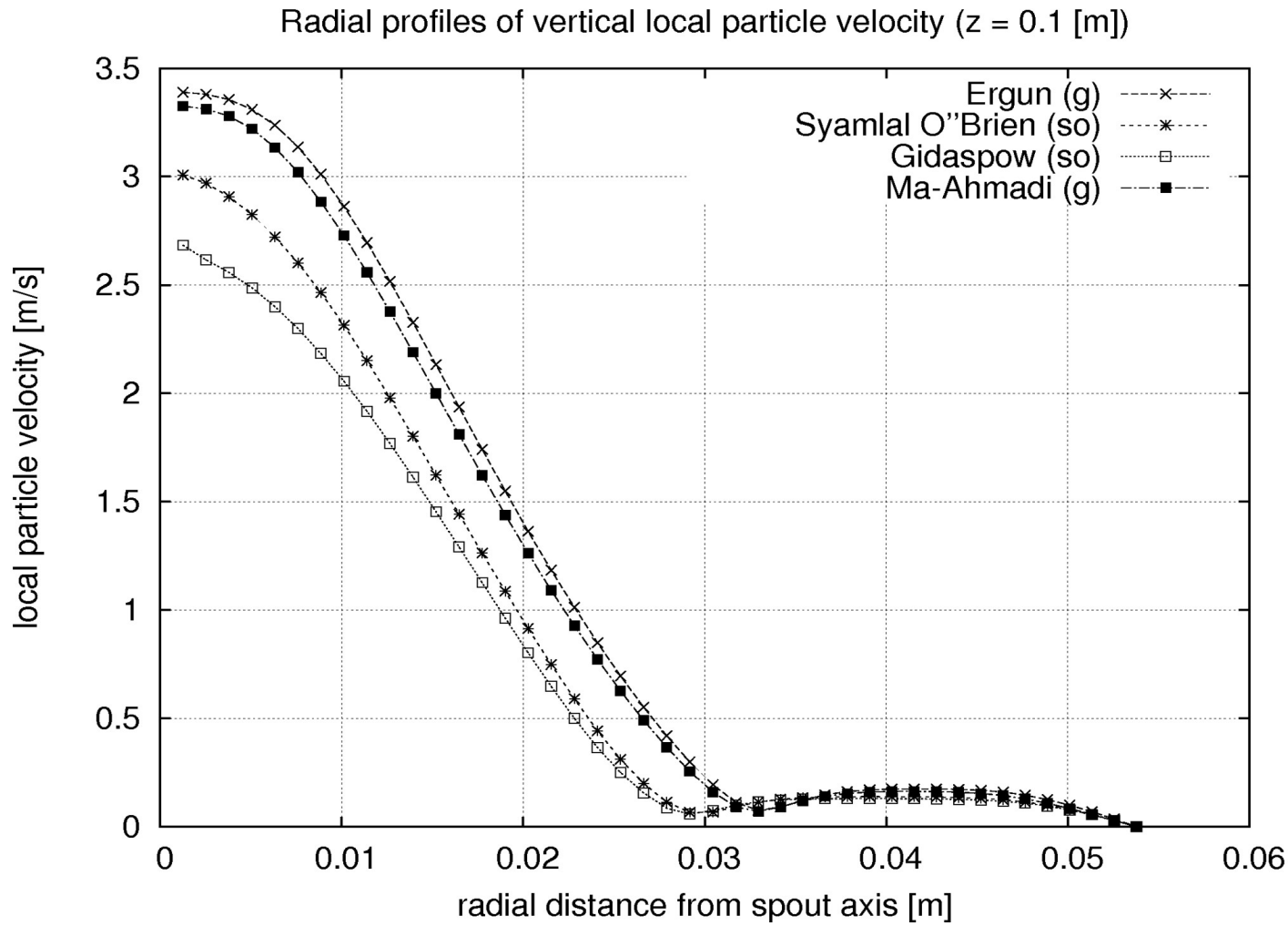
Współczynnik wymiany pędu (8)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Model lepkości granularnej (2)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
Model ciśnienia granulatu (3)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
Funkcja przełączająca (4)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
Współczynnik sferyczności (4)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
Współczynnik oporu (15)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Funkcja korekcyjna wsp. oporu (5)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			

Liczba możliwych kombinacji: 57 600 (!)

# Alternatywne zestawy domknięć



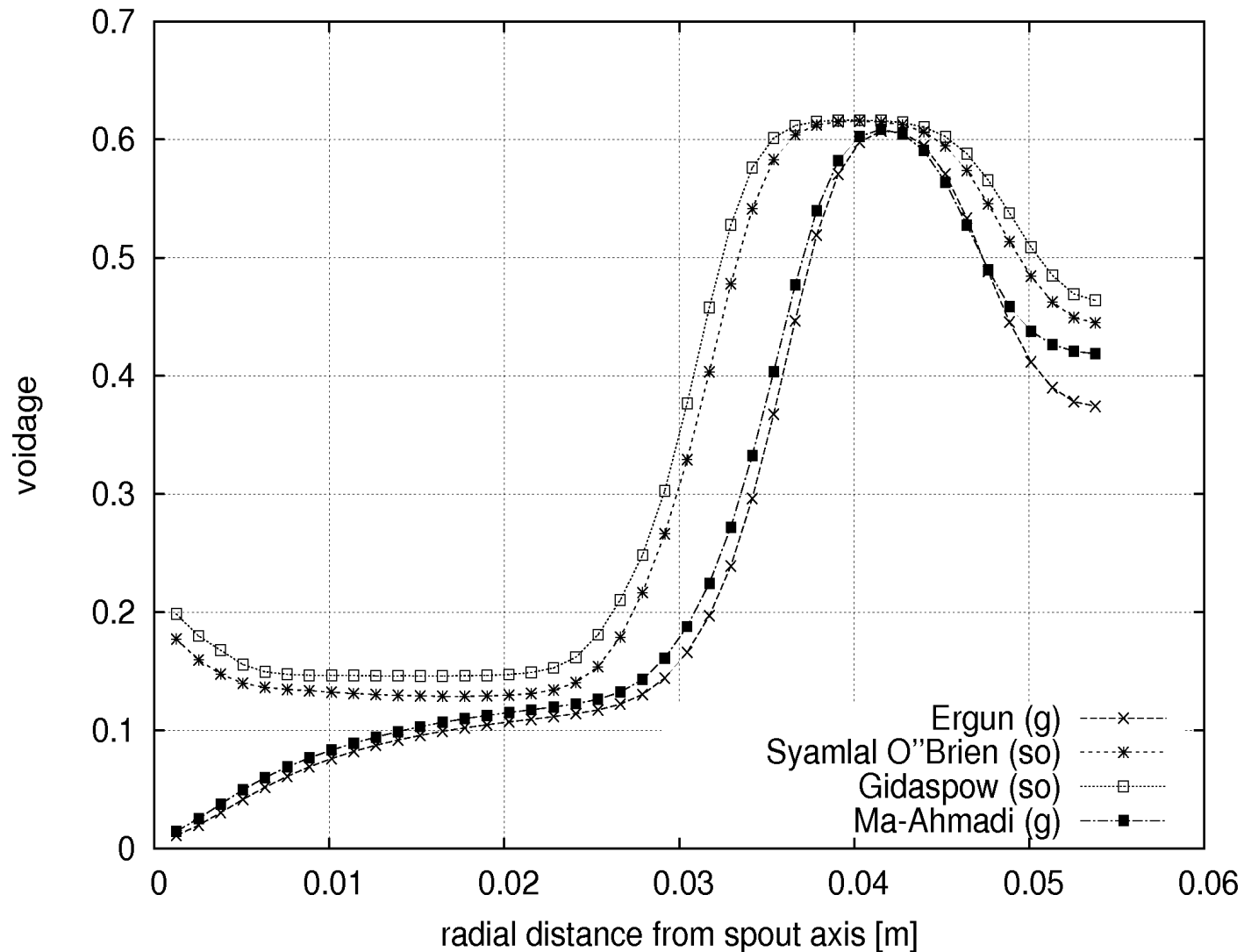
# Alternatywne zestawy domknięć



Aby wybrać lepszy model trzeba by mieć odpowiednie wyniki pomiarów – tu widoczny jest profil lokalnej prędkości cząstek w wybranym przekroju fontanny (wyniki z modelu num.)

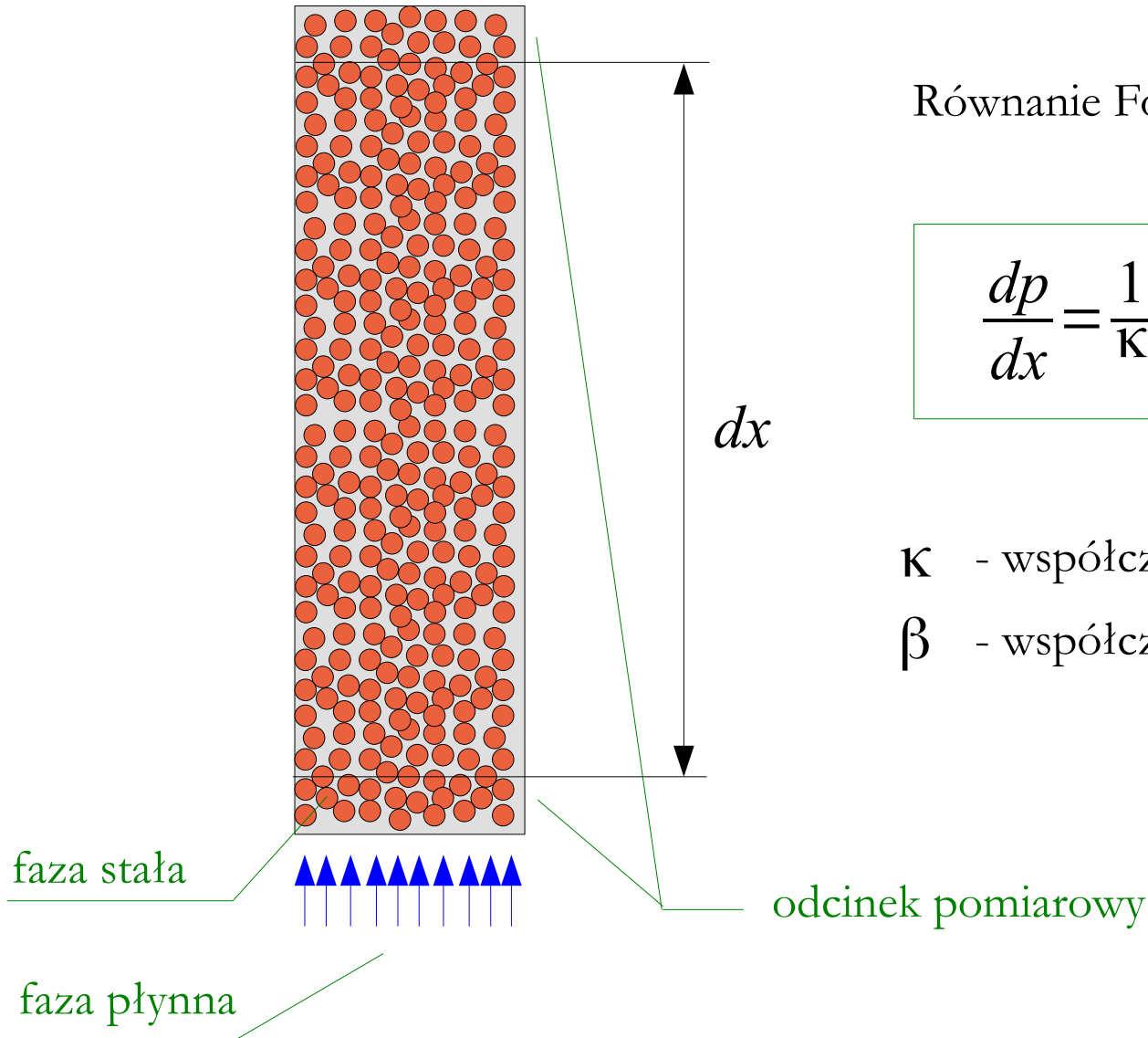
# Alternatywne zestawy domknięć

Radial profiles of voidage ( $z = 0.1$  [m])



Aby wybrać lepszy model  
trzeba by mieć odpowiednie  
wyniki pomiarów  
– tu widoczny jest profil  
udziału objętościowego  
fazy granularnej  
w wybranym  
przekroju fontanny  
(wyniki z modelu num.)

# Przykład nr 2



Równanie Forchheimera:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\kappa} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f) + \beta \cdot (\rho \cdot \vec{v}_f^2)$$

$\kappa$  - współczynnik przepuszczalności [ $\text{m}^2$ ]

$\beta$  - współczynnik Forchheimera [ $1/\text{m}$ ]

# Przykład nr 2

$$\beta = \frac{C_E}{e^{0.5}}$$

$$\beta = \frac{b}{\kappa^a}$$

$$\beta = \frac{1.15 \cdot 10^6}{\kappa \cdot e}$$

$$\beta = \frac{1.82 \cdot 10^8}{\kappa^{5/4} \cdot e^{3/4}}$$

$$\beta = \frac{8.91 \cdot 10^8 \cdot \tau}{\kappa \cdot e}$$

$$\beta = \frac{4.8 \cdot 10^{12}}{\kappa^{1.176}}$$

$$\beta = \frac{b}{\kappa^a \cdot e^c}$$

$$\beta = \frac{5.5 \cdot 10^9}{\kappa^{5/4} \cdot e^{3/4}}$$

$$\beta = a \cdot b^{-1/2} \cdot (10^{-8} \cdot \kappa)^{-1/2} \cdot e^{-3/2}$$

$$\beta = \frac{6.15 \cdot 10^{10}}{\kappa^{1.55}}$$

$$\beta = \frac{1.07 \cdot 10^{12} \cdot e^{0.449}}{\kappa^{1.88}}$$

$$\beta = \frac{1.55 \cdot 10^4 \cdot \tau^{3.35}}{\kappa^{0.98} \cdot e^{0.29}}$$

$$\beta = \frac{1.47 \cdot 10^7}{\kappa^{0.55}}$$

$$\beta = \frac{0.005}{\kappa^{0.5} \cdot e^{5.5}}$$

$$\beta = \frac{2.73 \cdot 10^{10}}{\kappa^{1.1045}}$$

$$\beta = \frac{2.49 \cdot 10^{11} \cdot e^{0.537}}{\kappa^{1.79}}$$

$$\beta = \frac{2.33 \cdot 10^{10}}{\kappa^{1.2}}$$

$$\beta = \frac{11500}{\kappa \cdot e}$$

$$\beta = C_1 \cdot \kappa^{C_2} \cdot e^{C_3} \cdot \tau^{C_4}$$

dla tych samych danych wyniki są inne  
(różnią się nawet o 7 rzędów wielkości!)

# Przykład nr 2

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\kappa} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f) + \beta \cdot (\rho \cdot \vec{v}_f^2)$$

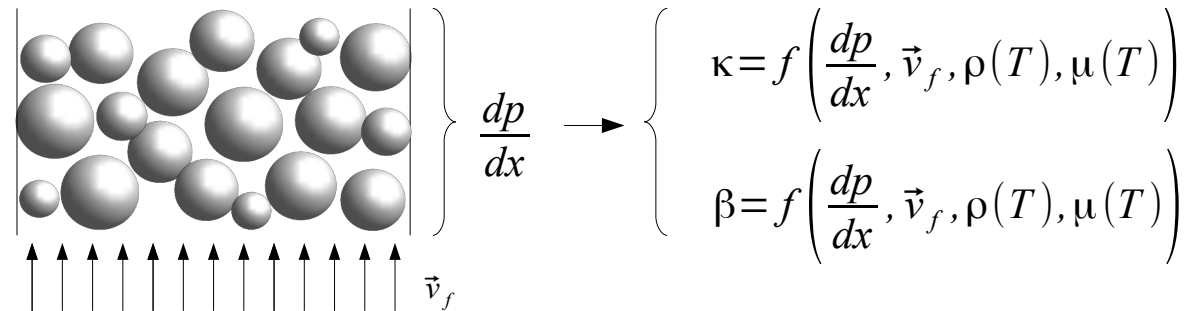
$$-\frac{dp}{dx} \cdot \frac{1}{\vec{v}_f \cdot \mu} = \frac{1}{\kappa} + \beta \cdot \left( \frac{\rho \cdot \vec{v}_f}{\mu} \right)$$

$$Y = \beta \cdot X + \frac{1}{\kappa}$$

$$Y = -\frac{dp}{dx} \cdot \frac{1}{\vec{v}_f \cdot \mu}$$

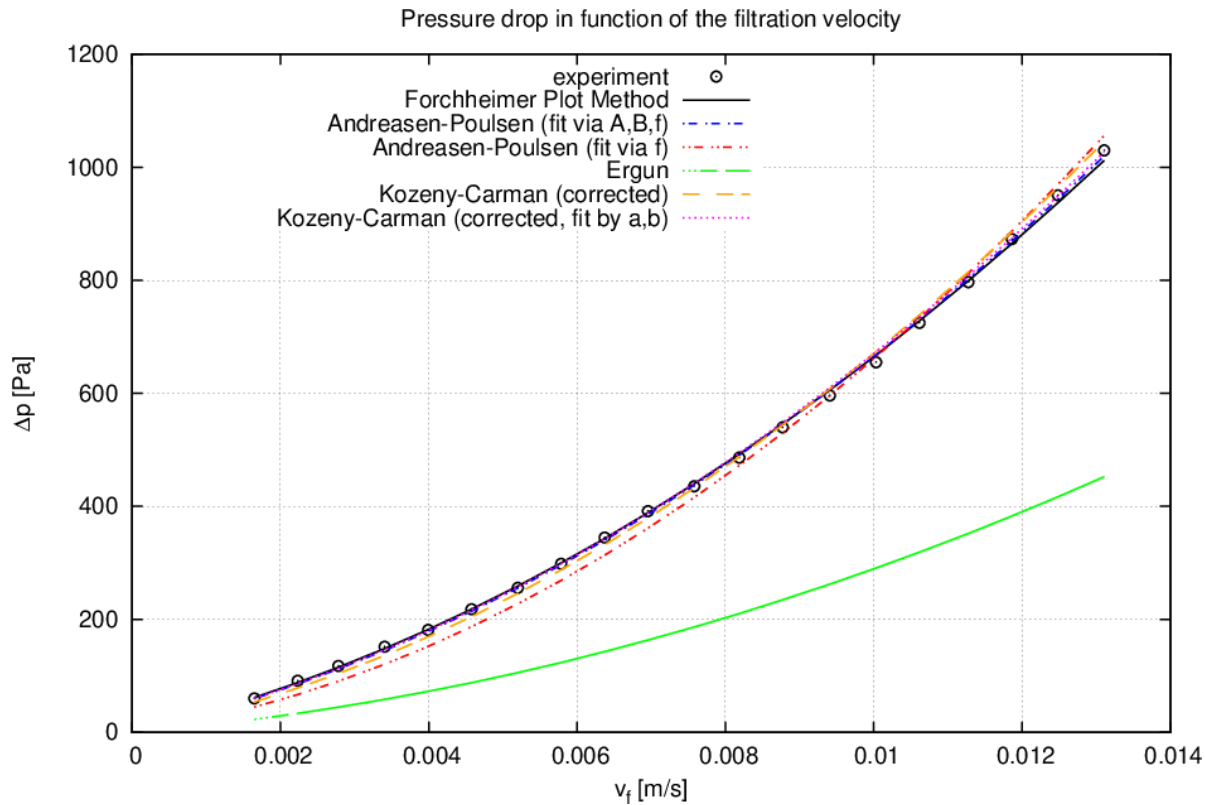
$$X = \frac{\rho \cdot \vec{v}_f}{\mu}$$

Wartości współczynników można wyznaczyć rozwiązując zagadnienie odwrotne (ale trzeba mieć eksperyment).



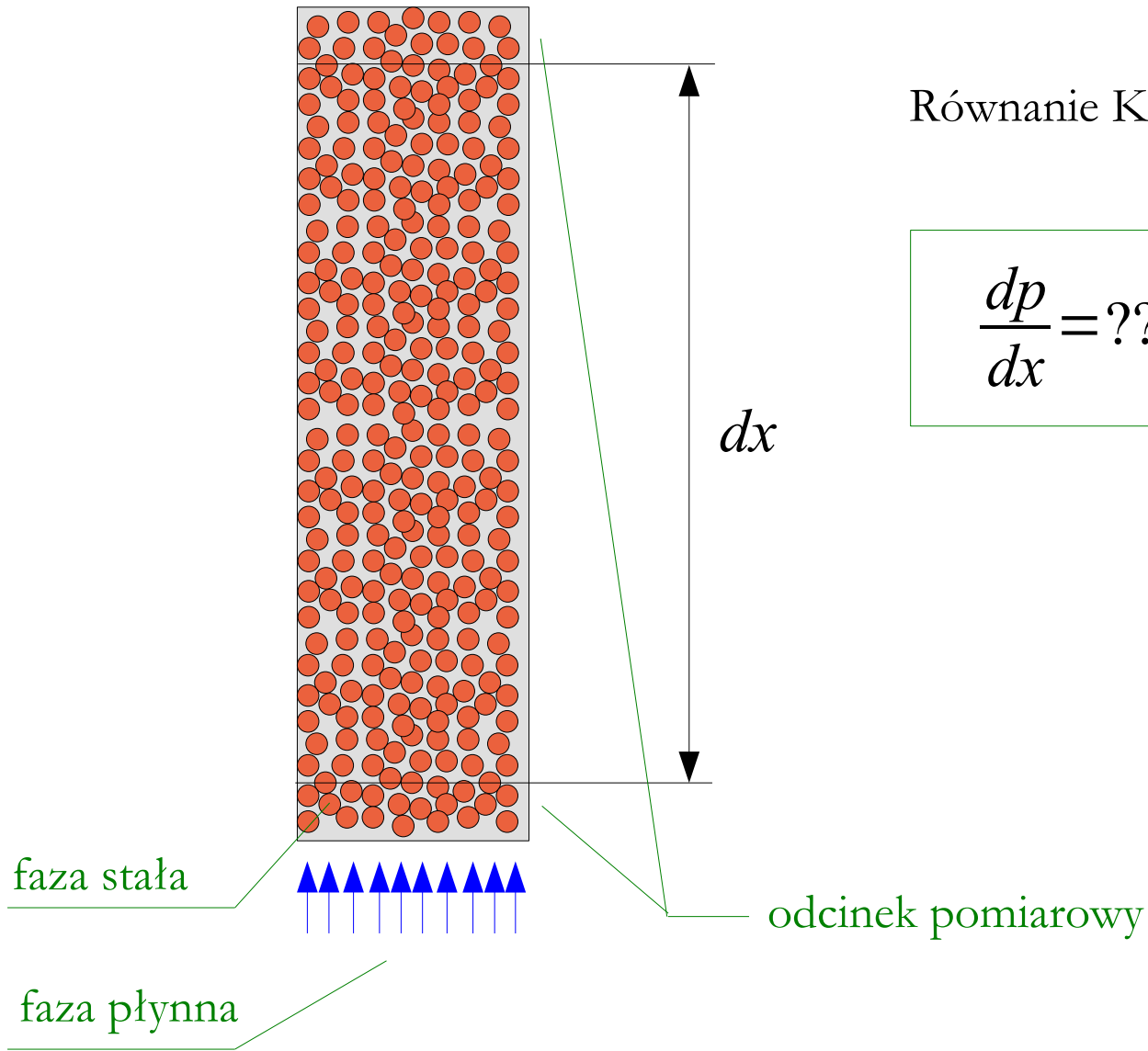


# Przykład nr 2



Przykład wykorzystania Forchheimer Plot Method do obliczenia współczynników modelu na podstawie danych eksperymentalnych [Waldemar Duda – eksperyment, Wojciech Sobieski – obliczenia]

# Przykład nr 3



Równanie Kozeny-Carmana:

$$\frac{dp}{dx} = ???$$

# Przykład nr 3

$$\frac{dp}{dx} = C_{KC} \cdot \tau_f \cdot S_0^2 \cdot \frac{(1-e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = C_{KC} \cdot \frac{(1-e)^2}{R^2 \cdot e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{S_0}{C_{KC} \cdot \tau} \cdot \frac{(1-e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{s^2}{C_{KC} \cdot \tau} \cdot \frac{(1-e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = C_{KC} \cdot S_0^2 \cdot \frac{(1-e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot C_{KC} \cdot S_0^2 \cdot \frac{(1+e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = C_{KC} \cdot \frac{(1-e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\rho}{g} \cdot C_{KC} \cdot S_0^2 \cdot \frac{(1+e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = C_{KC} \cdot d^2 \cdot \frac{(1-e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot \frac{1}{C_{KC}} \cdot S_0^2 \cdot \frac{(1-e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = C_{KC} \cdot \frac{(1-e)^2}{d^2 \cdot e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

$$\frac{dp}{dx} = C_{KC} \cdot \frac{1}{d^2} \cdot \frac{(1-e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

gedruckt mit Unterstützung aus dem Jerome und Margaret Stonborough-Fonds

## Über kapillare Leitung des Wassers im Boden (Aufstieg, Versickerung und Anwendung auf die Bewässerung)

Von  
Josef Kozeny in Wien

(Mit 6 Textfiguren)

(Vorgelegt in der Sitzung am 28. April 1927)

Wer die einschlägige Literatur überprüft, findet eine Menge schon vorhandener wertvoller Beobachtungen und Messungen. Doch fehlt meist die gesetzmäßige Beziehung, in der die einzelnen Größen zueinander stehen und die in einer mehr oder weniger einfachen Formel zum Ausdruck kommt. Diesen Mangel empfinden insbesondere alle jene, die sich mit der Regelung des Wasserhaushaltes im Boden zum Nutzen der Landwirtschaft befassen. Die praktisch tätigen Kultur-Ingenieure, die die nötigen Bauwerke bemessen sollen, sind leider allzuoft auf grobe Schätzungen angewiesen. Diesem Übelstand ab-

ICHEM<sup>E</sup>

©263-8762/97/\$10.00+0.0  
© Institution of Chemical Engineers

## FLUID FLOW THROUGH GRANULAR BEDS\*

By P. C. CARMAN, Ph.D. (Graduate)

### INTRODUCTION

The laws of the flow of fluids through porous media have several aspects of practical importance. They are essential in the calculation of the movements of ground waters, of petroleum, and of natural gas through sand and rock, in deciding the extent of seepage through the subsoil of dams and of large buildings, and in determining the permeability of concrete and of other building materials. To the chemical engineer, such laws form the basis of design of packed towers and of converters containing granular catalysts, as in the contact process for sulphuric acid, or they allow the interpretation of data from small models in the design of full-scale plant.<sup>1</sup> Further, the fundamental laws of filtration, both for the cake and for the filter medium, rest on the study of flow through porous media. A brief review of earlier work on this latter aspect has been made by Underwood,<sup>2</sup> and a more recent and comprehensive review is that of Siegel,<sup>3</sup> who covers the whole field of consolidated masses such as sandstones and porous earthenware, and of unconsolidated masses such as sands, that is, the granular beds of the kind considered in this paper.

parallel to the direction of flow and of diameter,  $d$ . The views on the nature and the size of these equivalent capillaries and whether they have any physical meaning have differed considerably.

The first extension of the simple D'Arey law was made by Dupuit,<sup>4</sup> who realised that the apparent velocity,  $u$ , must be less than the actual velocity in the pores. If the pore-space in the bed be considered as evenly distributed, the porosity of a layer of infinitesimal thickness normal to the direction of flow will be equal to the porosity,  $\epsilon$ , of the bed as a whole. As, for such a layer, the fractional free volume will be equal to the fractional free area, the true velocity of flow must be  $\frac{u}{\epsilon}$ . Dupuit therefore gave

$$u = \epsilon \cdot K_1 \cdot \frac{\Delta P}{L} \dots \dots \dots (3)$$

The full importance of porosity was later realised by Slichter,<sup>5</sup> whose treatment represents the first real attempt to derive expressions for the equivalent channels from the general geometry of a bed of equally-sized spheres. He assumed the average cross-sections of the equivalent channels to be triangular, and

$$\frac{dp}{dx} = C_{KC} \cdot \tau^2 \cdot S_{0, Carman}^2 \cdot \frac{(1-e)^2}{e^3} \cdot (\mu \cdot \vec{v}_f)$$

Kozeny J.: Über kapillare Leitung des Wassers im Boden. Akademie der Wissenschaften in Wien, Sitzungsberichte, Vol. 136 /2a (1927), pp. 271-306, (in German).

Carman P.C.: Fluid Flow through a Granular Bed. Transactions of the Institute of Chemical Engineers, Jubilee Supplement, Vol. 75 (1997, original in 1937), pp. 32-48.

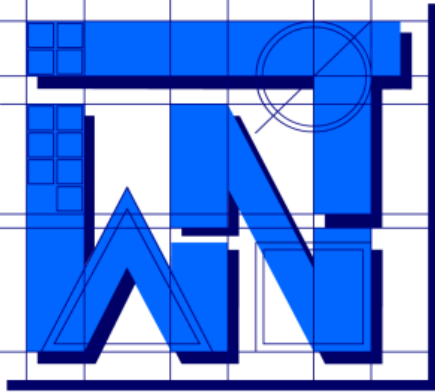
- 
- W literaturze istnieje wiele wariantów poszczególnych domknięć
  - W wielu przypadkach poszczególne domknięcia nie są sobie równoważne
  - Co roku liczba domknięć się zwiększa  
(praktycznie nie ma możliwości bycia “na bieżąco”)
  - W kodach numerycznych dostępne są zazwyczaj tylko wybrane domknięcia
  - Domknięcia domyślne stosowane w kodach numerycznych są zazwyczaj najbardziej popularne (rzadko szuka się innych możliwości)
  - Aby ocenić stan wiedzy należałoby zawsze zebrać możliwie jak najwięcej domknięć i wszystkie je przetestować (zabiera to mnóstwo czasu)
  - W praktyce nadal nie jest możliwe dobre przewidywanie zachowania się układów przepływowych bez badań eksperymentalnych

# Podsumowanie

---

## Zagadnienia:

Co to jest domknięcie, metody definiowania domknięć, modelowanie fontannowej suszarki do ziarna (współczynnik wymiany pędu, lepkość granularna, ciśnienie granulatu, funkcja przełączająca, współczynnik sferyczności, współczynnik oporu, funkcja korekcyjna wsp. oporu), model bazowy, macierz domknięć, alternatywne zestawy domknięć, modelowanie przepływu przez ośrodek porowaty (współczynnik przepuszczalności, współczynnik Forchheimera), równanie Kozeny-Carmana.



UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN  
The Faculty of Technical Sciences  
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11  
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55  
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



---

**Dziękuję za uwagę**

**Wojciech Sobieski**

---

Olsztyn, 2003-2024