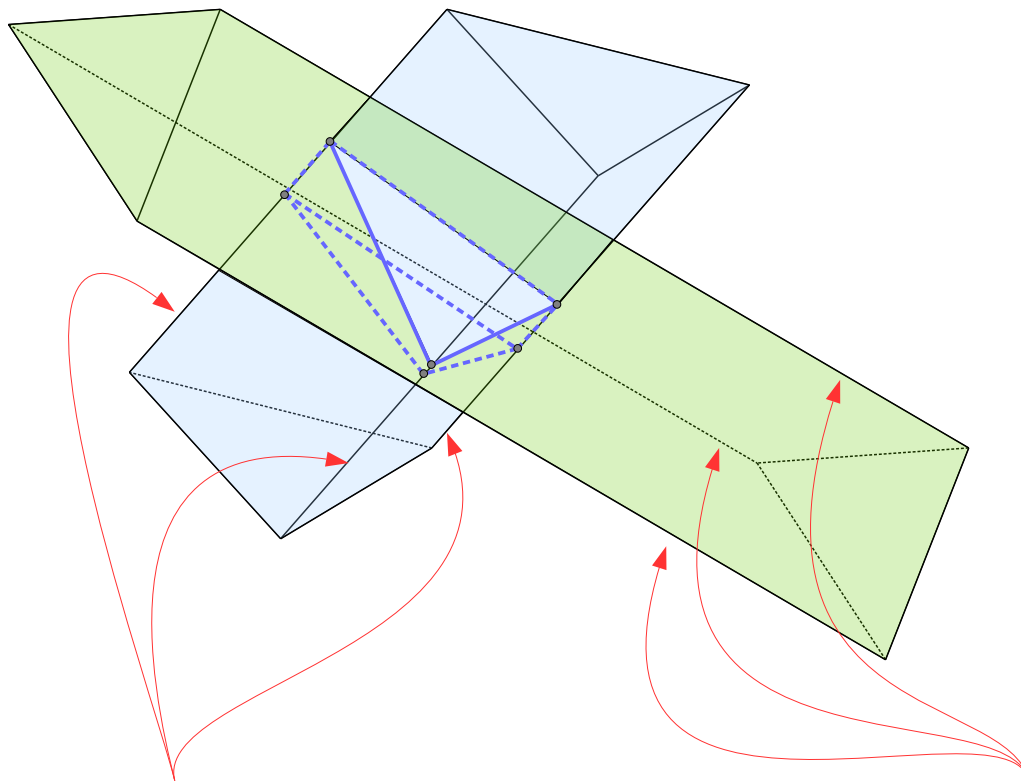




GEOMETRIA WYKREŚLNA

Wielościany – przenikanie.

Przenikanie wielościanów



Te krawędzie boczne przebijają drugą bryłę.

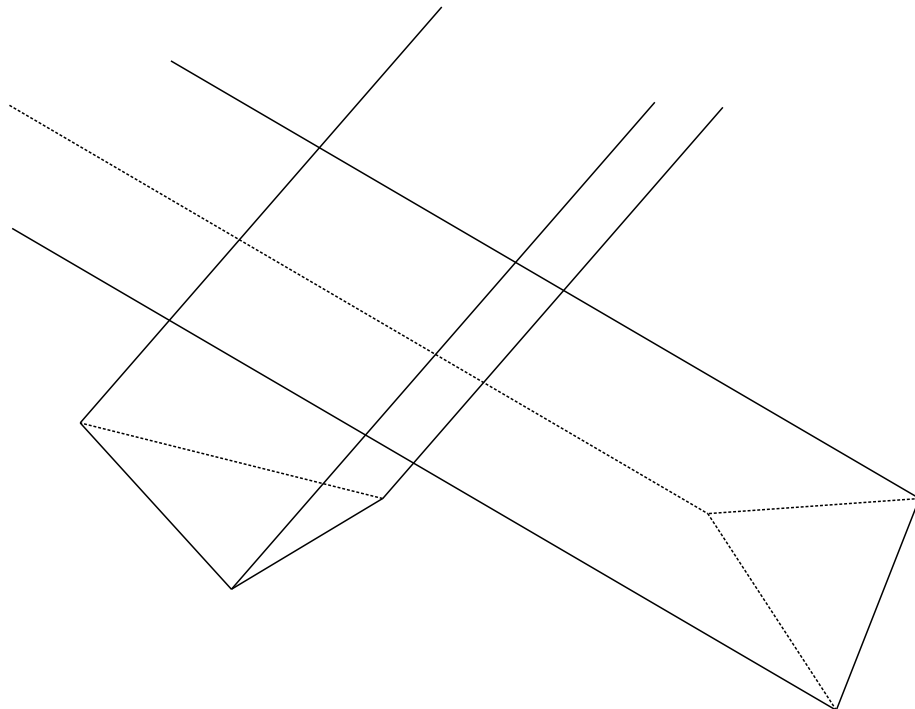
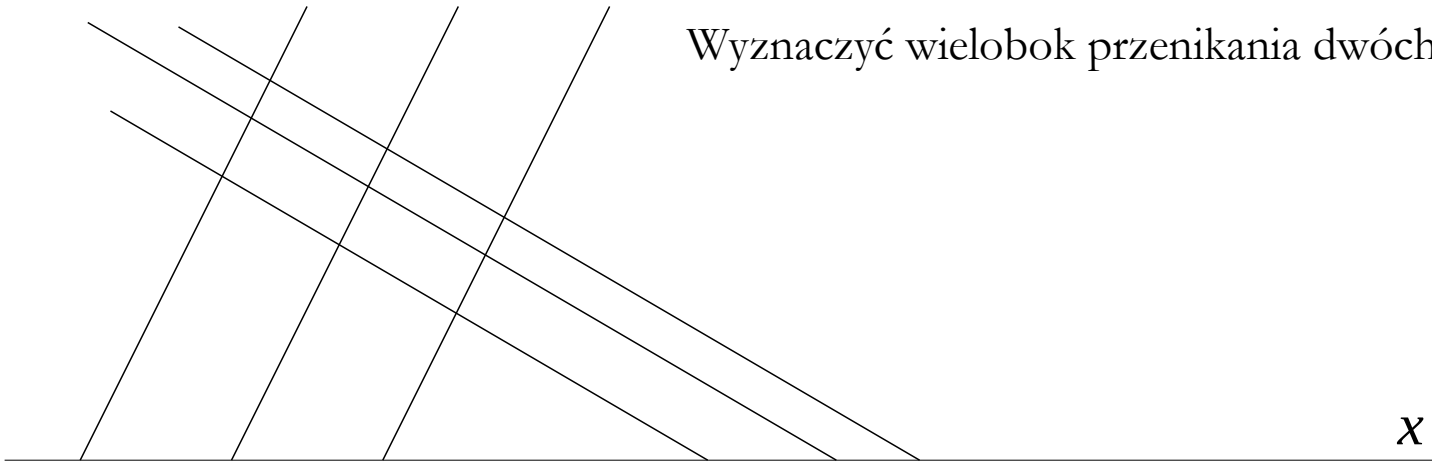
Te krawędzie boczne nie przebijają drugiej bryły.

Aby wyznaczyć wielobok przenikania należy nauczyć się wyznaczania punktów przebicia wielościanu prostą. Korzysta się tu zawsze z metody polegającej na wstawieniu „specjalnej” płaszczyzny tnącej (patrz wykład 8).

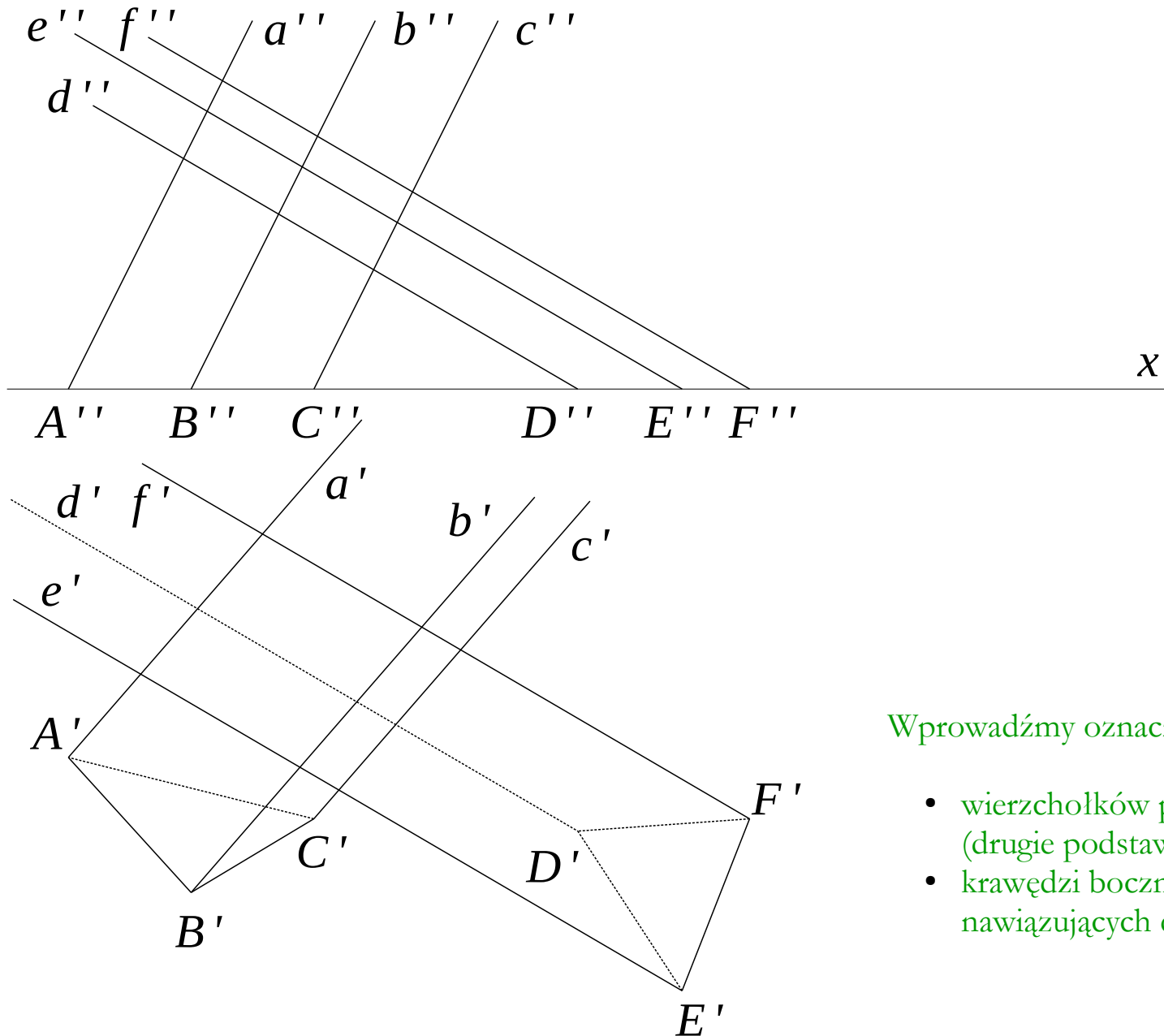
Istota wyznaczania wieloboku przenikania polega na sprawdzaniu po kolei każdej krawędzi bocznej obu wielościanów i szukaniu jej punktów przebicia z powierzchniami drugiej bryły – przy czym nie zawsze jakaś krawędź jednego wielościanu przebije drugi wielościan.

Przenikanie wielościanów

Wyznaczyć wielobok przenikania dwóch graniastosłupów.



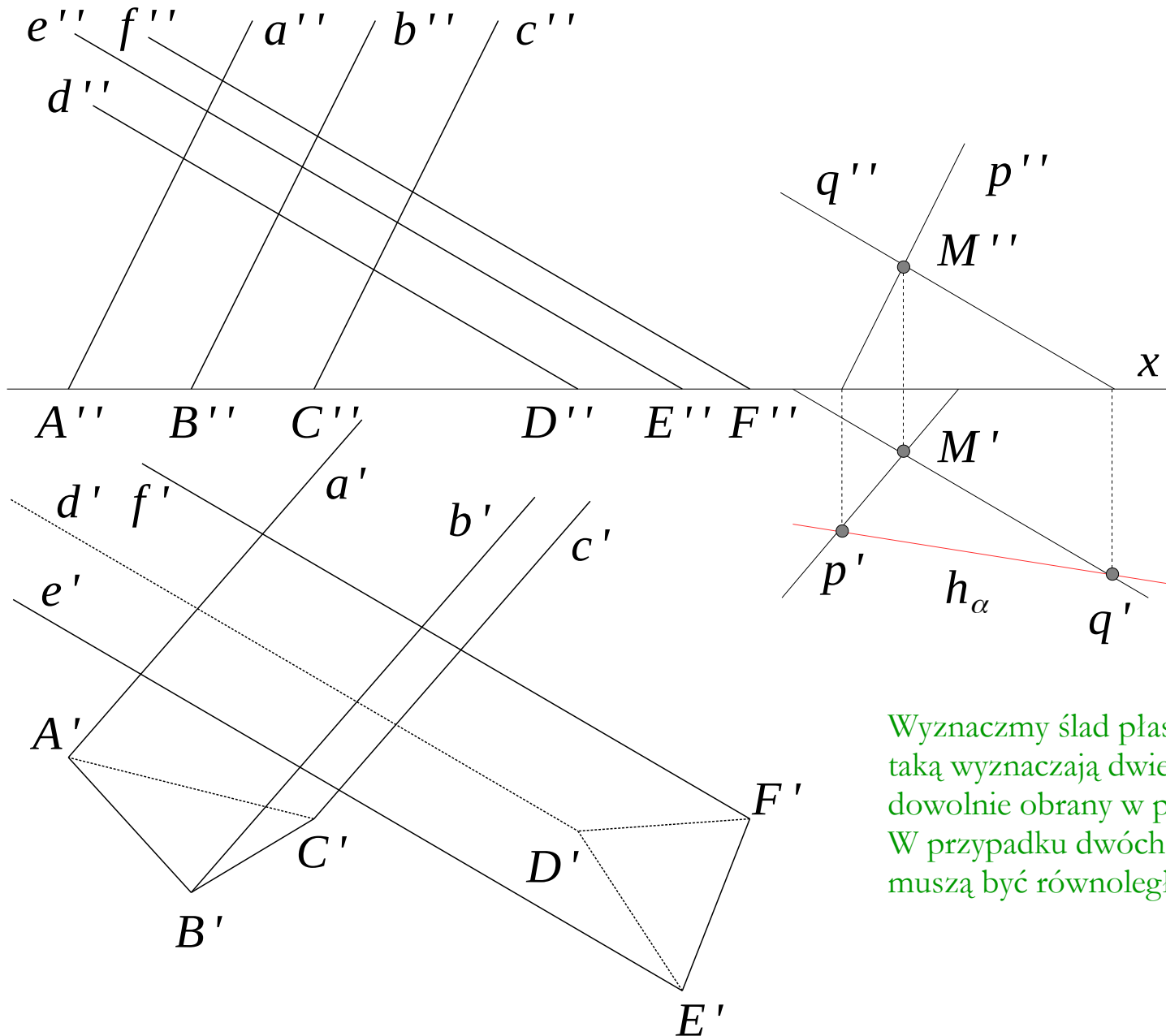
Przenikanie wielościanów



Wprowadźmy oznaczenia:

- wierzchołków podstaw leżących na rzutniach (drugie podstawy nie są do niczego potrzebne),
- krawędzi bocznych – jako prostych o nazwach nawiązujących do nazw wierzchołków podstaw.

Przenikanie wielościanów



$$p'' \parallel (a'', b'', c'')$$

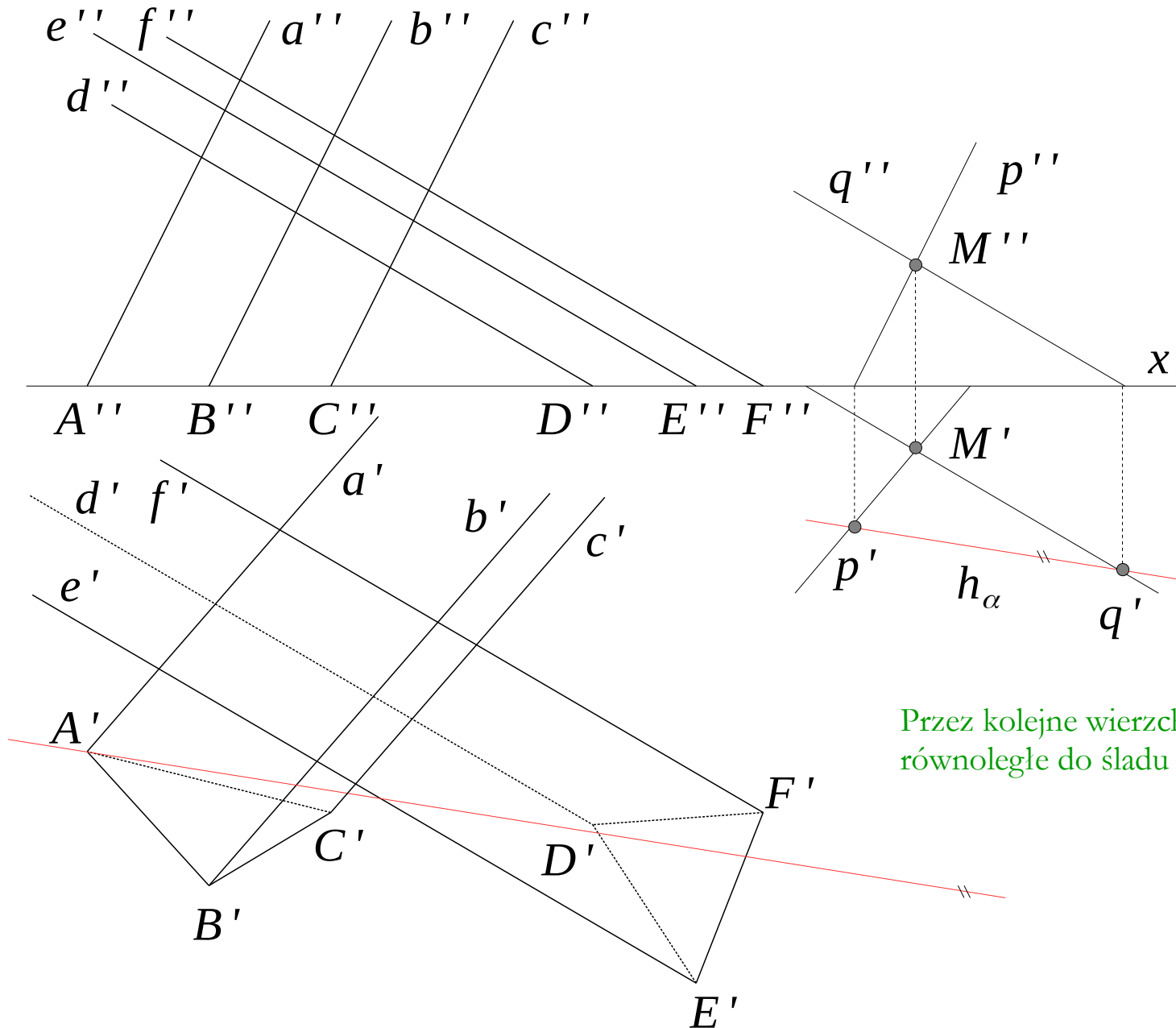
$$q'' \parallel (d'', e'', f'')$$

$$p' \parallel (a', b', c')$$

$$q' \parallel (d', e', f')$$

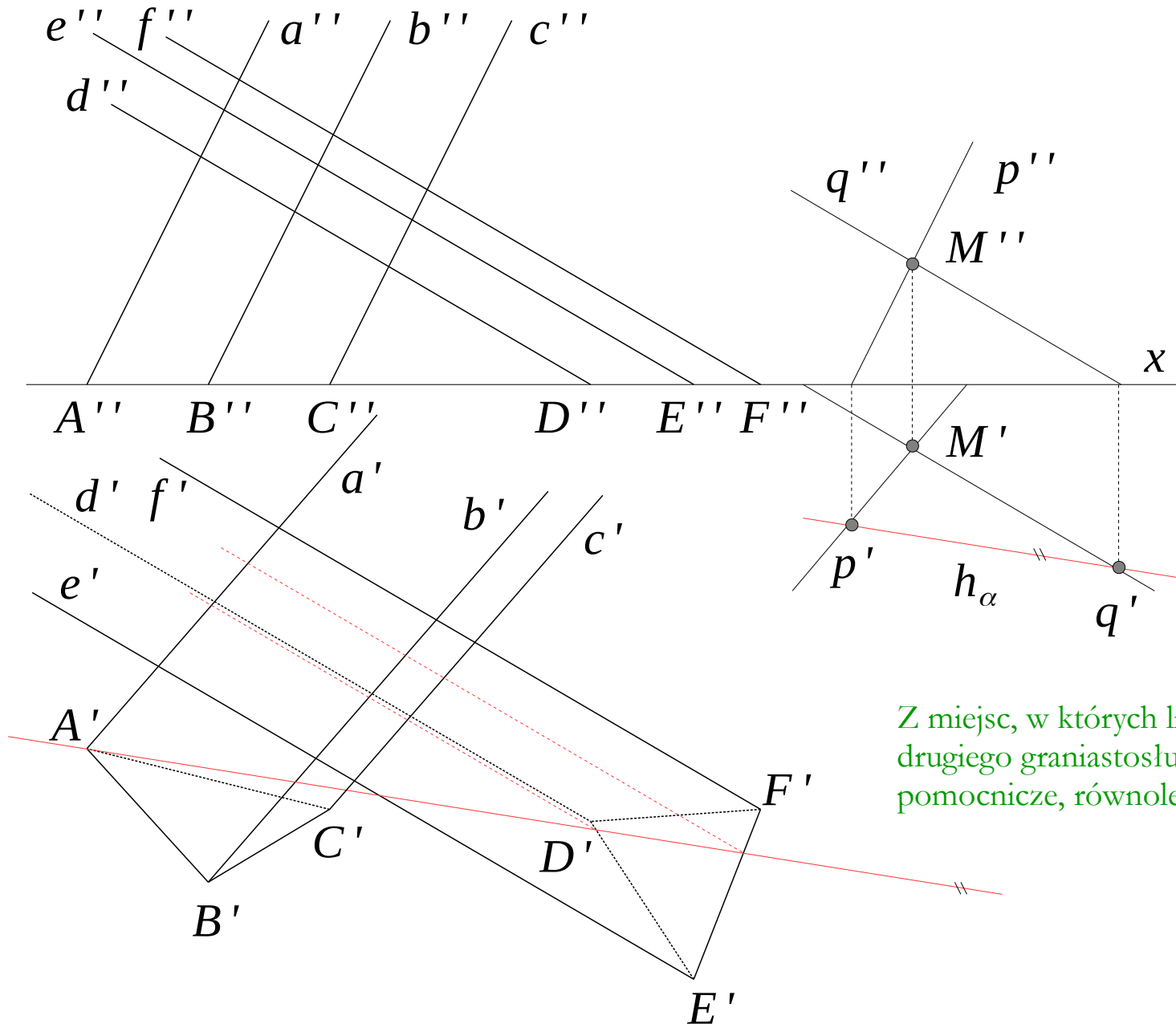
Wyznamy ślad płaszczyzny kierującej – płaszczyznę taką wyznaczają dwie proste przechodzące przez dowolnie obrany w przestrzeni punkt (tu: M). W przypadku dwóch graniastosłupów proste muszą być równoległe do ich krawędzi bocznych.

Przenikanie wielościanów



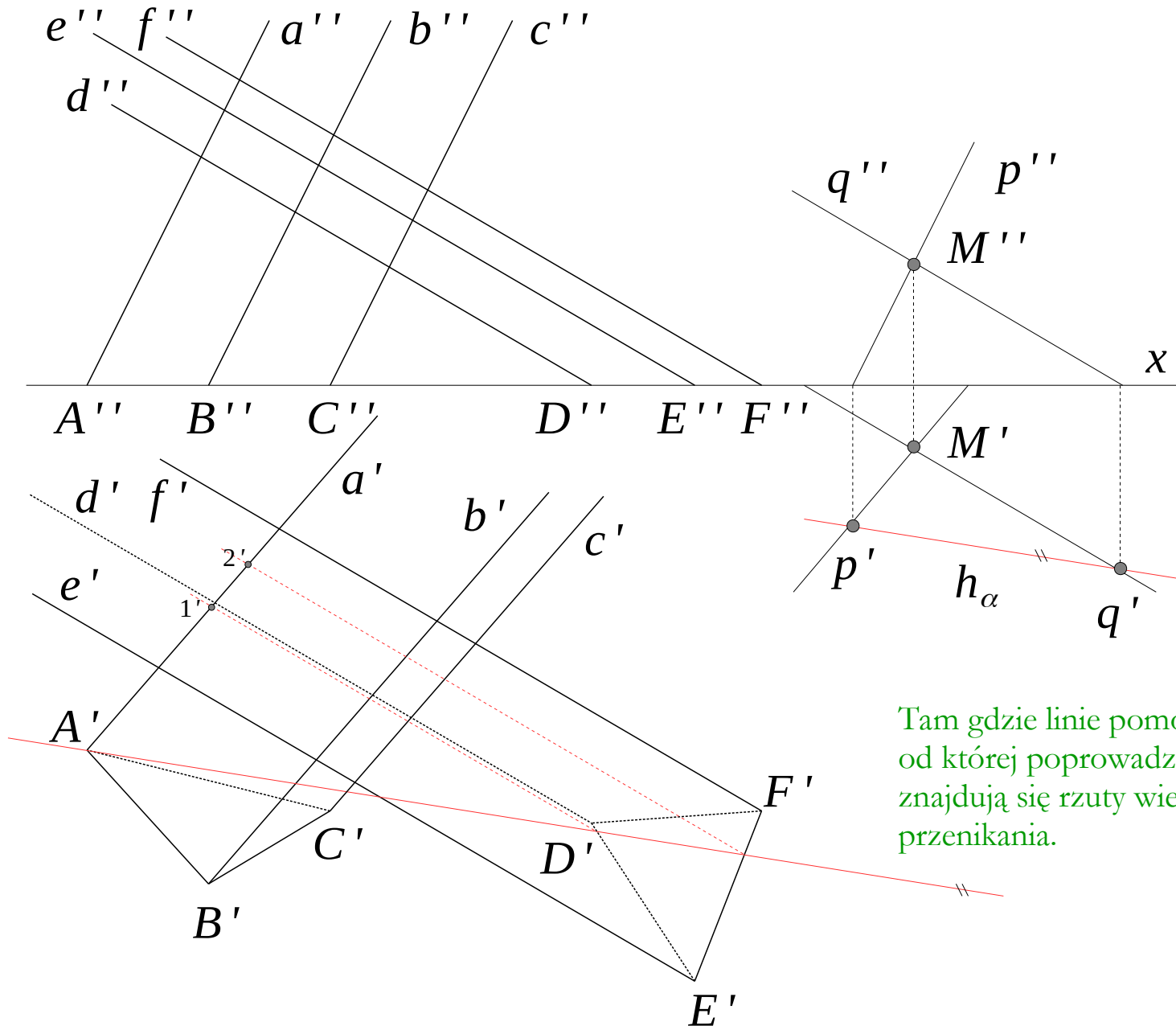
Przez kolejne wierzchołki podstaw prowadzimy linie równoległe do śladu płaszczyzny kierującej.

Przenikanie wielościanów



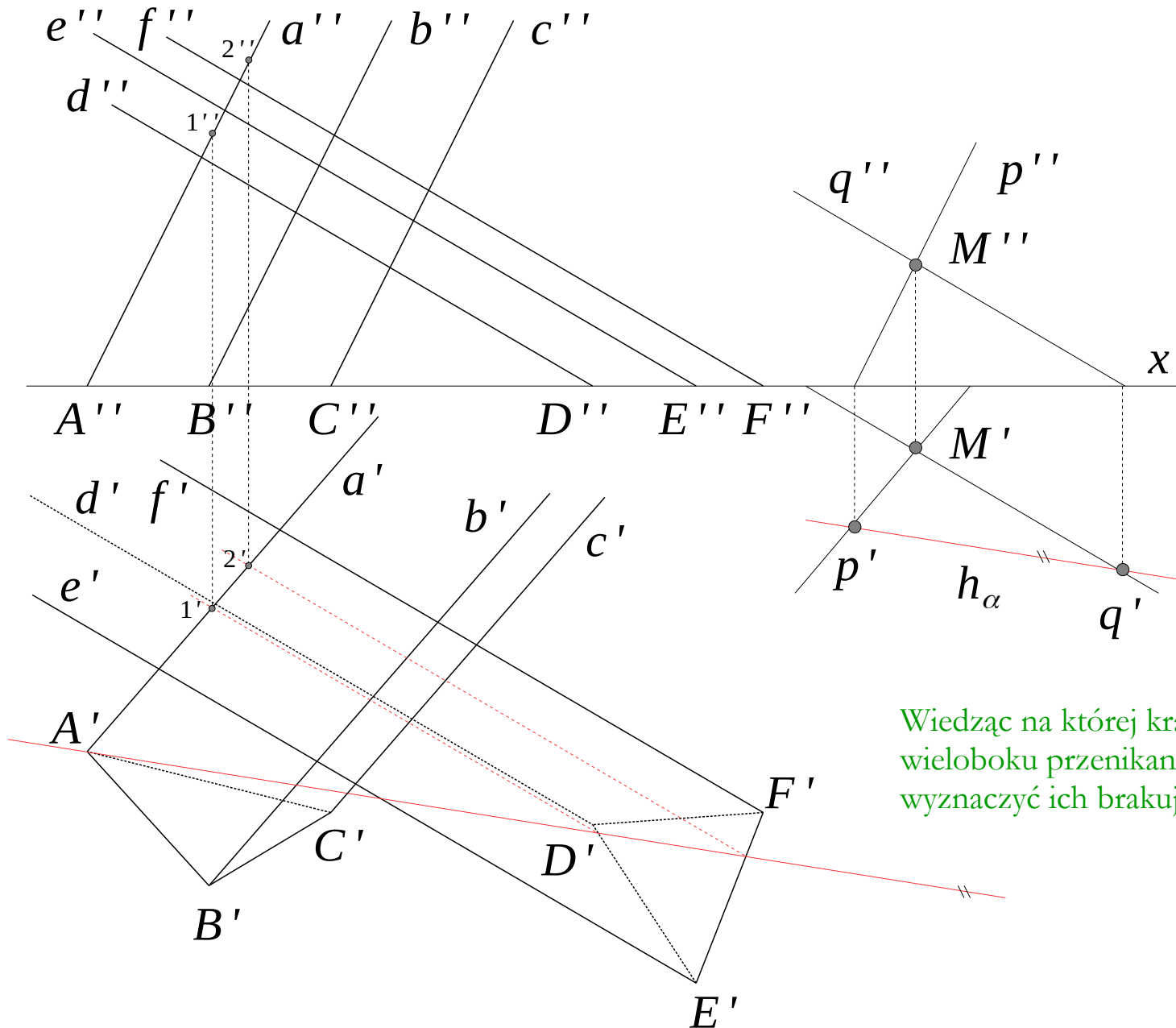
Z miejsc, w których linia ta przecina podstawę drugiego graniastoslupa prowadzimy linie pomocnicze, równoległe do jego krawędzi.

Przenikanie wielościanów



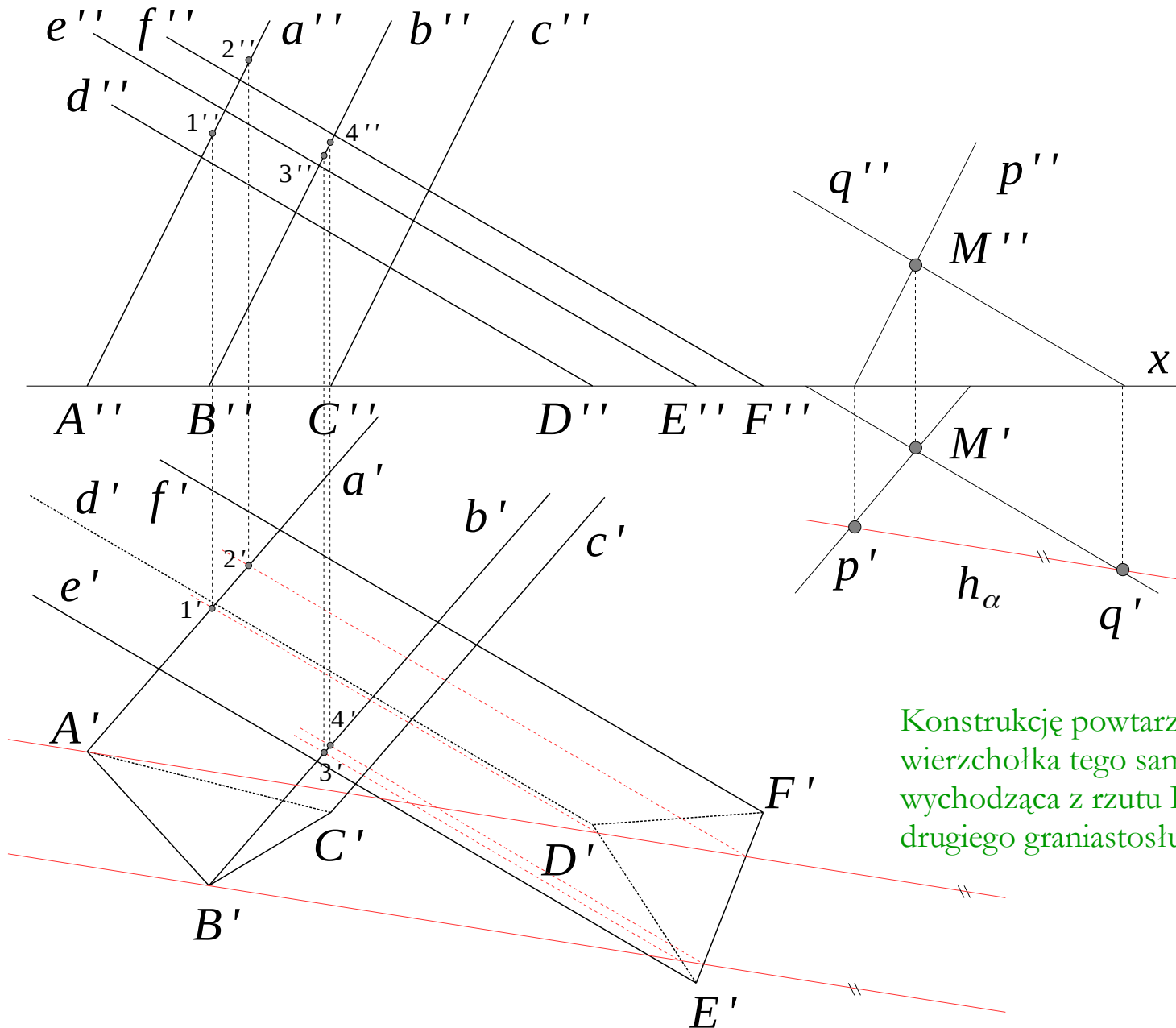
Tam gdzie linie pomocnicze przetną się z krawędzią, od której poprowadzona została linia kierunkowa znajdują się rzuty wierzchołków wieloboku przenikania.

Przenikanie wielościanów



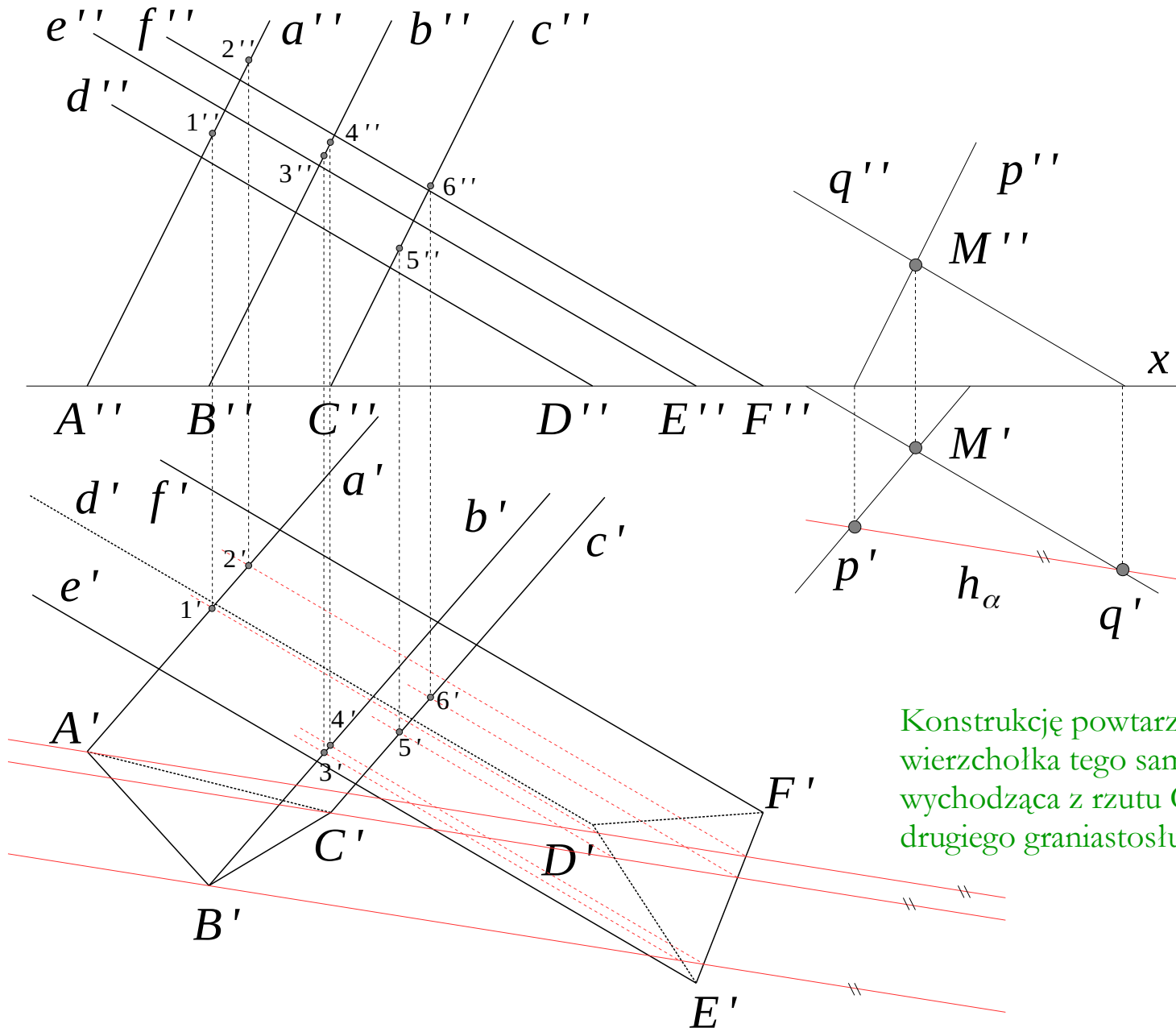
Wiedząc na której krawędzi znajdują się wierzchołki wieloboku przenikania (tu: na prostej a) można wyznaczyć ich brakujące rzuty.

Przenikanie wielościanów



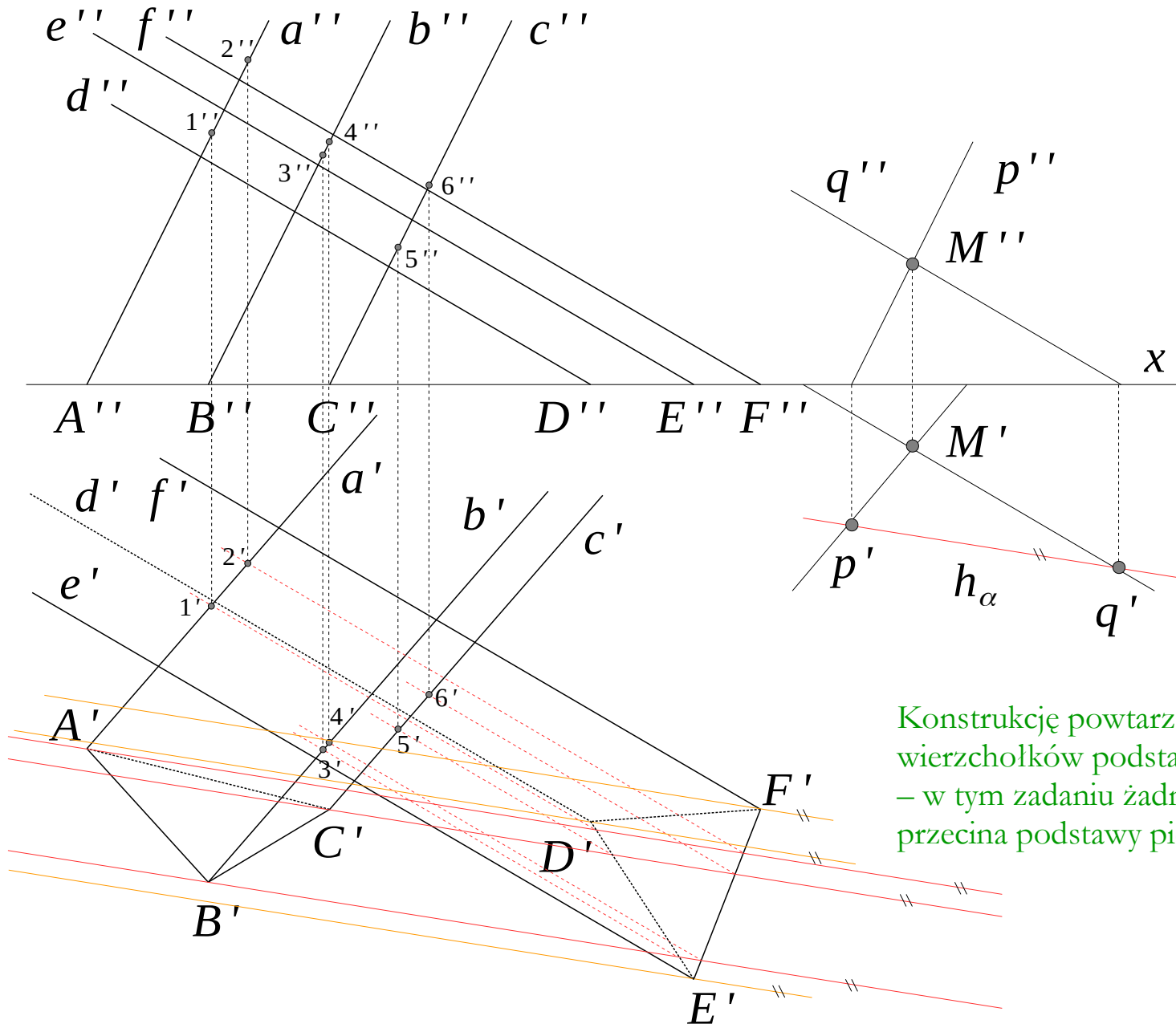
Konstrukcję powtarzamy rozpoczynając z kolejnego wierzchołka tego samego graniastosłupa – tu: linia wychodząca z rzutu B' również przecina podstawę drugiego graniastosłupa.

Przenikanie wielościanów



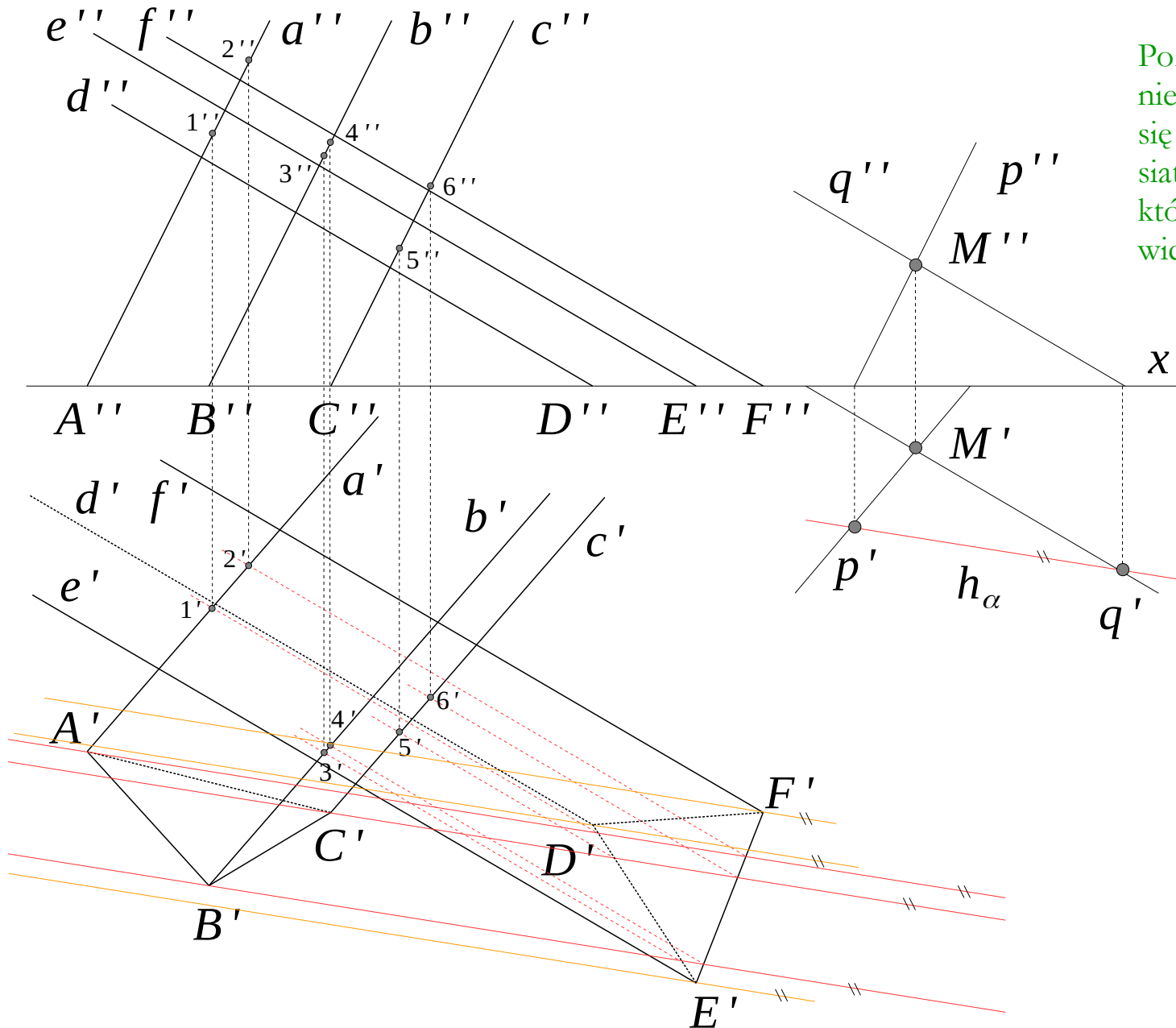
Konstrukcję powtarzamy rozpoczynając z kolejnego wierzchołka tego samego graniastosłupa – tu: linia wychodząca z rzutu C' również przecina podstawę drugiego graniastosłupa.

Przenikanie wielościanów



Konstrukcję powtarzamy rozpoczynając od wierzchołków podstawy drugiego graniastosłupa – w tym zadaniu żadna z linii kierunkowych nie przecina podstawy pierwszego graniastosłupa.

Przenikanie wielościanów

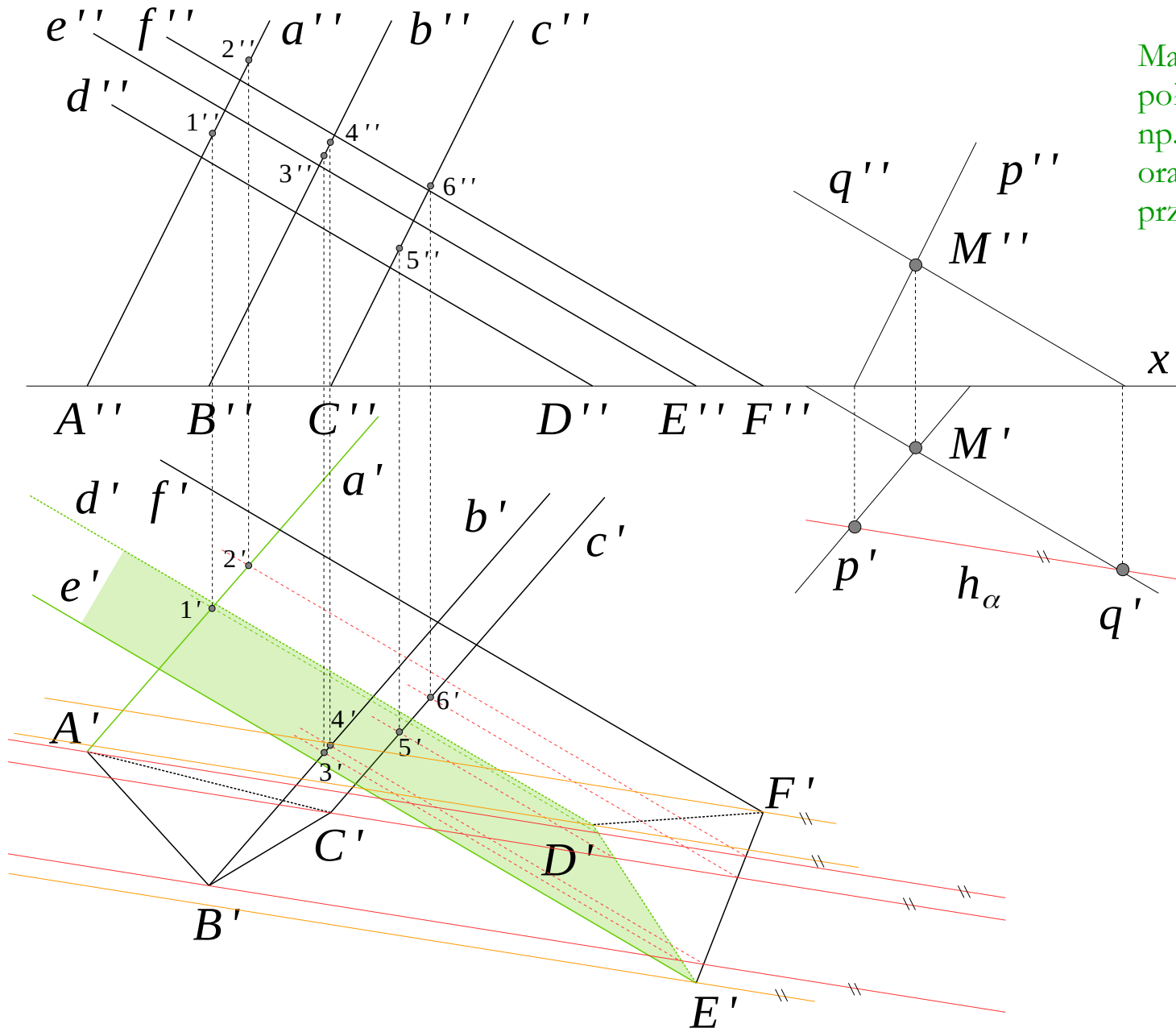


Pozostaje kwestia widoczności lub niewidoczności linii – rozwiązuje się ją tworząc dla danego rzutu siatkę punktów i zaznaczając, które boki wielościanów są widoczne, a które nie.

Siatka dla rzutu poziomego.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>d</i>	+	+	-	
<i>d</i>	-			
<i>e</i>				
<i>f</i>	+			
<i>d</i>	-			

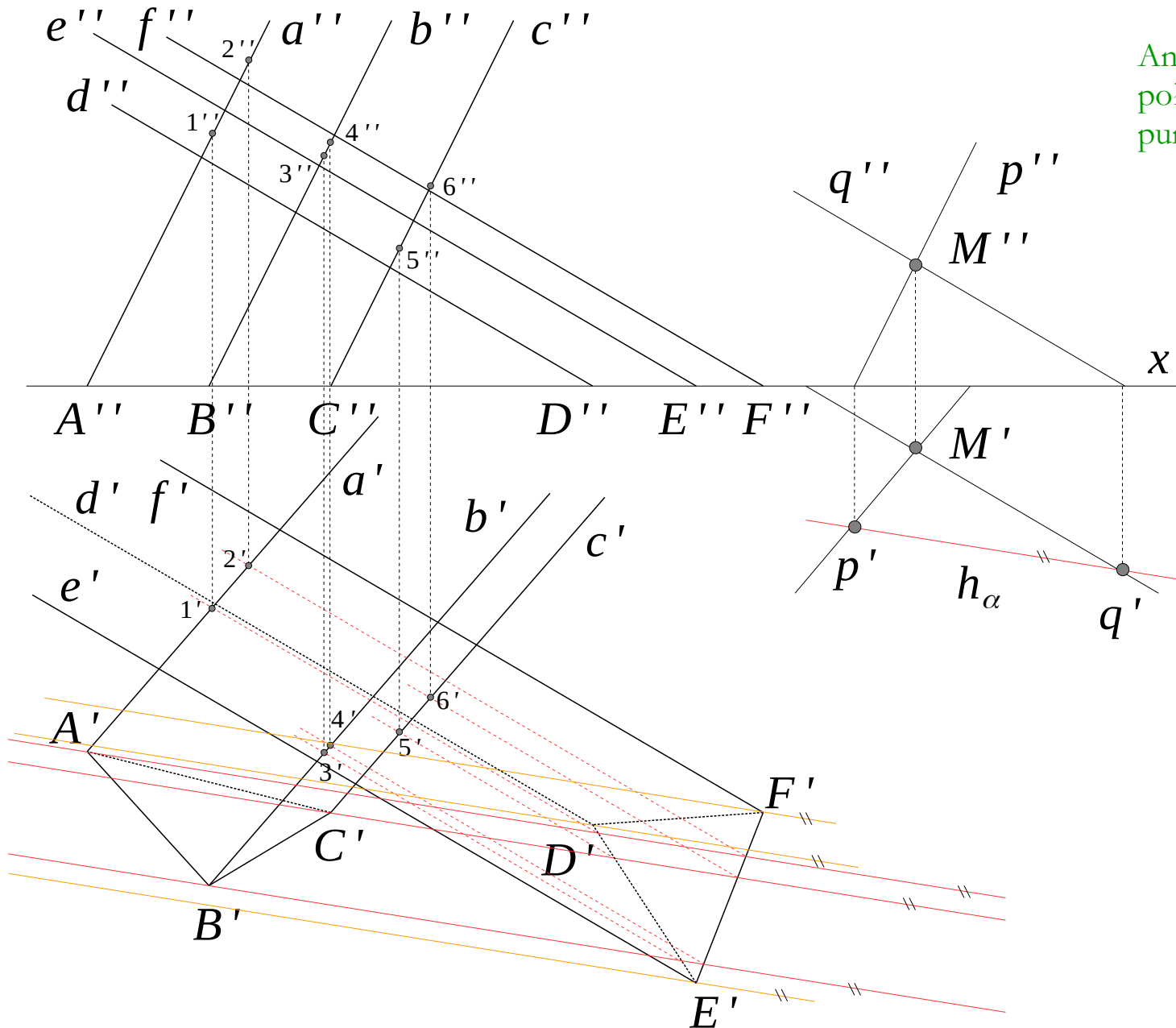
Przenikanie wielościanów



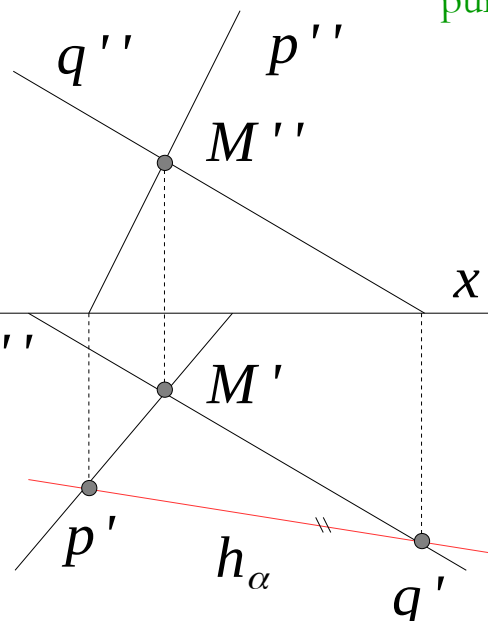
Mając siatkę zaznaczamy położenia kolejnych punktów, np. punkt 1 leży na prostej a oraz na ścianie wyznaczonej przez proste d oraz e .

	a	b	c	a
d		+	+	-
e	-	1		
f	+			
d	-			

Przenikanie wielościanów

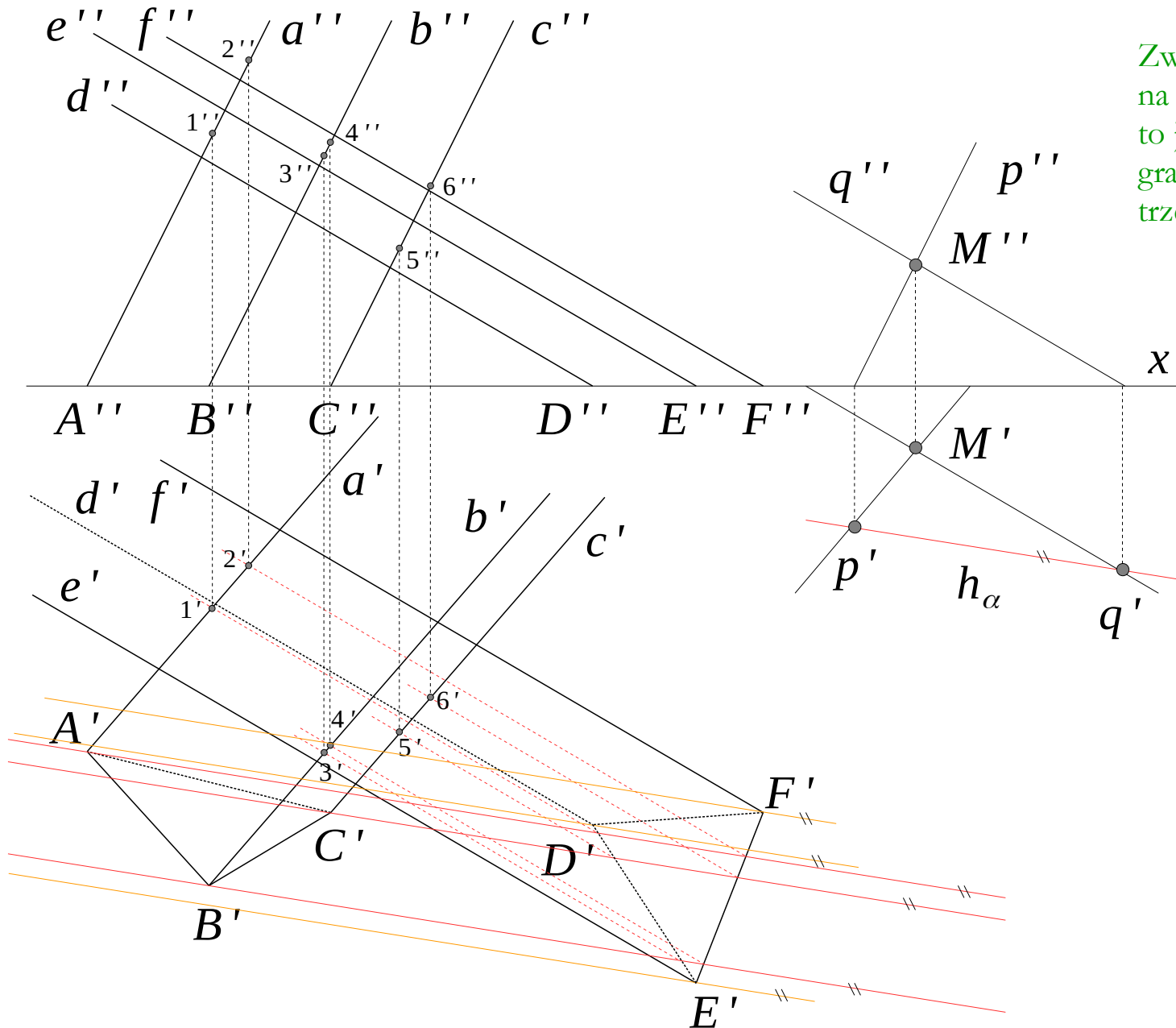


Analogicznie наносимы
положения остальных
пунктов.



	a	b	c	a
d		+	+	-
d	-	1	3	5
e				
f	+	2	4	6
d	-			

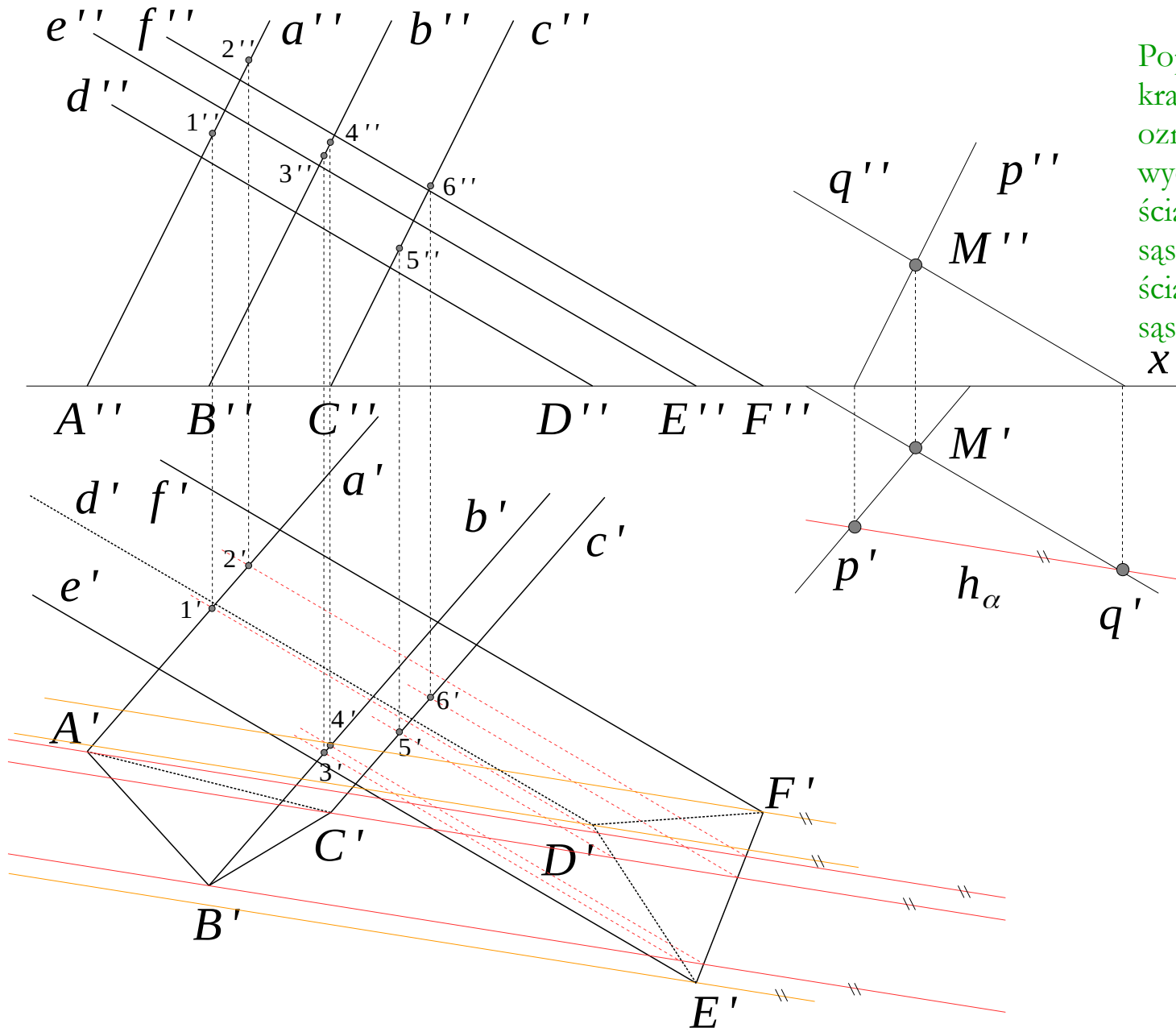
Przenikanie wielościanów



Zwróćmy uwagę, że aby uzyskać na siatce obraz wszystkich boków, to jedną z krawędzi każdego graniastosłupa (którą prostą) trzeba narysować dwukrotnie.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>d</i>		+	+	-
<i>d</i>	-	1	3	5
<i>e</i>				1
<i>f</i>	+	2	4	6
<i>f</i>				2
<i>d</i>	-			

Przenikanie wielościanów



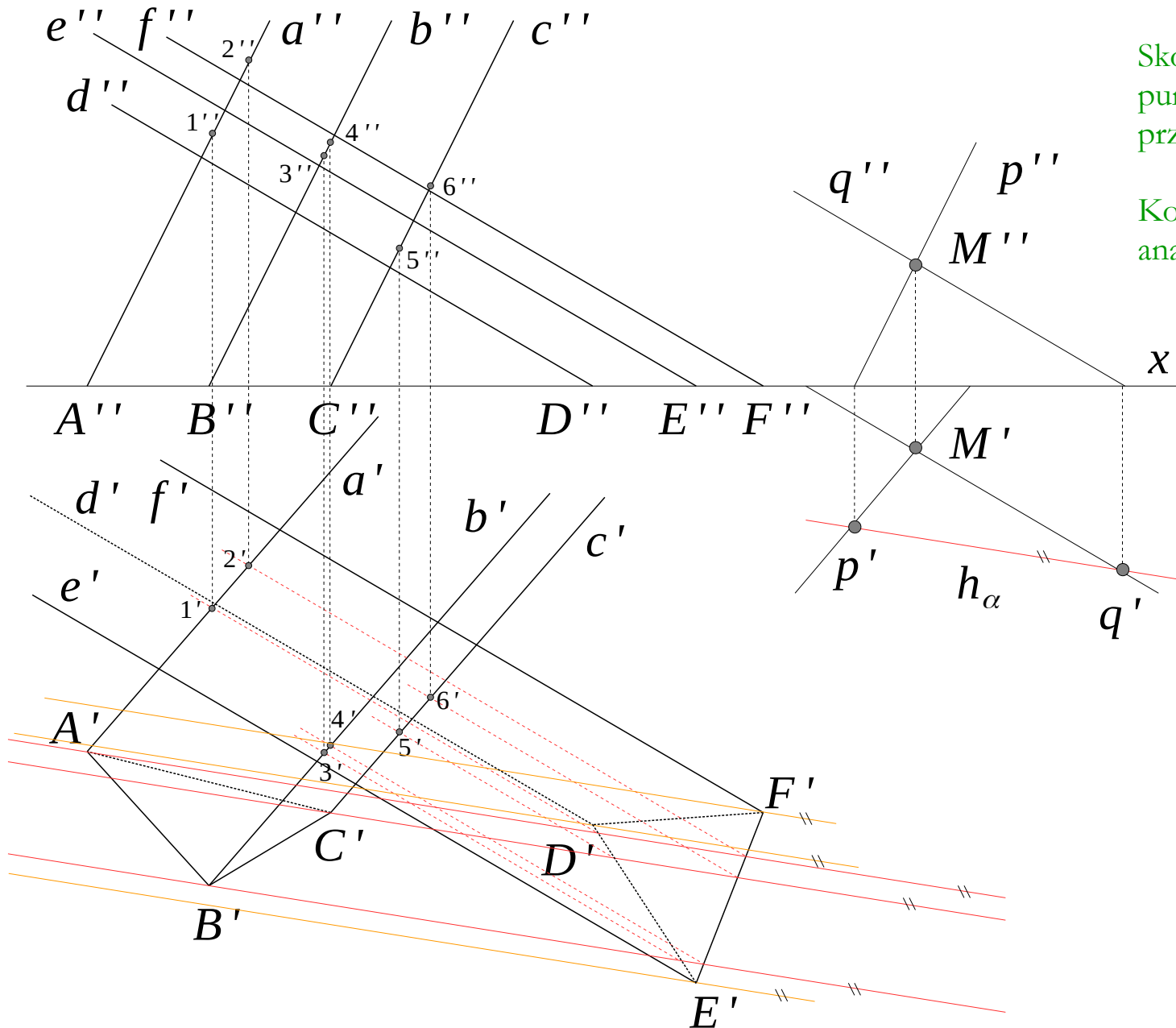
Popatrzmy na punkt 1 – leży on na krawędzi ścian ab oraz ac , co oznacza, że z tego miejsca muszą wychodzić dwie linie: jedna po ścianie ab (aż do krawędzi b – tu: sąsiedniego punktu 3) i jedna po ścianie ac (aż do krawędzi c – tu: sąsiedniego punktu 5).

x

Jak łączyć punkty na siatce?

	a	b	c	a
d		+	+	-
d	-	1	3	5
e				
f	+	2	4	6
d	-			1
				2

Przenikanie wielościanów

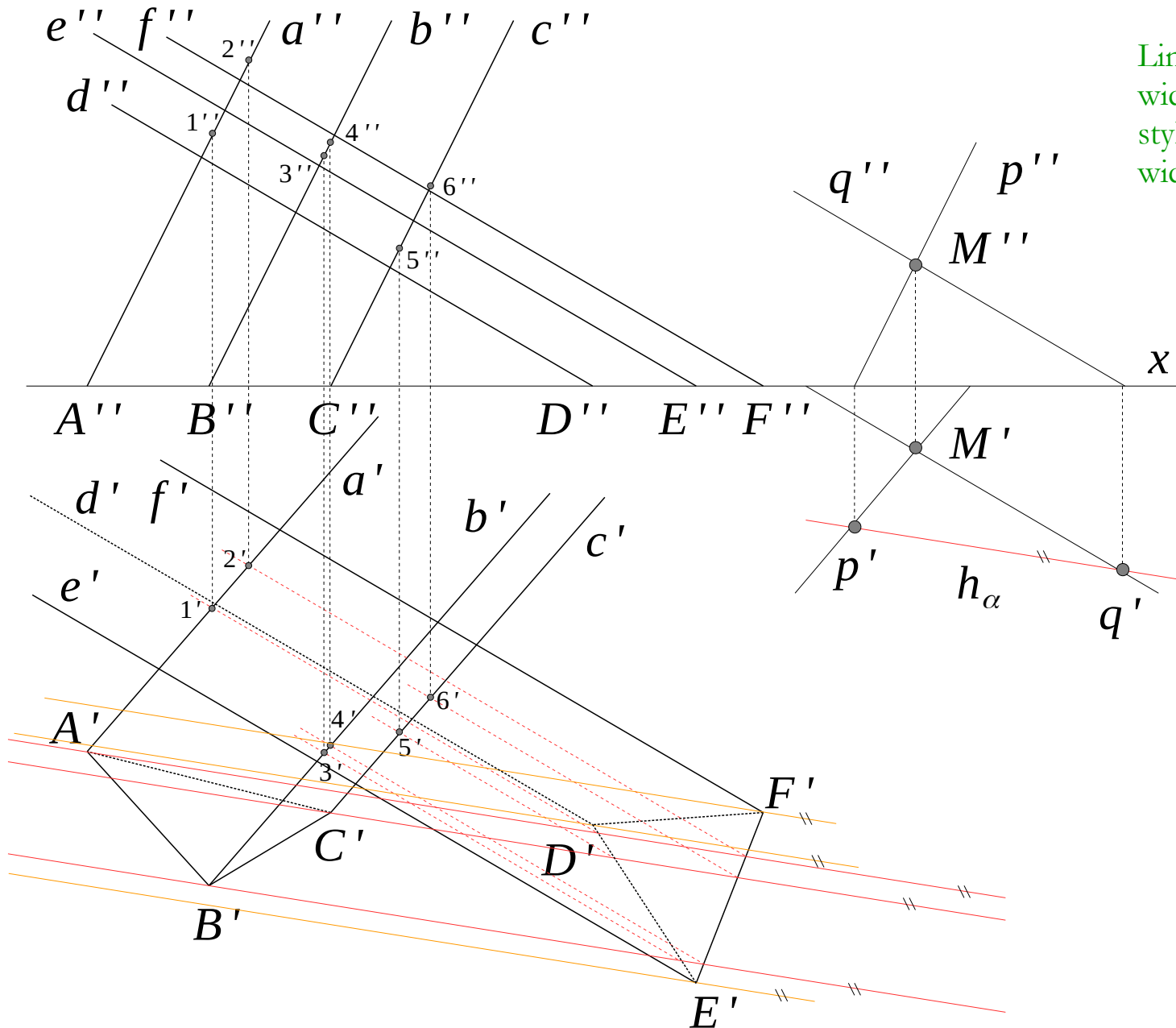


Skoro linie przecięcia dochodzą do punktów 3 i 5, to muszą później przejść na ścianę bc .

Kolejne punkty łączymy analogicznie.

	a	b	c	a
d		+	+	-
e	-	1	3	5
f	+	2	4	6
d	-			

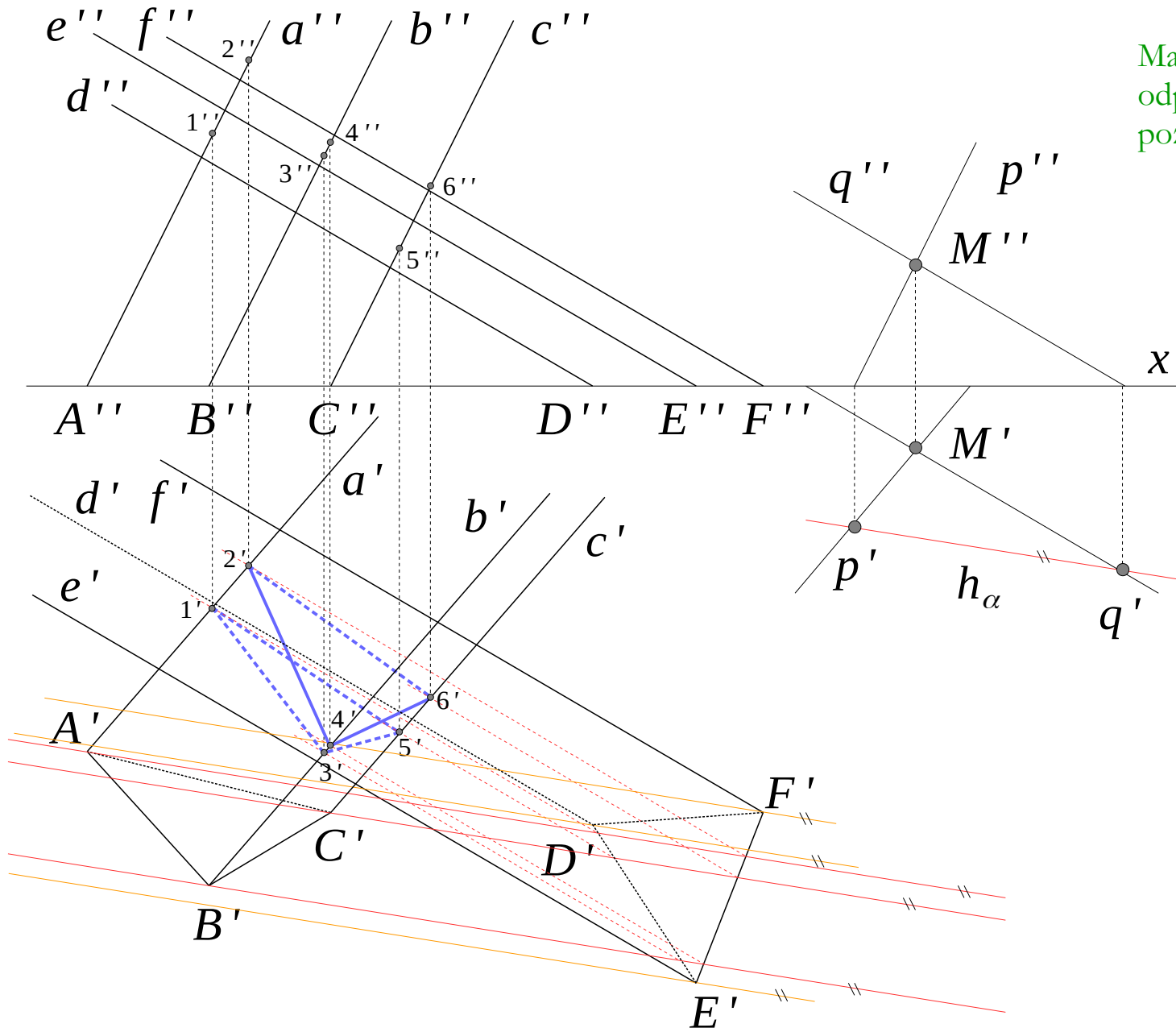
Przenikanie wielościanów



Linie wieloboku przecinania są widoczne tylko wtedy, gdy obie stykające się powierzchnie brył są widoczne!

	a	b	c	a
		+	+	-
d				
e	-	1	3	5
f	+	2	4	6
d	-			

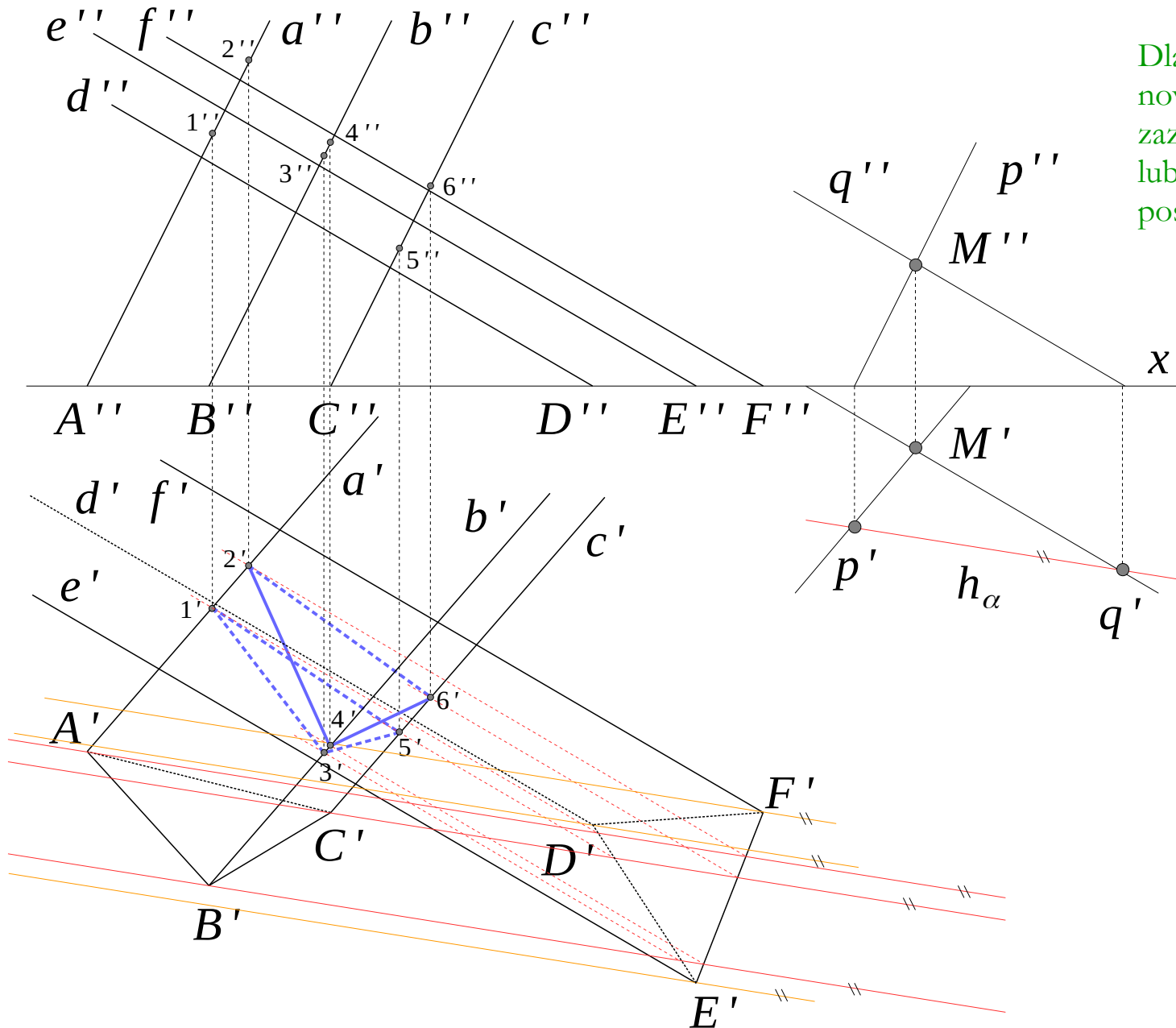
Przenikanie wielościanów



Mając siatkę nanosimy linie na odpowiednie rzuty – tu: rzuty poziome graniastosłupów.

	a	b	c	a
		+	+	-
d				
-	1	3	5	1
e				
+	2	4	6	2
f				
-				

Przenikanie wielościanów

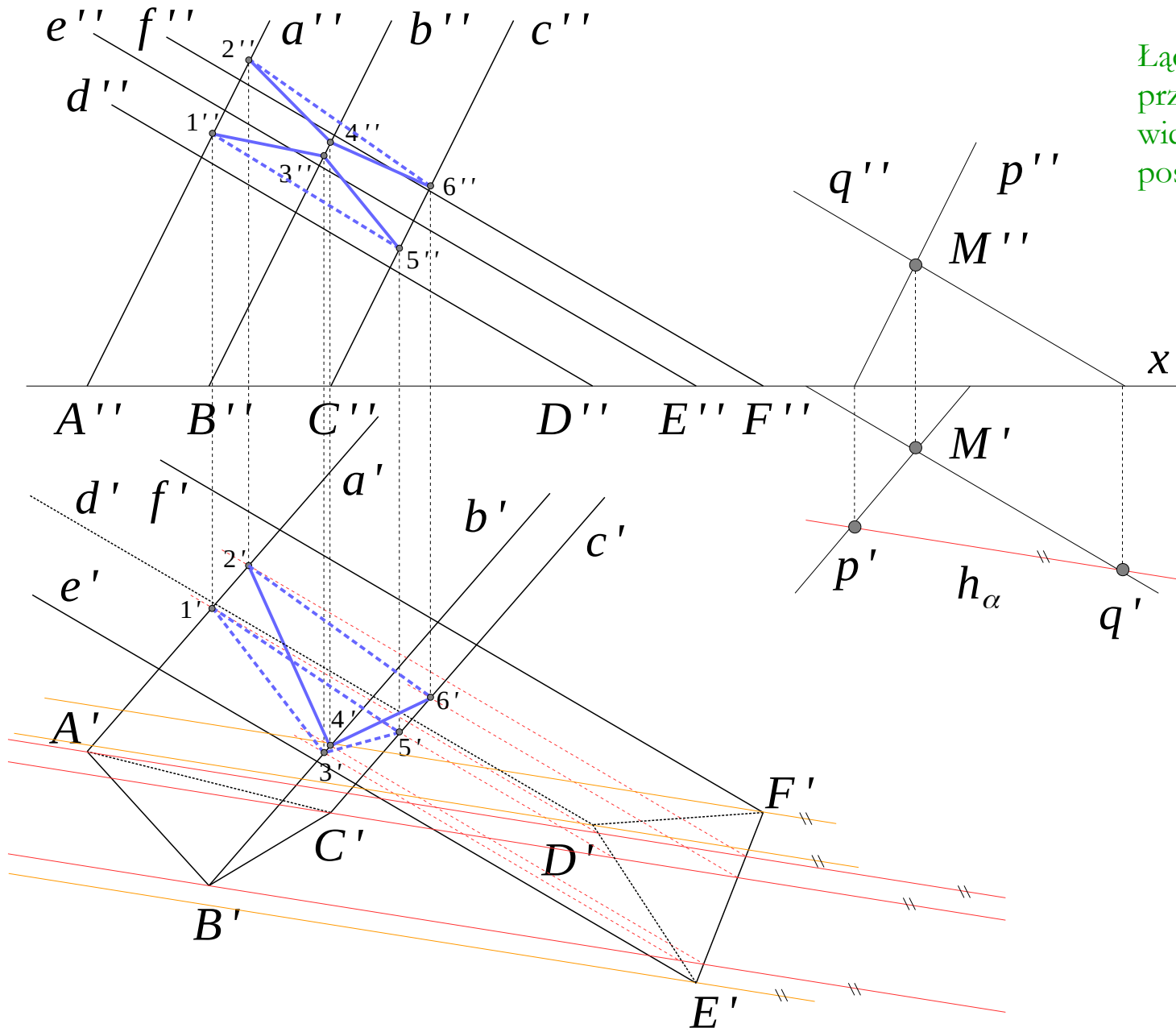


Dla drugiego rzutu tworzymy nową siatkę i od nowa zaznaczamy na niej widoczność lub niewidoczność poszczególnych linii.

Siatka dla rzutu pionowego.

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
			+	+	-
<i>d</i>	+	●	●	●	●
<i>e</i>	+	●	●	●	●
<i>f</i>	+	●	●	●	●
<i>d</i>	-				

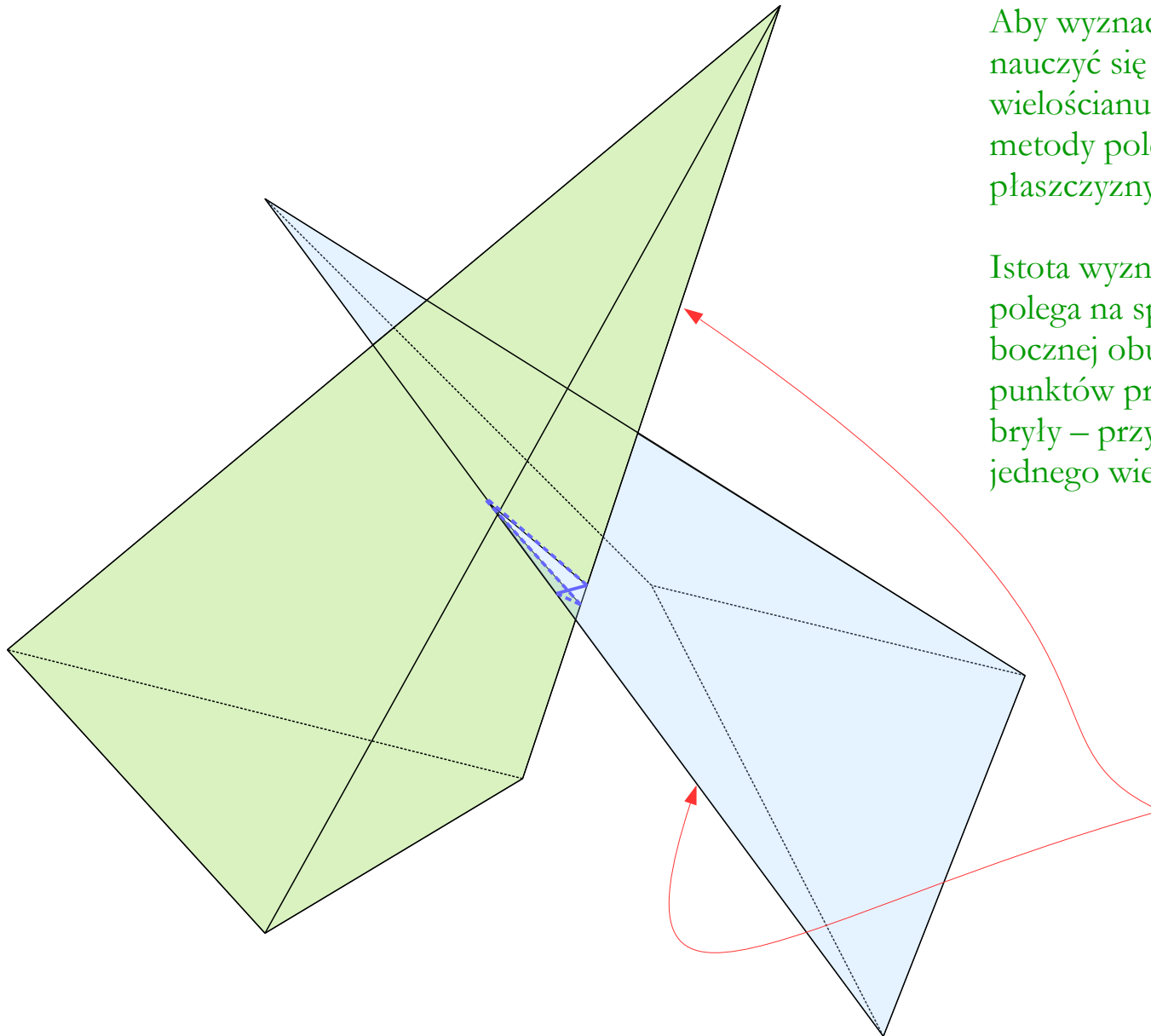
Przenikanie wielościanów



Łączymy wierzchołki wieloboku przenikania uwzględniając widoczność lub niewidoczność poszczególnych linii.

	a	b	c	a
d		+	+	-
d	+	1	3	5
e	+	2	4	6
f	-			

Przenikanie wielościanów



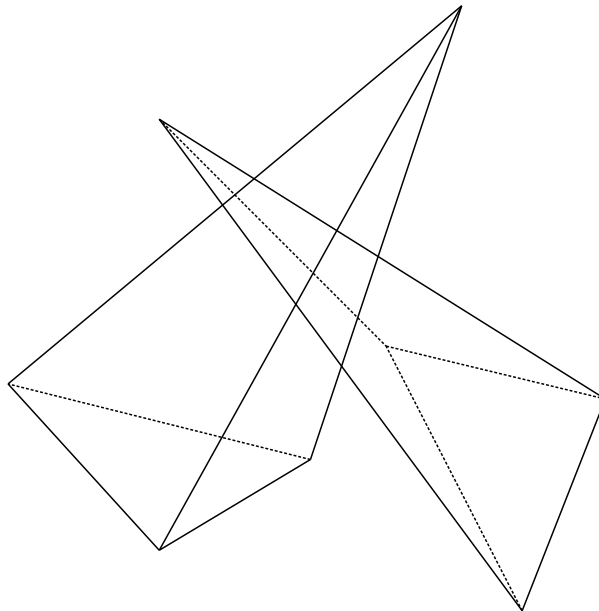
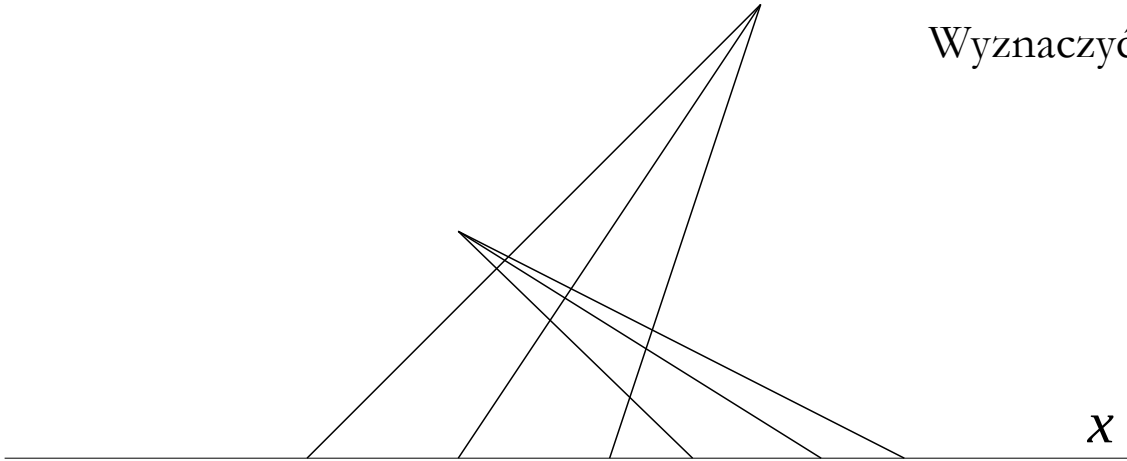
Aby wyznaczyć wielobok przenikania należy nauczyć się wyznaczania punktów przebicia wielościanu prostą. Korzysta się tu zawsze z metody polegającej na wstawieniu „specjalnej” płaszczyzny tnącej (patrz wykład 8).

Istota wyznaczania wieloboku przenikania polega na sprawdzaniu po kolei każdej krawędzi bocznej obu wielościanów i szukaniu jej punktów przebicia z powierzchniami drugiej bryły – przy czym nie zawsze jakaś krawędź jednego wielościanu przebija drugi wielościan.

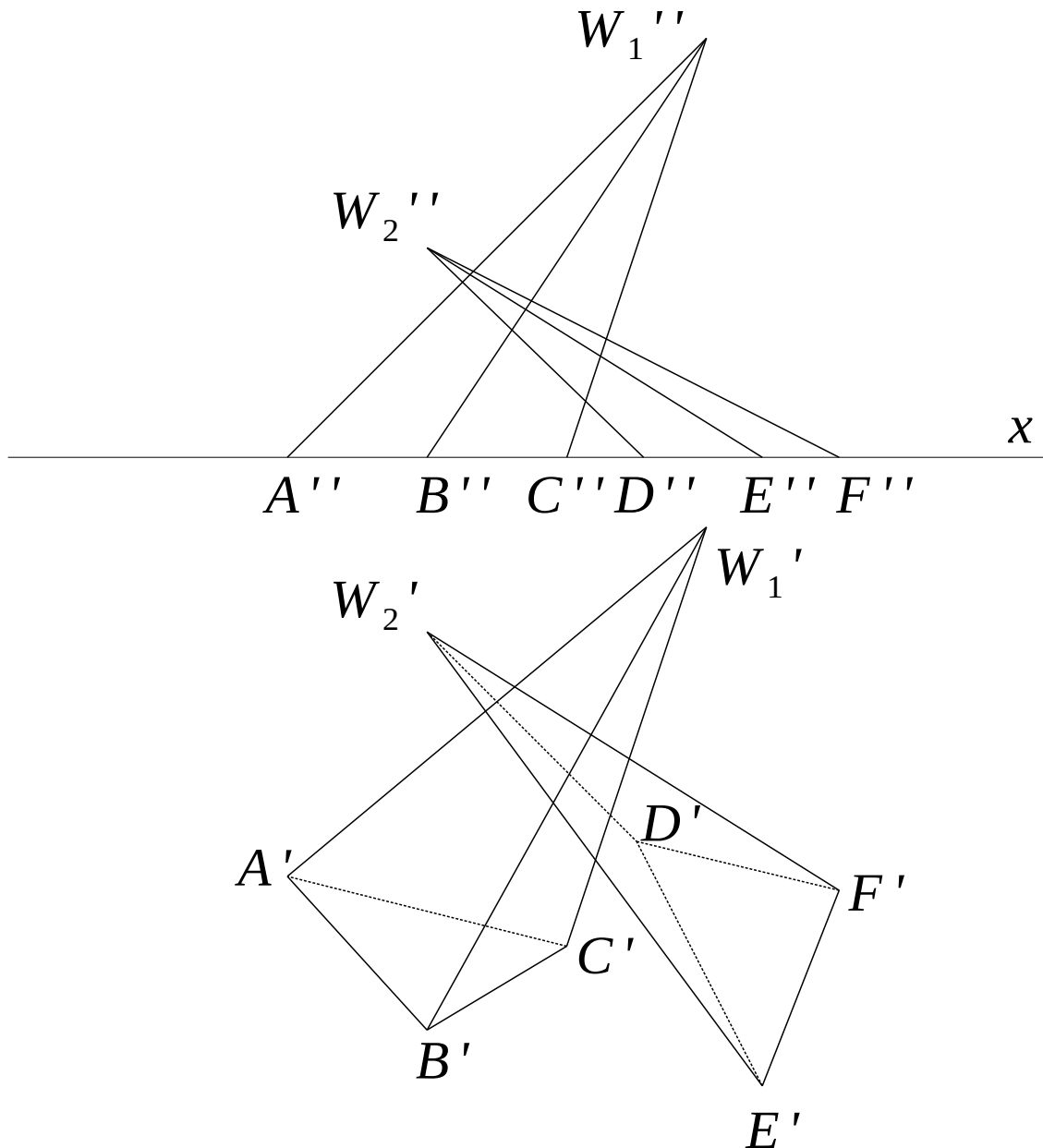
Tylko te dwie krawędzie
przebijają bok drugiej bryły.

Przenikanie wielościanów

Wyznaczyć wielobok przenikania dwóch ostrosłupów.



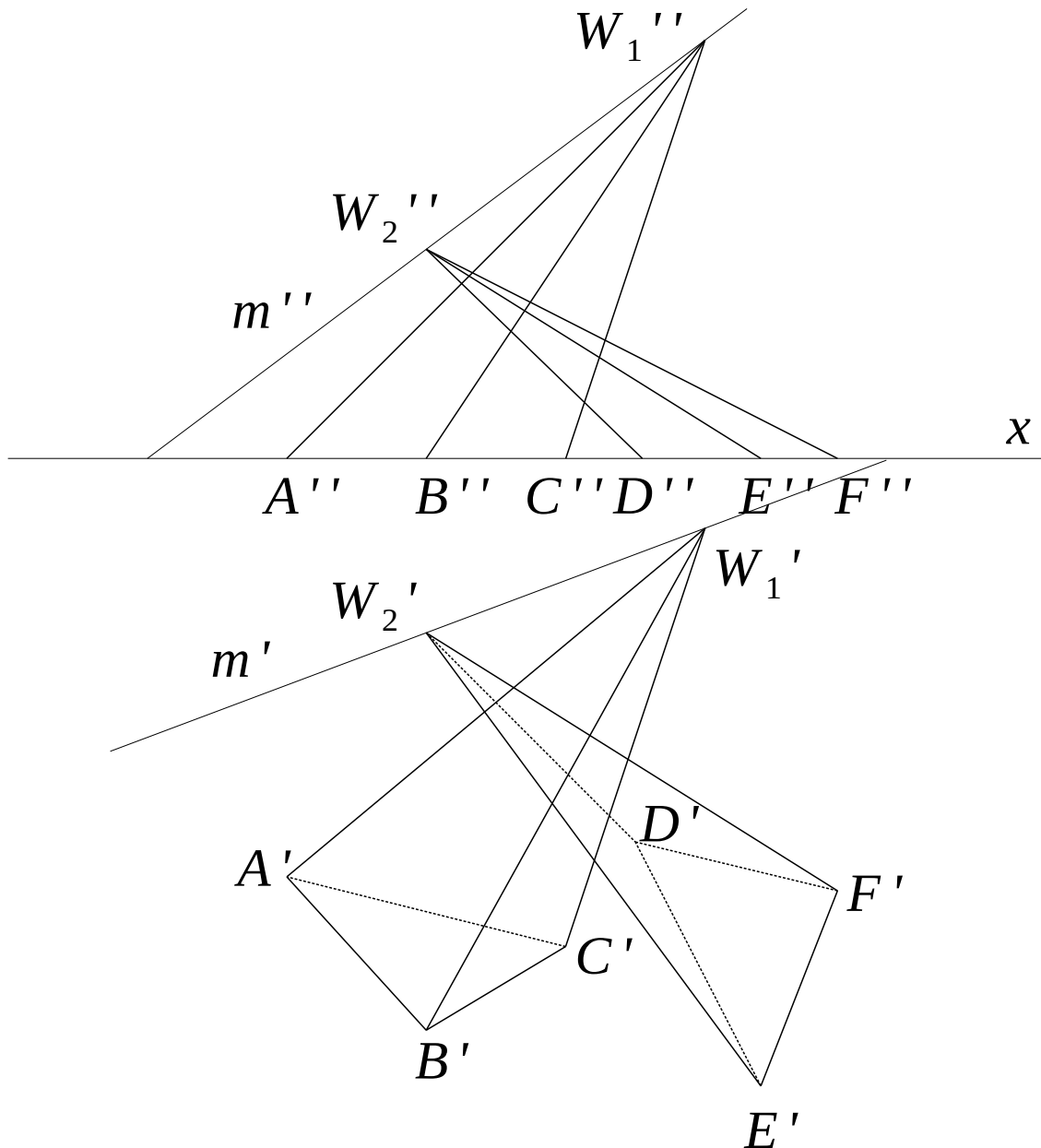
Przenikanie wielościanów



Wprowadźmy oznaczenia:

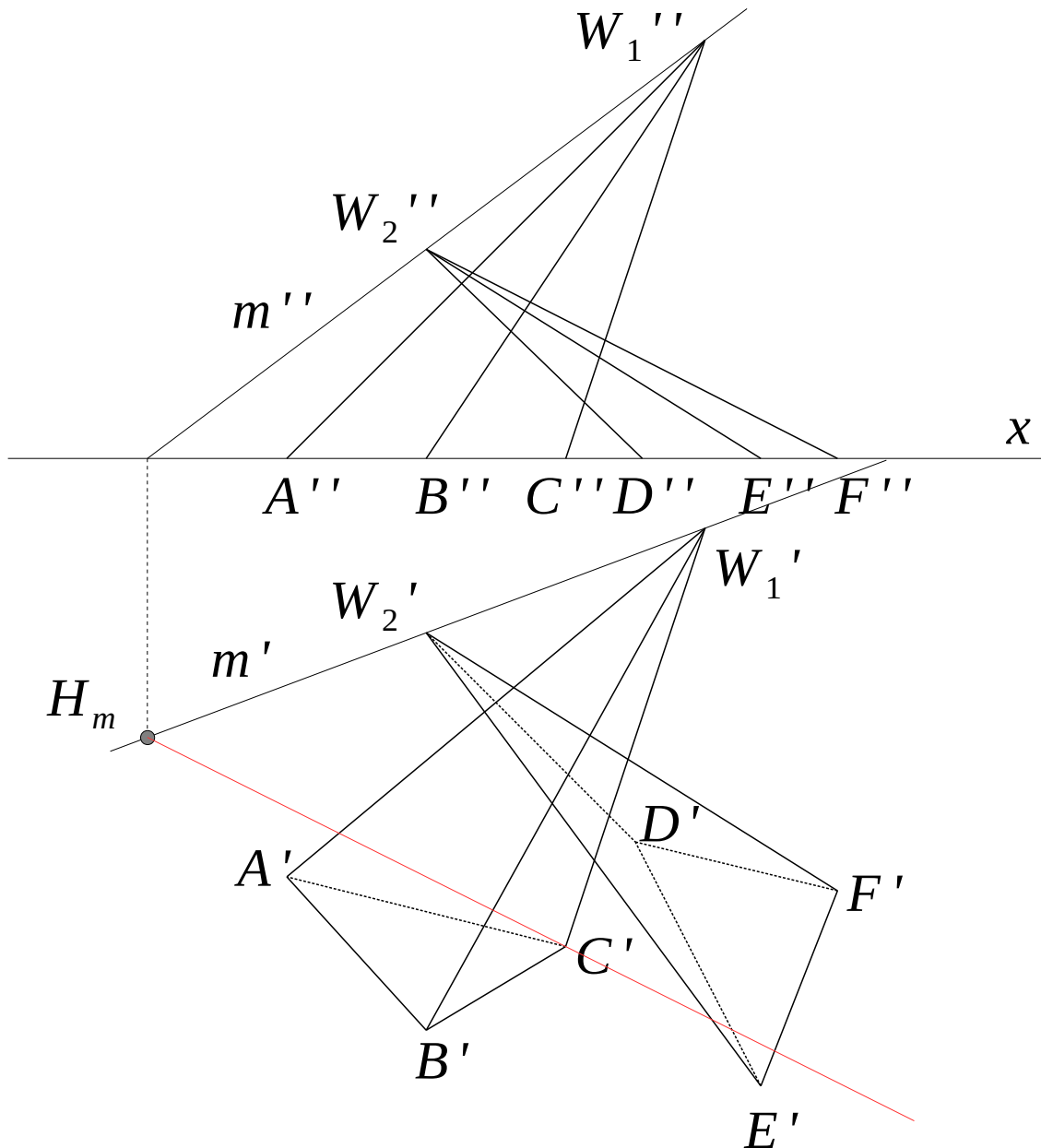
- wierzchołków podstaw leżących na rzutniach,
- wierzchołków ostrosłupów.

Przenikanie wielościanów



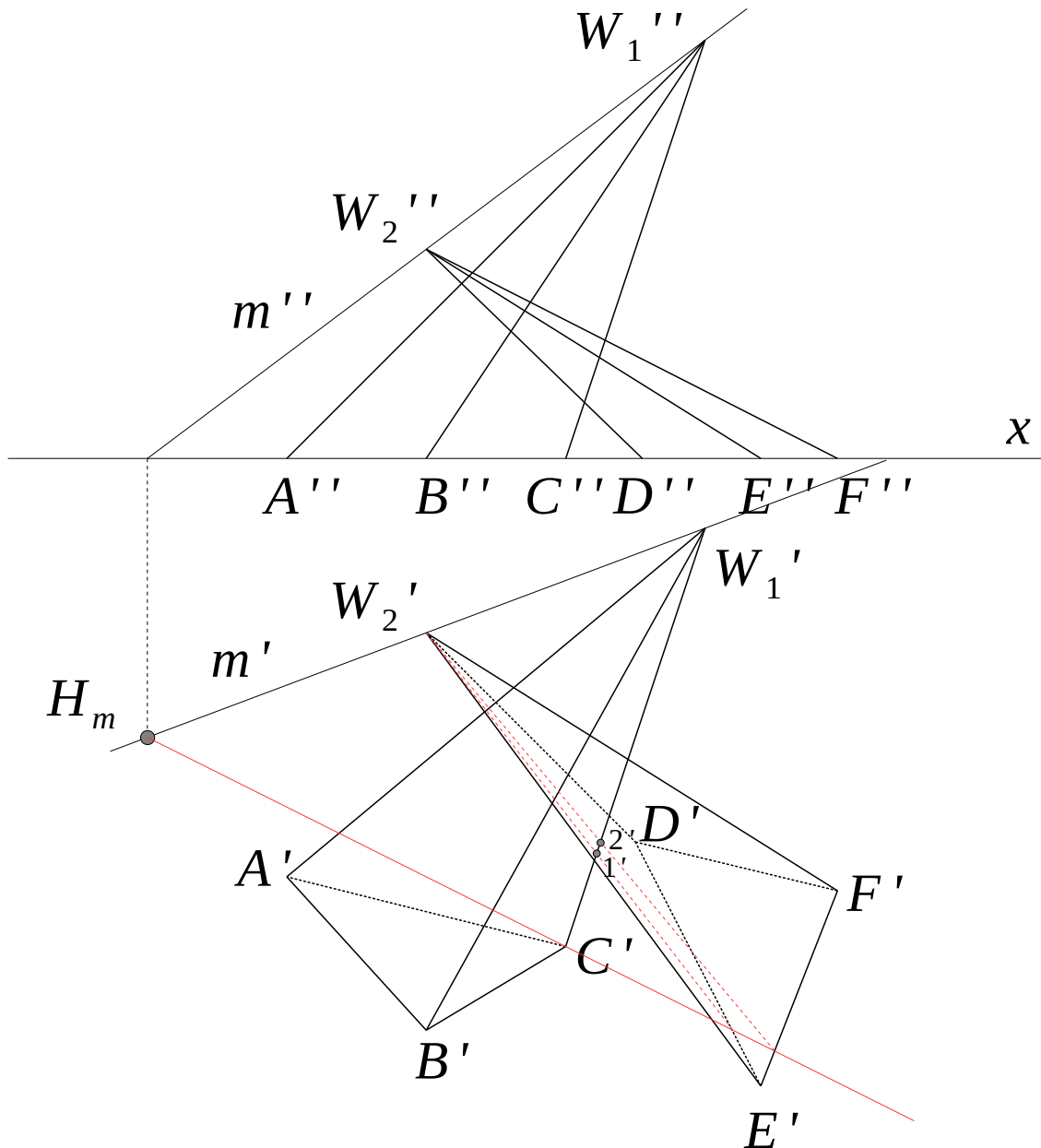
Narysujmy prostą przechodzącą przez oba wierzchołki ostrosłupów – tu: oznaczoną symbolem m .

Przenikanie wielościanów



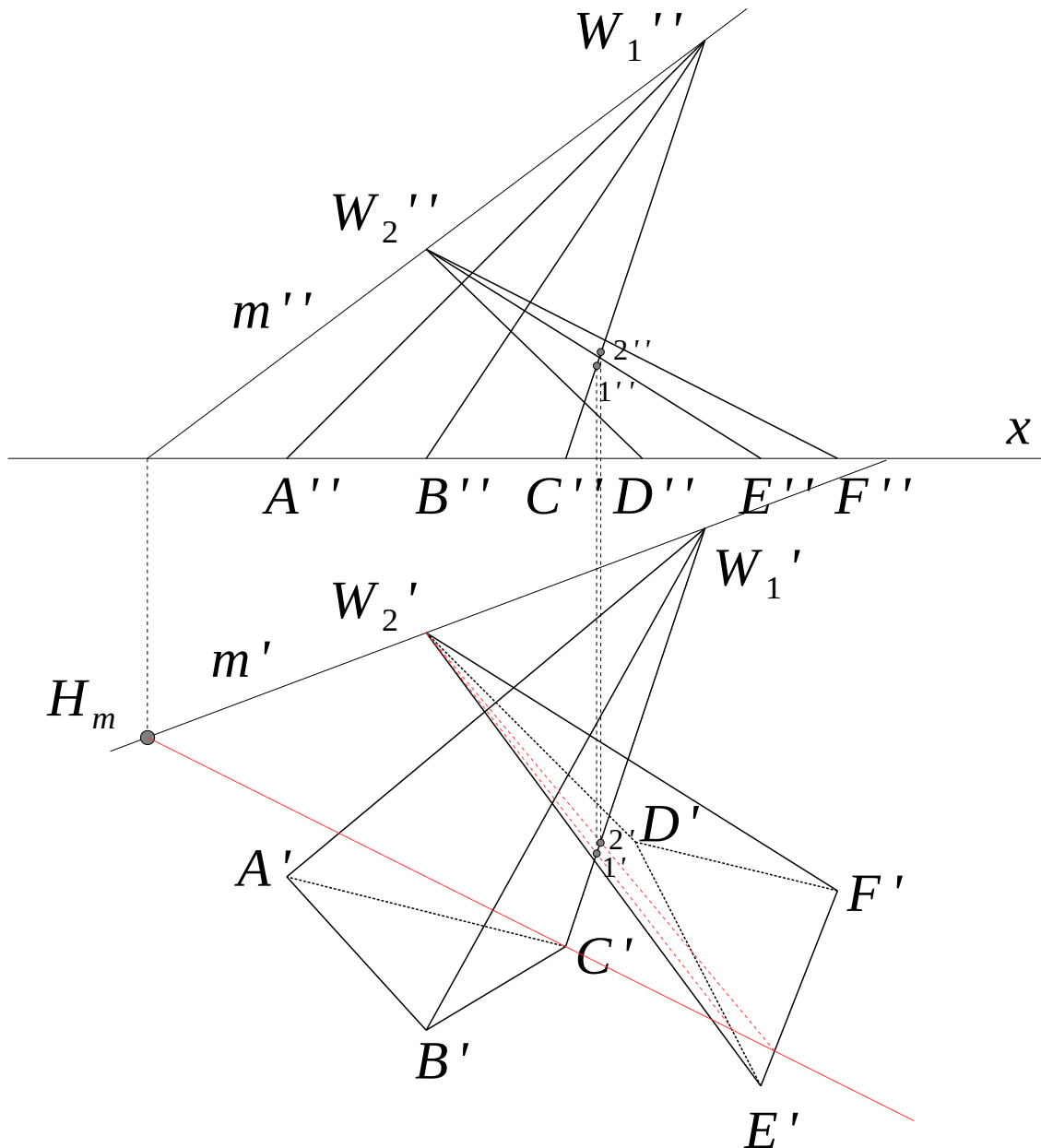
Poprowadźmy linię przez ślad wstawionej prostej oraz wierzchołki podstaw lewego ostrosłupa – okazuje się, że tylko linia przechodząca przez punkt C przecina podstawę drugiego (prawego) ostrosłupa.

Przenikanie wielościanów



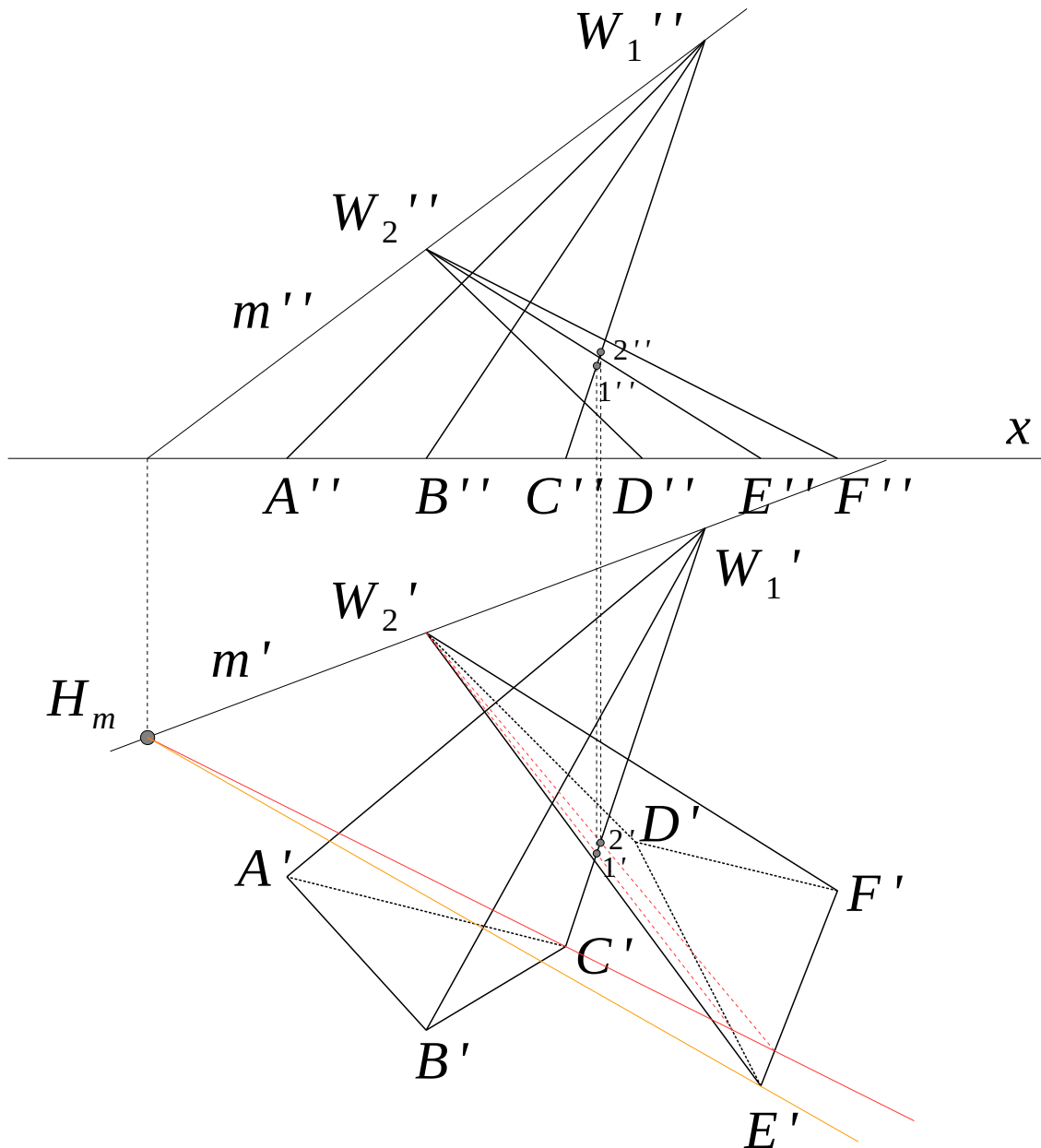
Z punktów przecięcia poprowadźmy linie pomocnicze do wierzchołka tego ostrosłupa – uzyskamy dwa wierzchołki wielokąta przenikania.

Przenikanie wielościanów



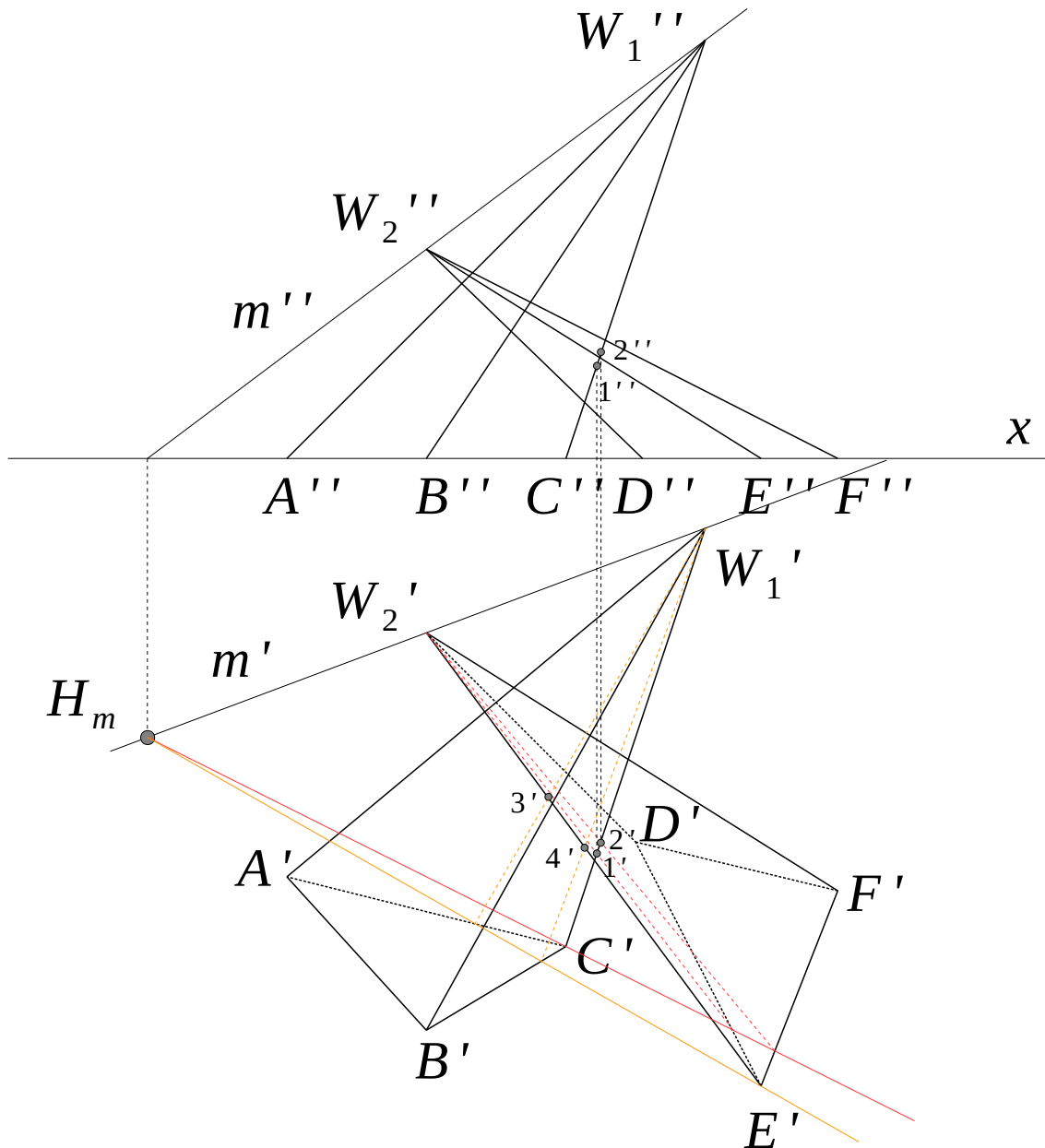
Drugie rzuty tych punktów można znaleźć wiedząc, że leżą one na krawędzi CW_1 .

Przenikanie wielościanów



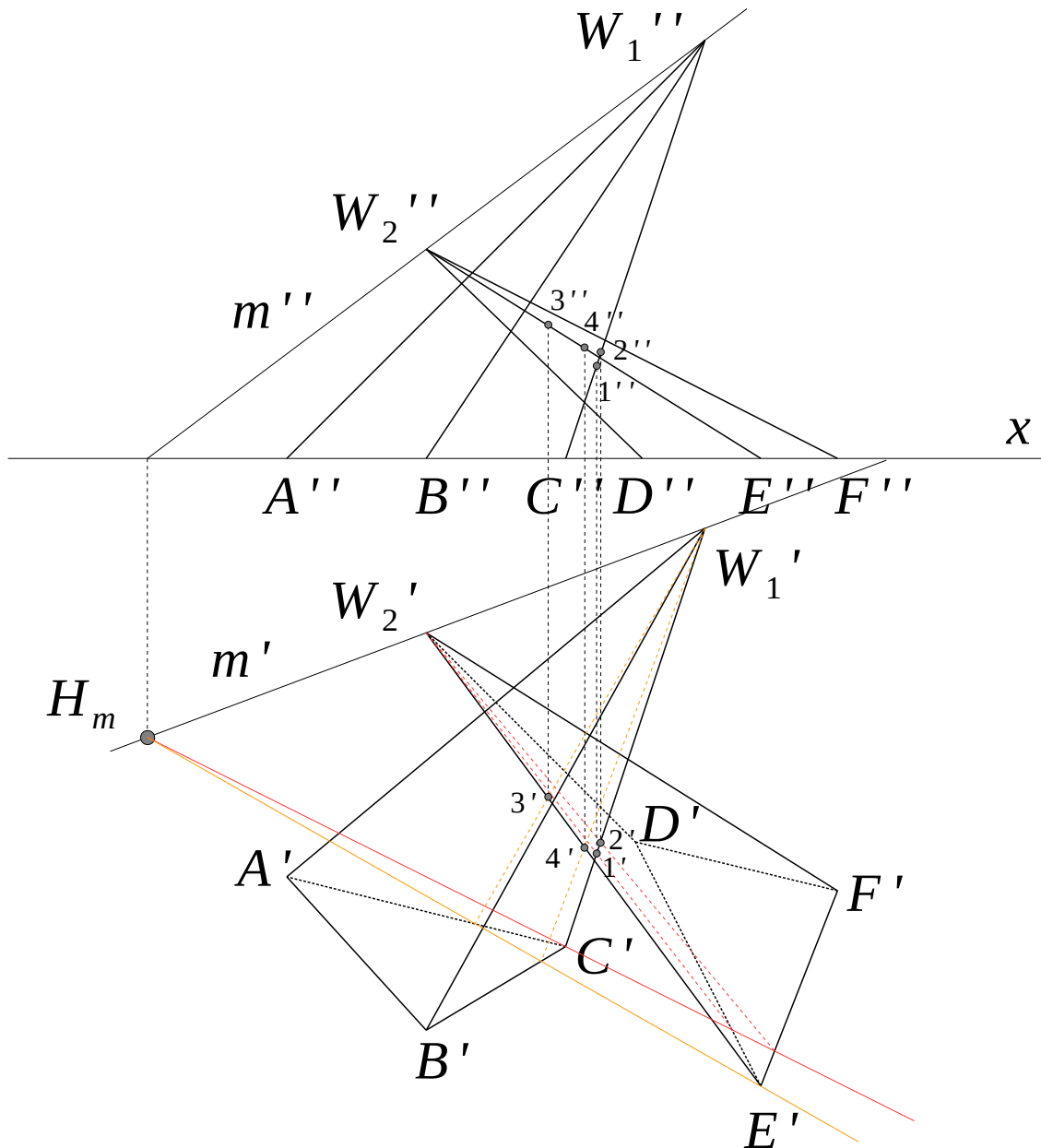
Poprowadźmy linię przez ślad wstawionej prostej oraz wierzchołki podstaw prawego ostrosłupa – okazuje się, że tylko linia przechodząca przez punkt E przecina podstawę drugiego (lewego) ostrosłupa.

Przenikanie wielościanów



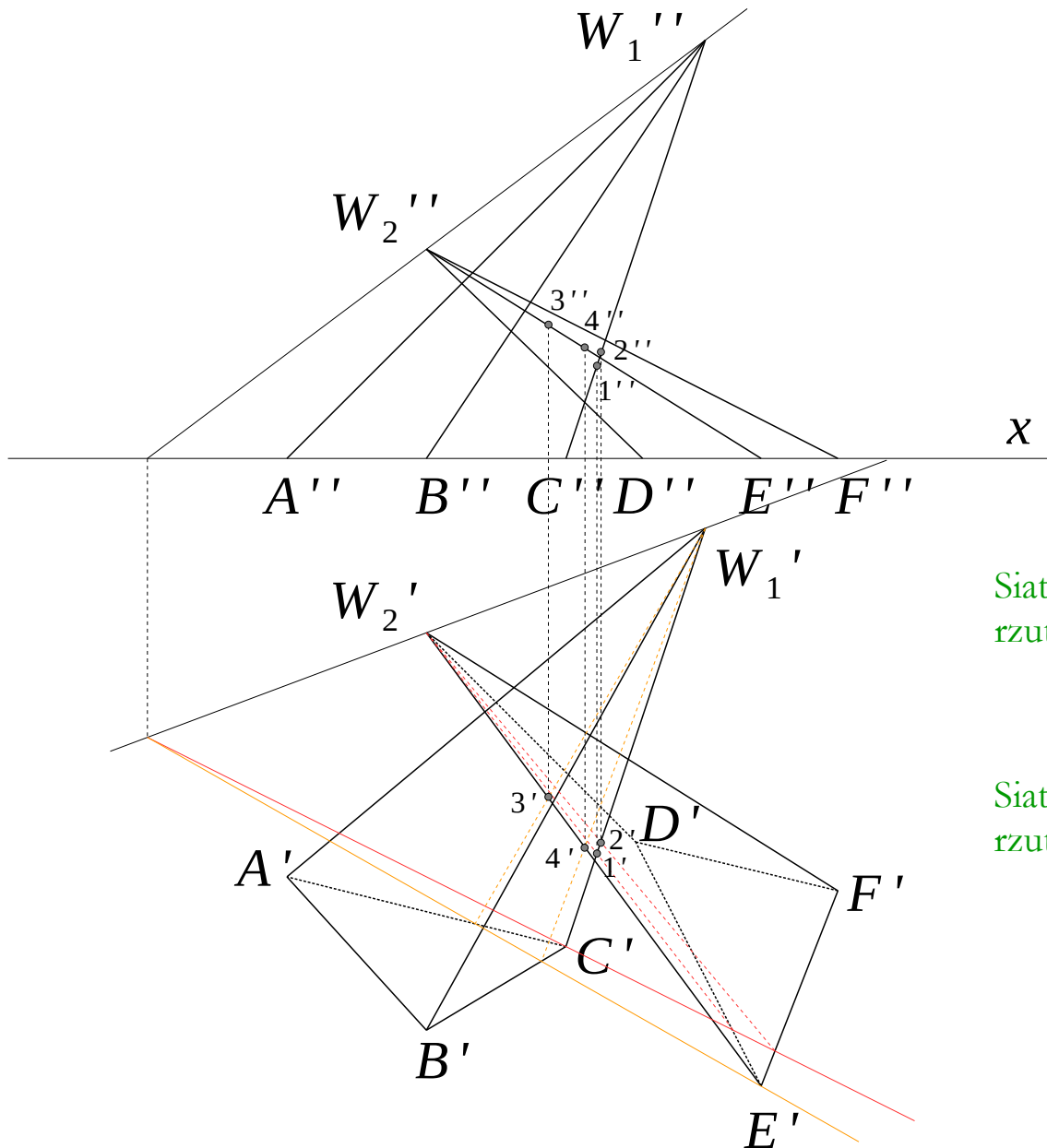
Z punktów przecięcia poprowadźmy linie pomocnicze do wierzchołka tego ostrosłupa – uzyskamy dwa kolejne wierzchołki wielokąta przenikania.

Przenikanie wielościanów



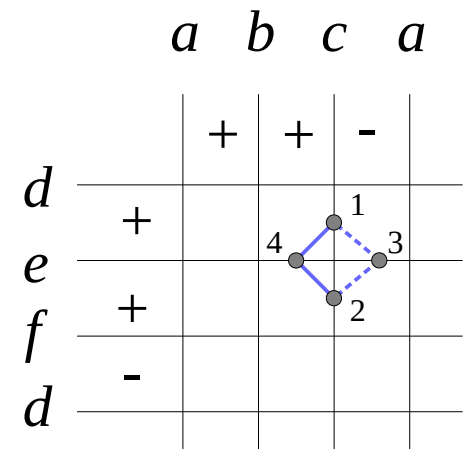
Drugie rzuty tych punktów można znaleźć wiedząc, że leżą one na krawędzi EW_2 .

Przenikanie wielościanów

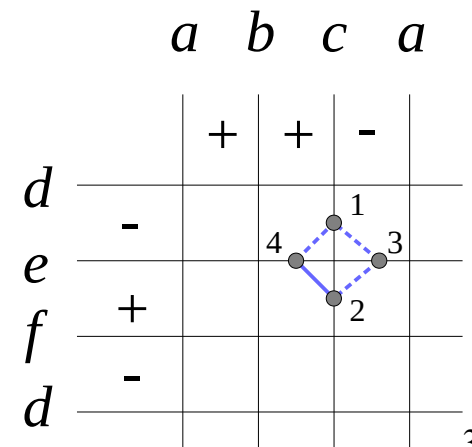


Wykonajmy siatki dla obu rzutów.

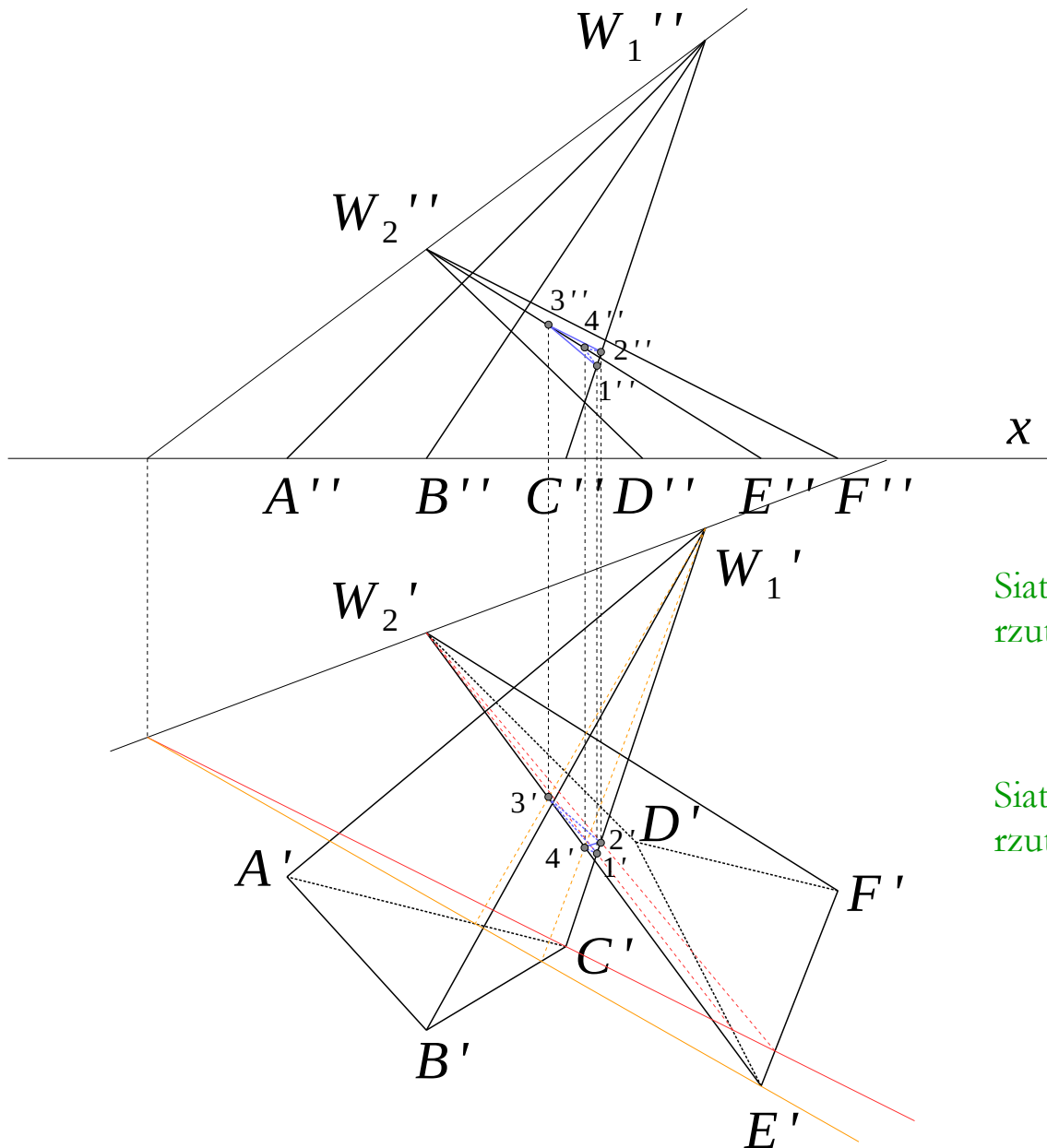
Siatka dla rzutu pionowego.



Siatka dla rzutu poziomego.

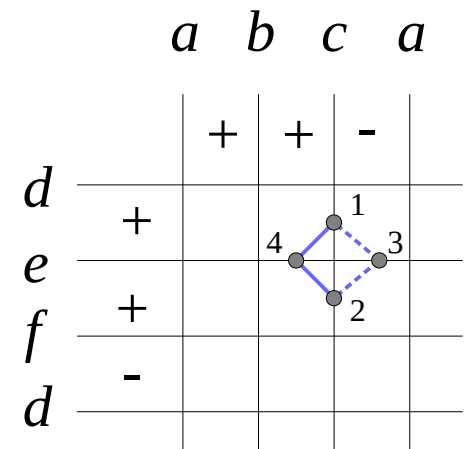


Przenikanie wielościanów

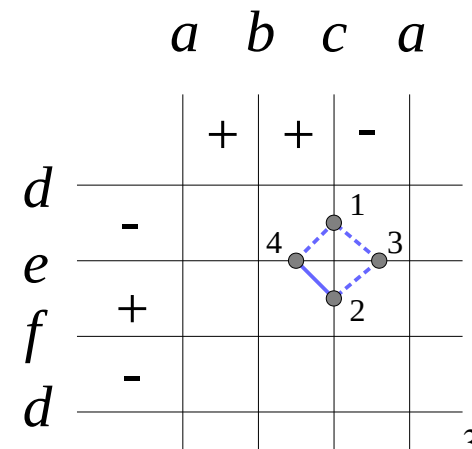


Zaznaczmy linie wieloboku przenikania na rzutach.

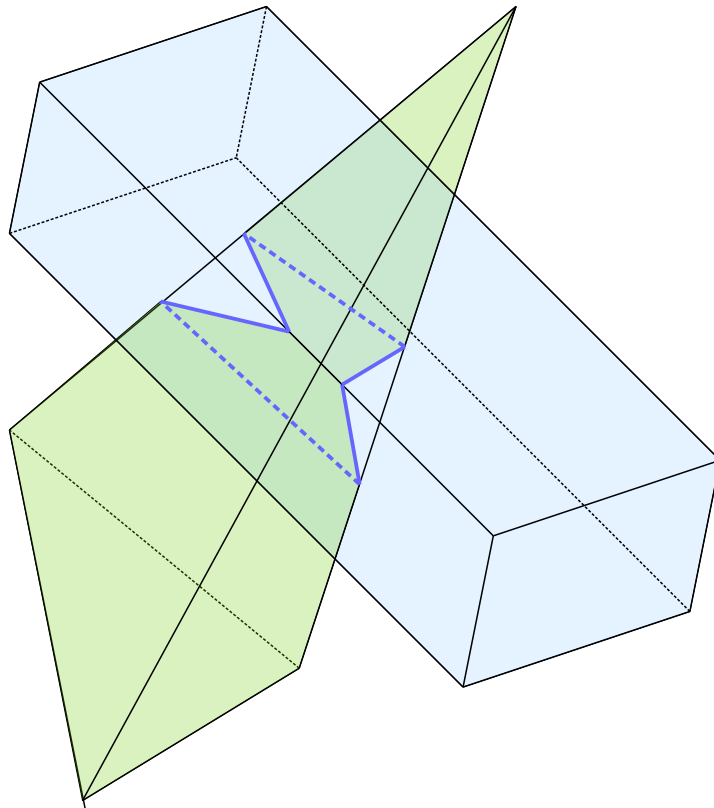
Siatka dla rzutu pionowego.



Siatka dla rzutu poziomego.



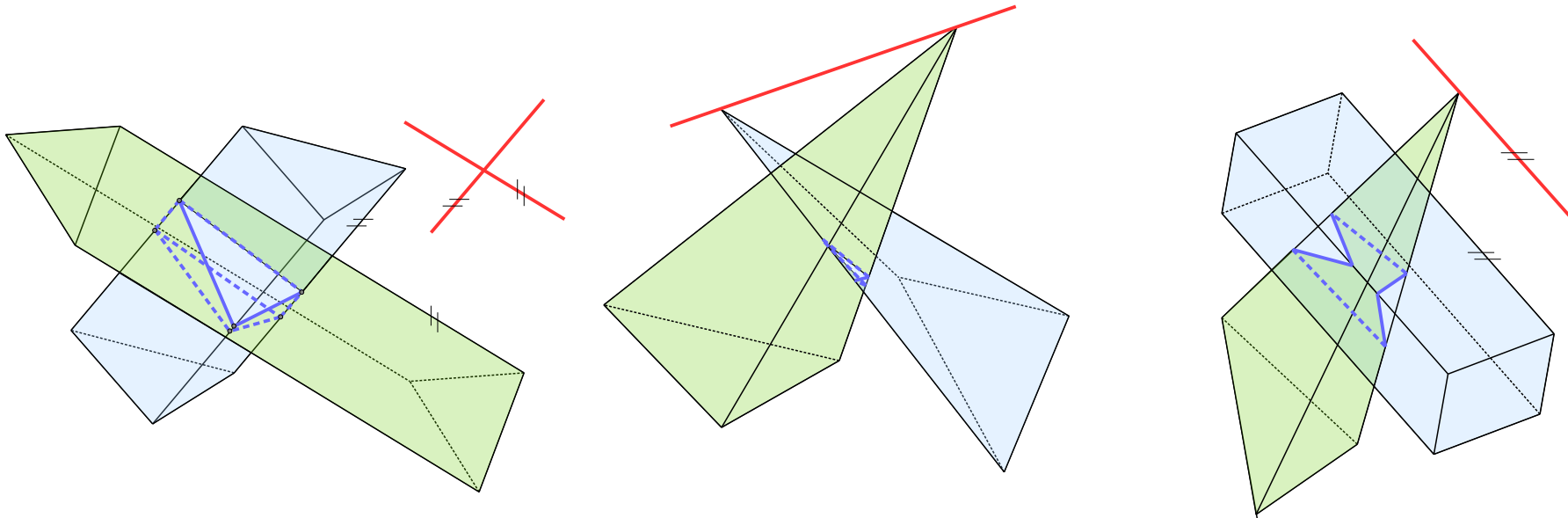
Przenikanie wielościanów



Aby wyznaczyć wielobok przenikania należy nauczyć się wyznaczania punktów przebicia wielościanu prostą. Korzysta się tu zawsze z metody polegającej na wstawieniu „specjalnej” płaszczyzny tnącej (patrz wykład 8).

Istota wyznaczania wieloboku przenikania polega na sprawdzaniu po kolei każdej krawędzi bocznej obu wielościanów i szukaniu jej punktów przebicia z powierzchniami drugiej bryły – przy czym nie zawsze jakaś krawędź jednego wielościanu przebije drugi wielościan.

Podsumowanie



Ogólna koncepcja jest taka sama, ale:

- W przypadku dwóch graniastosłupów płaszczyzna kierunkowa powstaje z dwóch prostych przecinających się, z których każda jest równoległa do krawędzi bocznych jednego graniastosłupa.
- W przypadku dwóch ostrosłupów płaszczyzny tnące powstają na bazie odpowiedniego śladu prostej łączącej oba wierzchołki ostrosłupów.
- W przypadku graniastosłupa i ostrosłupa płaszczyzny tnące powstają na bazie odpowiedniego śladu prostej przechodzącej przez wierzchołek ostrosłupa i równoległej do krawędzi bocznych graniastosłupa.

Projekt domowy

Projekt domowy:

Wyznaczyć wielobok przenikania dwóch brył – szczegóły wg tabeli.

Podstawy na rzutni poziomej					Podstawy na rzutni pionowej				
	O▲	O■	G▲	G■		O▲	O■	G▲	G■
O▲	1	2	3	4	O▲	17	18	19	20
O■	5	6	7	8	O■	21	22	23	24
G▲	9	10	11	12	G▲	25	26	27	28
G■	13	14	15	16	G■	29	30	31	32

O – ostrosłup

G – graniastosłup

▲ – podstawa w kształcie trójkąta

■ – podstawa w kształcie czworokąta

Podsumowanie

Zagadnienia:

Przenikanie wielościanów: dwóch graniastosłupów, dwóch ostrosłupów, graniastosłupa i ostrosłupa.

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



Dziękuję za uwagę

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2021