

Wydział Nauk Technicznych

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)

MECHANIKA PŁYNÓW

Podstawy teorii maszyn przepływowych

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2013-2015

Podział maszyn

Maszyna – urządzenie techniczne służące do konwersji różnych rodzajów energii lub wykonujące pracę (najczęściej mechaniczną, przez ruch swoich części).

Podział maszyn:

- maszyny robocze:
 - maszyny technologiczne
 - maszyny transportowe
- maszyny energetyczne:
 - silniki
 - konwertery energii



Podział maszyn

Maszyna robocza – maszyna pobierająca energię mechaniczną z maszyn napędowych (silników) i wykonująca pracę.

- **Maszyna technologiczna** – maszyna służąca do wykonywania operacji związanych ze zmianą kształtu i wymiarów wykonywanych przedmiotów oraz ze zmianą własności fizycznych i stanów obrabianych materiałów i przedmiotów, np. obrabiarki do metali, walcarki, młoty, maszyny rolnicze, maszyny budowlane, maszyny górnicze.
- **Maszyna transportowa** – maszyna służąca do zmiany położenia ciał stałych, cieczy i gazów, np. dźwignice, przenośniki, samochody, samoloty, pociągi, statki, wentylatory, dmuchawy, pompy.

Podział maszyn

Maszyna energetyczna – maszyna konwertująca różne formy energii.

- **Silnik** – maszyna służąca do zamiany różnych rodzajów energii na energię mechaniczną. Rozróżnia się między innymi silniki elektryczne, spalinowe, parowe, wodne, hydrauliczne, pneumatyczne oraz wiatrowe.
- **Konwerter energii** – maszyna przetwarzająca energię czynnika w celu jej powiększenia. Przykładami konwerterów energii są pompy, sprężarki, dyfuzory oraz konfuzory.

Maszyny przepływowe

Maszyny do płynów dzielą się na:

- **maszyny przepływowe** (prędkościowe) – maszyny, w których odbywa się ciągły przepływ czynnika roboczego (płynu) i ciągłe przekazywanie energii od lub do czynnika. Maszyny przepływowe dzielą się na maszyny wirnikowe (łopatkowe) oraz strumienice.
- **maszyny wyporowe** (objętościowe) – maszyny, w których zamknięta, niezmienna „porcja” substancji zmienia objętość w wyniku przemian termodynamicznych.

Zależnie od sytuacji, maszyna przepływowa może być silnikiem (np. silnik hydrauliczny lub pneumatyczny), konwerterem energii (np. turbina wodna, parowa lub gazowa), maszyną transportującą (np. pompa lub wentylator) lub też maszyną technologiczną (np. maszyna do cięcia woda).

Maszyny przepływowe

Zalety i wady maszyn przepływowych:

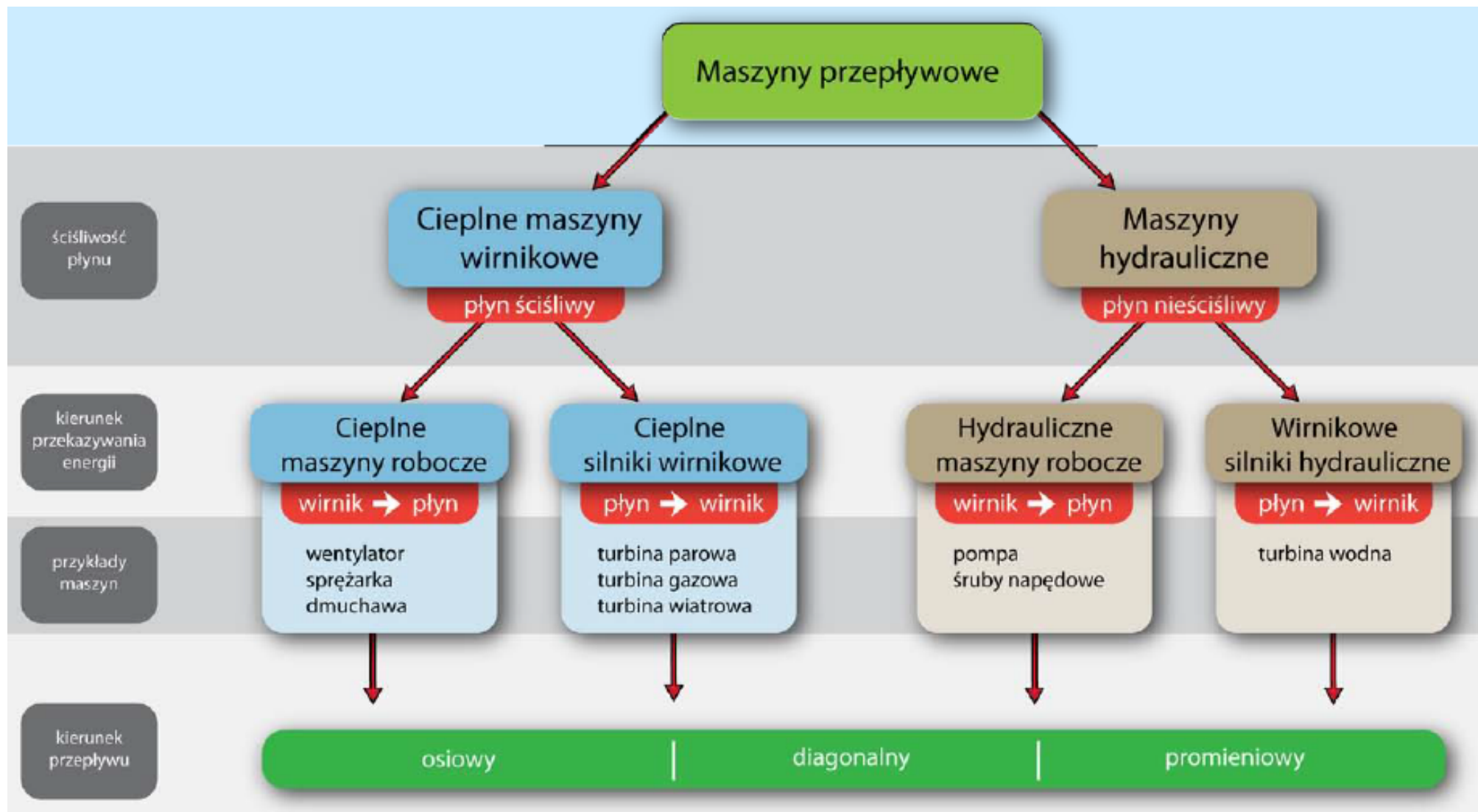
- duża wydajność, małe przyrosty ciśnienia
- małe gabaryty
- równomierność ruchu przy ustalonych warunkach pracy
- duża pewność ruchu dzięki małej ilości elementów ruchomych
- wrażliwość na zawartość gazu w cieczy
- brak zdolności samozasysania w maszynach krętych
- zdolność dostosowania się do zmiennych warunków pracy

Maszyny przepływowe

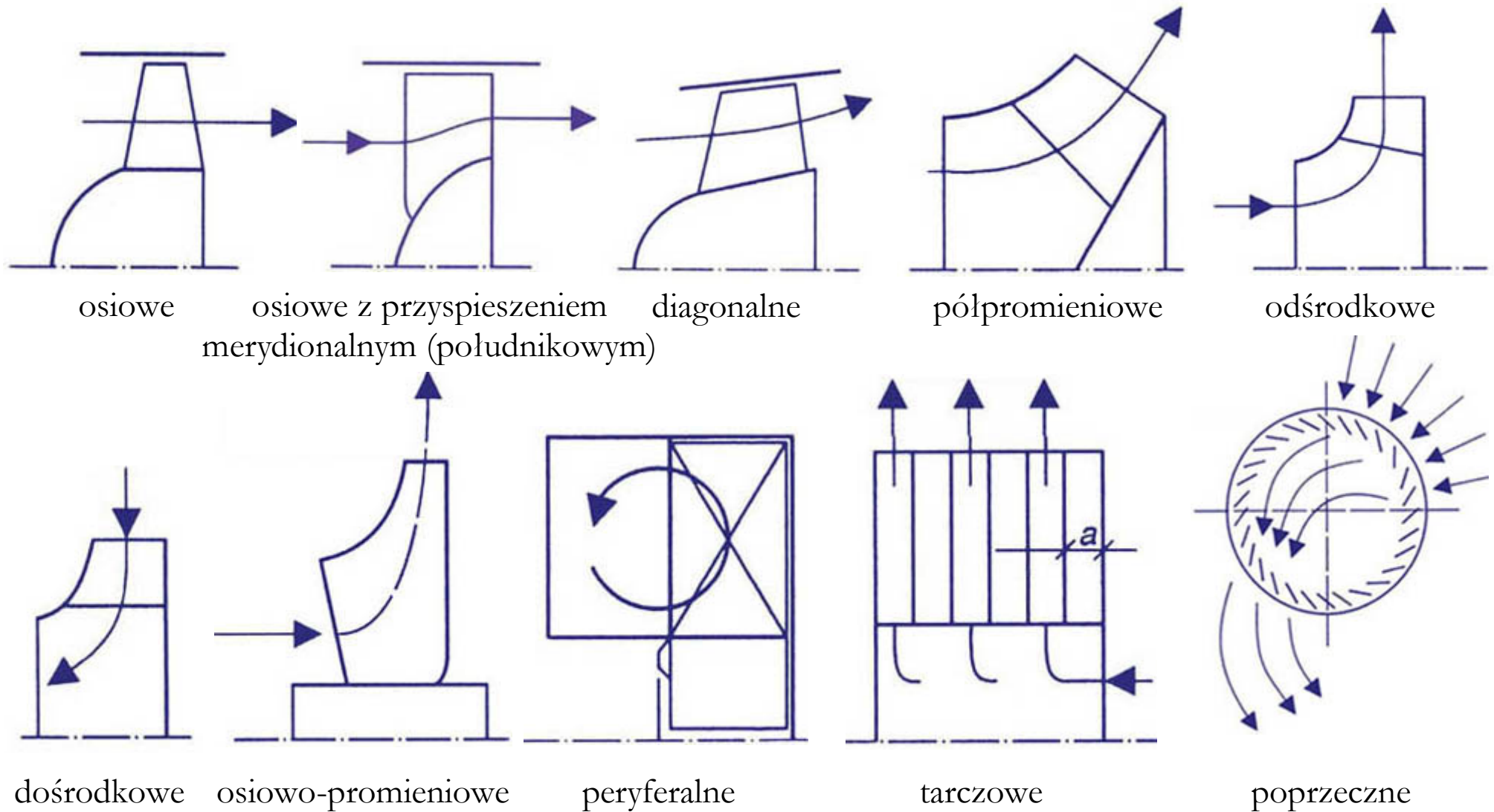
Zalety i wady maszyn wyporowych:

- bardzo duże przyrosty ciśnień i wysokości podnoszenia
- mała wydajność
- niezmiennie parametry pracy przy zmiennym obciążeniu oporami sieci
- wysoka sprawność maszyn wirnikowych
- zdolność samozasysania
- mała wrażliwość na gazy zawarte w pompowanej cieczy
- nierównomierność parametrów pracy zwłaszcza w maszynach o ruchu posuwisto-zwrotnym
- mała niezawodność (zawodność)
- duży wpływ jakości wykonania części składowych na sprawność

Maszyny przepływowe



Kierunki przepływu w przez wirnik



Entalpia

Entalpia – suma energii wewnętrznej (termicznej) i pracy wtłoczenia.

$$H = U + p \cdot V$$

Entalpia całkowita H $[J]$

Entalpia właściwa $h = \frac{H}{m}$ $\left[\frac{J}{kg} \right]$

$$h = u + p \cdot v$$



butle nurkowe

Energia strugi

Energia strugi – energia poruszającej się masy płynu, będąca sumą entalpii i energii mechanicznej strugi, odniesioną do czasu.

$$\begin{array}{l}
 E_r = H + E_k + E_p \\
 E_r = m \cdot h + \frac{m \cdot c^2}{2} + m \cdot g \cdot z \\
 E_r = m \cdot \left(h + \frac{c^2}{2} + g \cdot z \right) \quad [J] \quad / : t \\
 \boxed{\dot{E}_r = \dot{m} \cdot \left(h + \frac{c^2}{2} + g \cdot z \right)} \quad \left[\frac{J}{s} \right] = [W]
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 H = m \cdot h \\
 E_k = \frac{m \cdot c^2}{2} \\
 E_p = m \cdot g \cdot z
 \end{array} \right.
 \left\{ \begin{array}{l}
 \dot{m} \text{ - strumień masy} \quad \left[\frac{kg}{s} \right] \\
 \dot{E}_r \text{ - energia strugi} \quad [W]
 \end{array} \right.$$

Energia strugi a równanie Bernoulliego

$$\dot{E}_r = \dot{m} \cdot \left(h + \frac{c^2}{2} + g \cdot z \right) \quad \longleftarrow \quad h = u + p \cdot v$$

$$\dot{E}_r = \dot{m} \cdot u + \dot{m} \cdot p \cdot v + \frac{\dot{m} \cdot c^2}{2} + \dot{m} \cdot g \cdot z$$

$$\dot{E}_r = \dot{m} \cdot g \cdot \left(\frac{u}{g} + \frac{p \cdot v}{g} + \frac{c^2}{2 \cdot g} + z \right)$$

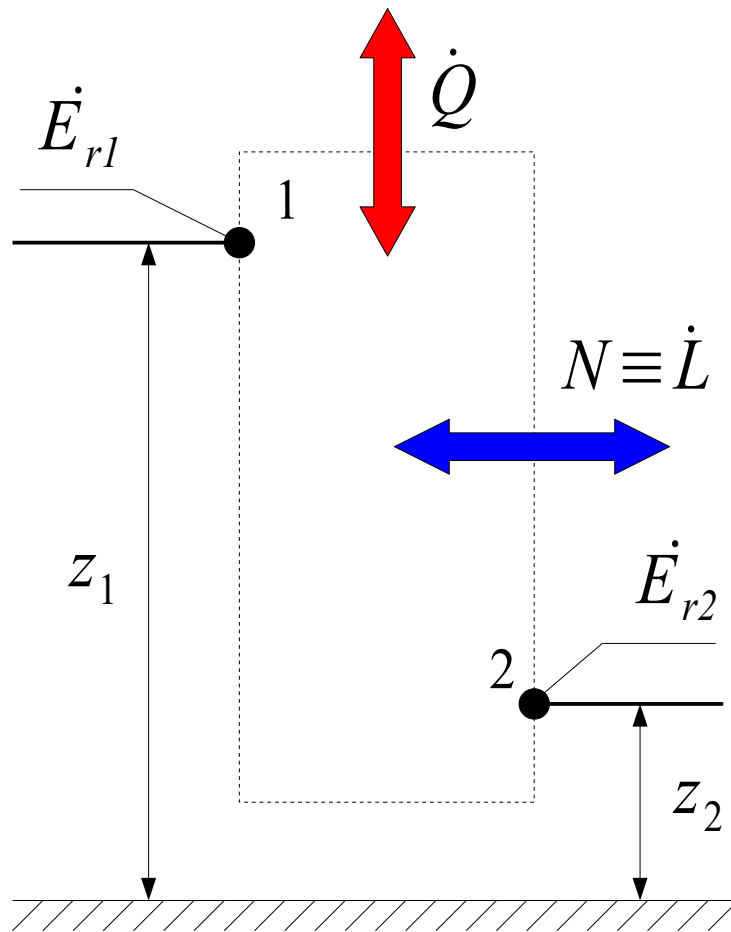
$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{1}{\rho} \\ \rho \cdot g = \gamma \end{array} \right\} \longleftarrow$$

$$\dot{E}_r = \dot{m} \cdot g \cdot \left(\frac{c^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\rho \cdot g} + z + \frac{u}{g} \right)$$

$$\boxed{\dot{E}_r = \dot{m} \cdot g \cdot H} \quad [H]$$

Równanie Bernoulliego – wzór na wysokość rozporządzalną energii strugi, ale z pominięciem energii wewnętrznej (w klasycznej Mechanice Płynów nie ma zmian temperatury, a więc energia wewnętrzna jest stała i nie ma sensu brania jej pod uwagę w równaniach bilansowych).

Bilans energii maszyny przepływowej



Schemat przepływu energii
w maszynie przepływowej

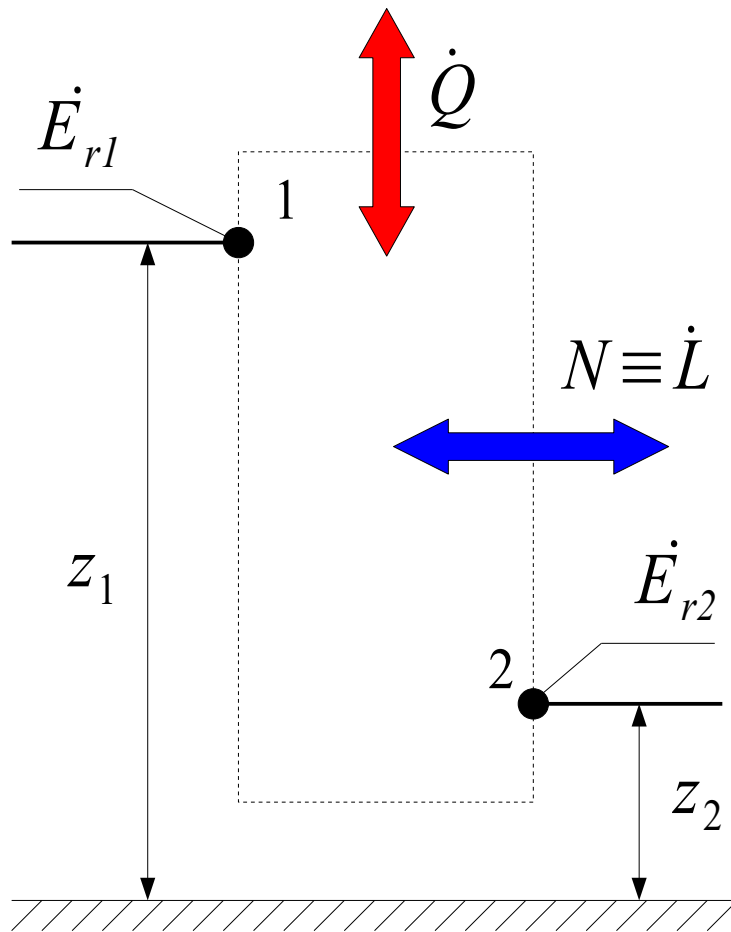
W przypadku maszyny przepływowej w skład bilansu wchodzi:

- energia strugi wpływającej
- energia strugi wypływającej
- strumień ciepła (dostarczany lub wyprowadzany)
- moc (dostarczana lub wyprowadzana)

Znak ciepła i mocy zależy od rodzaju maszyny przepływowej:

- np. w przypadku silnika dostarczane jest ciepło ($Q > 0$) a wyprowadzana jest moc ($N > 0$)
- np. w przypadku turbiny wodnej energia strugi konwertowana jest na moc ($N < 0$), a część energii ucieka w postaci strat ciepła ($Q < 0$)

Bilans energii maszyny przepływowej



Schemat przepływu energii
w maszynie przepływowej

$$\dot{E}_{r1} + \dot{Q} = \dot{E}_{r2} + N \quad [W]$$

\dot{E}_{r1} - energia strugi wpływającej do układu

\dot{E}_{r2} - energia strugi wypływającej z układu

$\dot{Q} = \frac{Q}{t}$ - strumień ciepła doprowadzony do układu (znak dodatni) lub z niego wyprowadzony (znak ujemny)

$N = \frac{L}{t}$ - moc doprowadzona do układu (znak ujemny) lub z niego wyprowadzona (znak dodatni) (czasami oznacza się jako \dot{L})

Bilans energii maszyny przepływowej

$$\dot{E}_{r1} + \dot{Q} = \dot{E}_{r2} + N \quad - \text{bilans energii maszyny przepływowej (powinno się tu uwzględnić znaki)}$$

$$\dot{E}_{r1} = \dot{m} \cdot \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} + g \cdot z_1 \right)$$

$$\dot{E}_{r2} = \dot{m} \cdot \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2} + g \cdot z_2 \right)$$

masa na wlocie i wylocie jest taka sama (nie pojawia się, ani nie znika w jednostce czasu) – dlatego przy symbolu masy nie ma indeksu.

$$\dot{m} \cdot \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} + g \cdot z_1 \right) + \dot{Q} = \dot{m} \cdot \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2} + g \cdot z_2 \right) + N$$

Bilans energii maszyny przepływowej

Ogólna postać bilansu energii maszyny przepływowej
(Pierwsza Zasada Termodynamiki dla układów otwartych):

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot \left[(h_2 - h_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) \right] + N$$

$$v_1^2 - v_2^2$$

- człon pomijalnie mały,
jeżeli różnica prędkość jest mniejsza niż 40 [m/s]

$$E_k \approx 0$$

$$z_1 - z_2$$

- człon pomijalnie mały,
jeżeli różnica wysokości jest mniejsza niż 80 [m]

$$E_p = 0$$

Bilans energii maszyny przepływowej

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) + N \longrightarrow \dot{H} = \dot{m} \cdot h \longrightarrow \dot{Q} = \dot{H}_2 - \dot{H}_1 + N$$

strumień entalpii

$$\dot{Q} = \Delta \dot{H} + N$$

Sprawdzenie jednostek:

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} \quad \left[\frac{J}{s} \right] = [W]$$

$$\dot{H} = \dot{m} \cdot h \quad \left[\frac{kg}{s} \cdot \frac{J}{kg} \right] = \left[\frac{J}{s} \right] = [W]$$

$$N = \frac{L}{t} \quad \left[\frac{J}{s} \right] = [W]$$

Uproszczona postać I ZT
dla układów otwartych.

Ciepło jednostkowe i jednostkowa praca użyteczna

W przypadku maszyn przepływowych nie ma większego sensu rozpatrywanie energii całkowitych – korzystniej jest bilansować energię przypadającą na elementarną porcję substancji, np. 1 kilogram.

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot \left[(h_2 - h_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) \right] + N \quad / \dot{m}$$

$$q = \left[(h_2 - h_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) \right] + l_u$$

$$q = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \quad \text{- ciepło jednostkowe [J/kg]}$$

$$l_u = \frac{N}{\dot{m}} \quad \text{- jednostkowa praca użyteczna [J/kg]}$$

Sprawność maszyny przepływowej

Sprawność maszyny przepływowej:

$$\eta = \frac{N_u}{N_d}$$

$$N = \rho \cdot g \cdot \dot{V} \cdot H$$

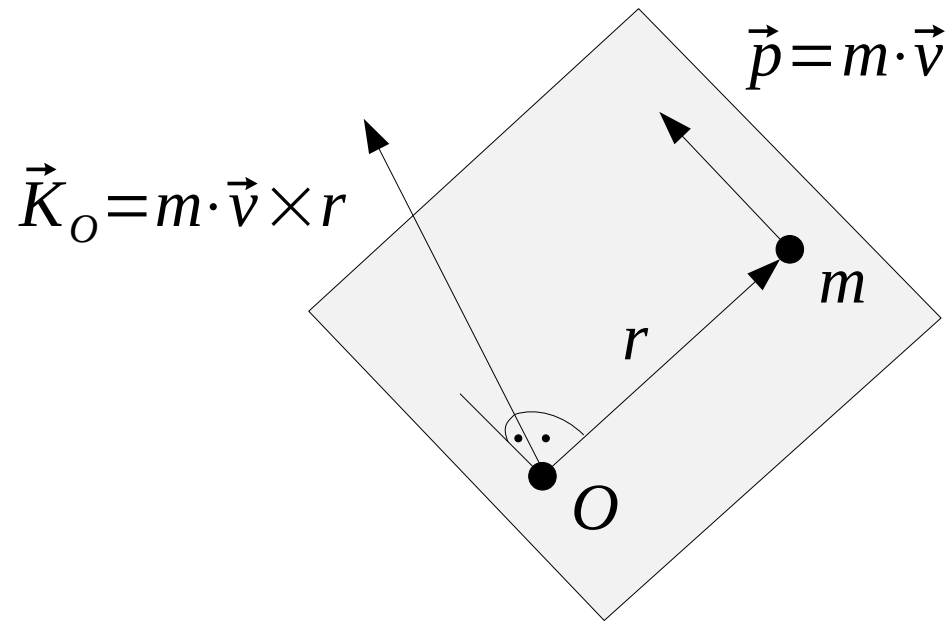
$$H = \frac{c^2}{2 \cdot g}$$

Istnieją dwa przypadki ogólne:

- płyn napędza urządzenie tracąc swoją energię (np. turbina wodna):
 - moc dostarczona N_d to moc strugi płynu (wzór na N);
H oznacza wysokość rozporządzalną strumienia zasilającego
 - moc użyteczna N_u to np. moc mechaniczna na wale (patrz wykład Dynamika Płynów Idealnych)
- urządzenie poprzez wykonywanie pracy podnosi energię czynnika (np. pompa):
 - moc dostarczona N_d to np. moc silnika elektrycznego
 - moc użyteczna N_u to moc strugi płynu (wzór na N);
H oznacza użyteczną wysokość pompowania

Kręt punktu materialnego

Krętem K_O punktu materialnego o masie m względem punktu O nazywamy moment pędu tego punktu materialnego względem punktu O .



Kręt jest wektorem prostopadłym do płaszczyzny wyznaczonej przez punkt O i wektor prędkości v .

Pochodna krętu punktu materialnego

Pochodna krętu punktu materialnego względem nieruchomego bieguna O jest równa sumie momentów sił zewnętrznych względem tego bieguna.

$$\frac{d \vec{K}_O}{dt} = \sum \vec{M}_O$$

\vec{K}_O - kręt punktu materialnego względem bieguna O $\left[\frac{kg \cdot m^2}{s} \right]$

\vec{M}_O - kręt punktu materialnego względem bieguna O $[N \cdot m]$

Moment obrotowy maszyny wirnikowej

W przypadku maszyn wirnikowych wprowadza się następujące założenia:

- czynnik przepływający jest nieściśliwy, nielepki
- wirnik ma nieskończoną ilość nieskończenie cienkich łopatek
- w przepływie przez wirnik zachodzi symetria osiowa przepływu
- czynnik jest wstępnie zawirowany

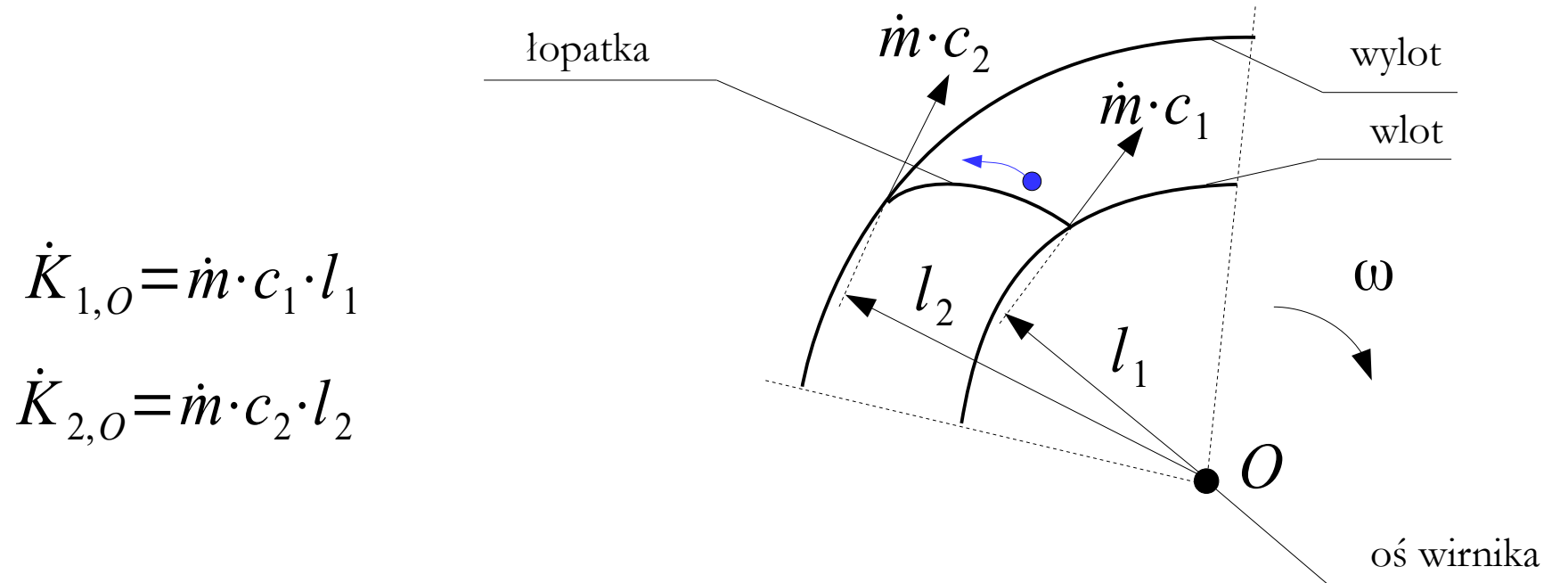
$$\sum \vec{M}_o = \frac{d \vec{K}_o}{dt} = \frac{\vec{K}_{2,o} - \vec{K}_{1,o}}{t} = \dot{K}_{2,o} - \dot{K}_{1,o}$$

$\dot{K}_{1,o}$ - strumień krętu czynnika na wlocie.

$\dot{K}_{2,o}$ - strumień krętu czynnika na wylocie.

$$\left. \begin{array}{l} \dot{K}_{1,o} \\ \dot{K}_{2,o} \end{array} \right\} \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

Moment obrotowy maszyny wirnikowej



$$\dot{K}_{1,O} = \dot{m} \cdot c_1 \cdot l_1$$

$$\dot{K}_{2,O} = \dot{m} \cdot c_2 \cdot l_2$$

$$\sum \vec{M}_O = \dot{K}_{2,O} - \dot{K}_{1,O} = \dot{m} \cdot c_2 \cdot l_2 - \dot{m} \cdot c_1 \cdot l_1$$

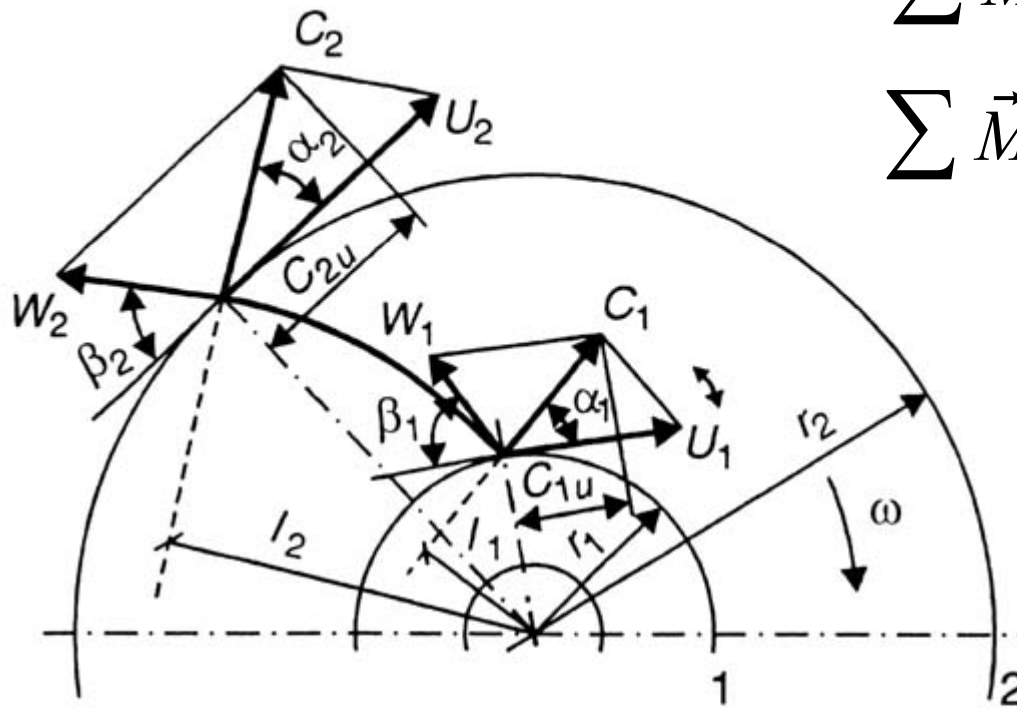
$$\sum \vec{M}_O = \dot{m} \cdot (c_2 \cdot l_2 - c_1 \cdot l_1)$$

można wprowadzić
różne zależności geometryczne

Moment obrotowy maszyny wirnikowej

$$\sum \vec{M}_O = \dot{m} \cdot (c_2 \cdot r_2 \cdot \cos \alpha_2 - c_1 \cdot r_1 \cdot \cos \alpha_1)$$

$$\sum \vec{M}_O = \dot{m} \cdot (c_{2u} \cdot r_2 - c_{1u} \cdot r_1)$$

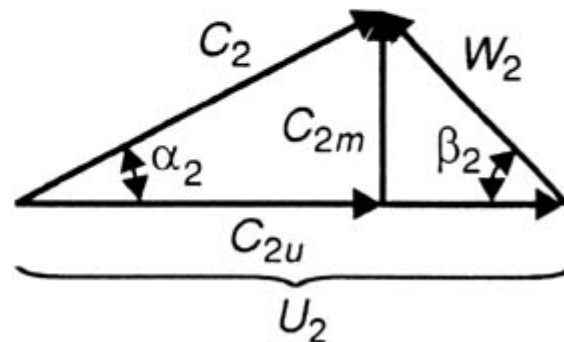
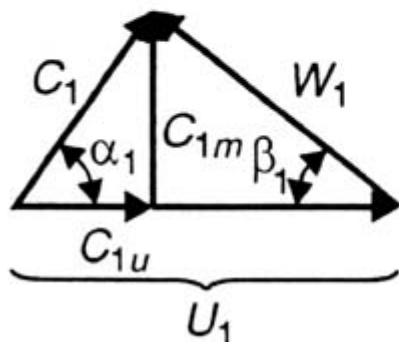


$$l_1 = r_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$l_2 = r_2 \cdot \cos \alpha_2$$

$$c_{1u} = c_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$c_{2u} = c_2 \cdot \cos \alpha_2$$

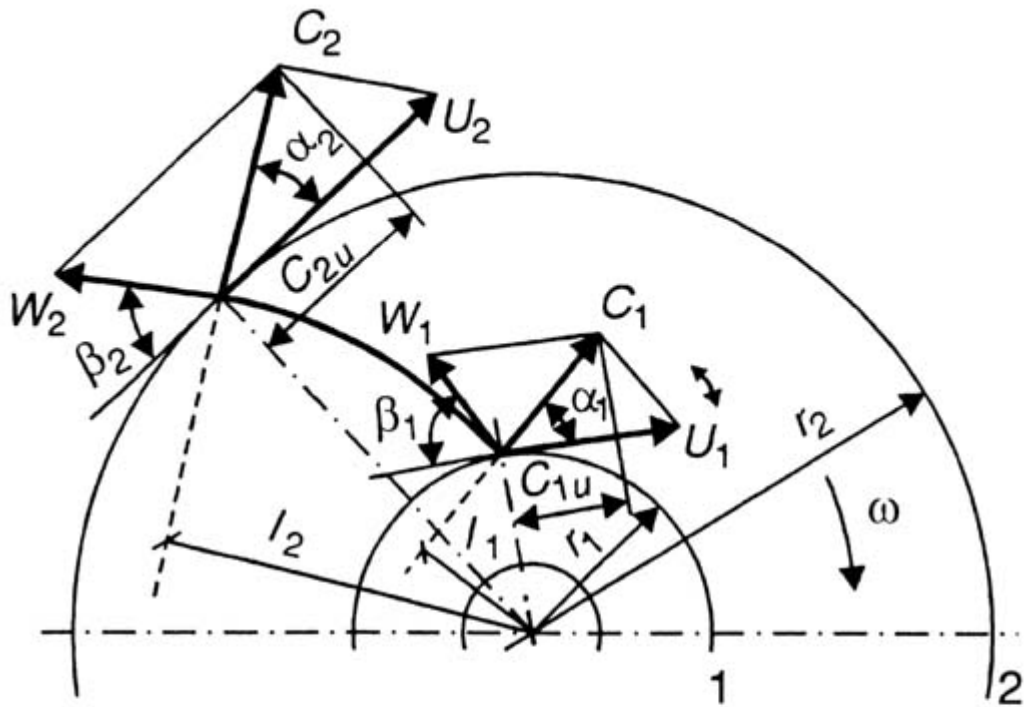


C - prędkość bezwzględna

W - prędkość względna

u - prędkość unoszenia

Moc maszyny wirnikowej



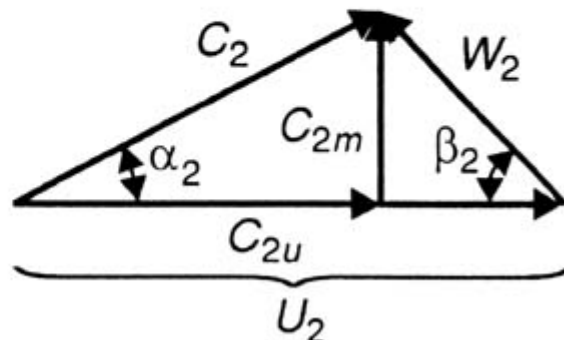
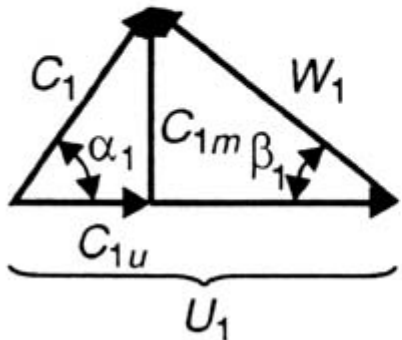
$$N = M_O \cdot \omega$$

$$N = \dot{m} \cdot (c_{2u} \cdot r_2 \cdot \omega - c_{1u} \cdot r_1 \cdot \omega)$$

$$r_1 \cdot \omega = u_1$$

$$r_2 \cdot \omega = u_2$$

$$N = \dot{m} \cdot (c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1)$$



$$N = \rho \cdot \dot{V} \cdot (c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1)$$

Praca użyteczna maszyny wirnikowej

W otwartych układach termodynamicznych moc jest również iloczynem pracy jednostkowej i strumienia masy (patrz bilans energii):

$$l_u = \frac{N}{\dot{m}} \longrightarrow N = l_u \cdot \dot{m} \quad \left[\frac{J}{kg} \cdot \frac{kg}{s} \right] = \left[\frac{J}{s} \right] = [W]$$

Po porównaniu z mocą wyznaczoną na poprzednim slajdzie:

$$\left. \begin{array}{l} N = \dot{m} \cdot (c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1) \\ N = l_u \cdot \dot{m} \end{array} \right\} \longrightarrow l_u = (c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1)$$

Praca użyteczna maszyny wirnikowej

Można wykazać następujące zależności między prędkościami:

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2 \cdot u_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1 \qquad c_{1u} = c_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2 \cdot u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 \qquad c_{2u} = c_2 \cdot \cos \alpha_2$$

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2 \cdot u_1 \cdot c_{1u} \longrightarrow u_1 \cdot c_{1u} = \frac{u_1^2 + c_1^2 - w_1^2}{2}$$

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2 \cdot u_2 \cdot c_{2u} \longrightarrow u_2 \cdot c_{2u} = \frac{u_2^2 + c_2^2 - w_2^2}{2}$$

Praca użyteczna maszyny wirnikowej

Po podstawieniu do wzoru na pracę jednostkową:

$$l_u = c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1 \qquad l_u = \frac{u_2^2 + c_2^2 - w_2^2}{2} - \left(\frac{u_1^2 + c_1^2 - w_1^2}{2} \right)$$

$$l_u = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

Część pracy całkowitej związanej z przyrostem ciśnienia statycznego

Część pracy całkowitej związana z przyrostem ciśnienia dynamicznego

Równanie Eulera

Porównując równanie na moc wyprowadzone dla maszyny wirnikowej z ogólnym wzorem na moc strugi (patrz wykład Dynamika Płynów Idealnych) uzyskuje się tzw, równanie Eulera – podstawowe równanie teorii maszyn wirnikowych.

$$\rho \cdot g \cdot \dot{V} \cdot H = \rho \cdot \dot{V} \cdot (c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1)$$

$$H = \frac{1}{g} \cdot (c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1)$$

- pierwsza postać równania Eulera

$$H = \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right)$$

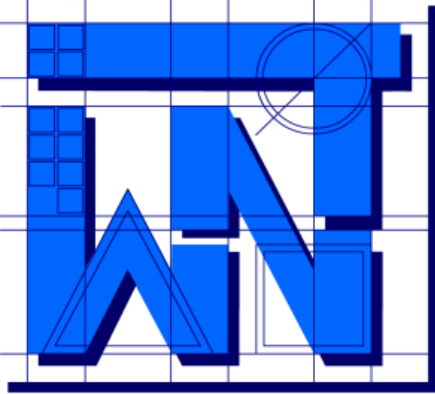
- druga postać równania Eulera

Podsumowanie

Zagadnienia:

Maszyna, podział maszyn, maszyna robocza i energetyczna, maszyna przepływowa i waporowa, maszyna prędkościowa i objętościowa, zalety i wady maszyn przepływowych i waporowych, podział maszyn przepływowych, kierunki przepływu przez wirnik, entalpia, energia strugi, energia strugi a równanie Bernoulliego, bilans energii maszyny przepływowej, ciepło jednostkowe i jednostkowa praca użyteczna, sprawność maszyny przepływowej, kręt punktu materialnego, pochodna krętu punktu materialnego, moment obrotowy maszyny wirnikowej, moc maszyny wirnikowej, praca użyteczna maszyny wirnikowej, równanie Eulera.

Wydział Nauk Technicznych



UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN

The Faculty of Technical Sciences

POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11

tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55

URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)

Dziękuję za uwagę

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2013-2015