

Wydział Nauk Technicznych

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN  
The Faculty of Technical Sciences  
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11  
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55  
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



# TERMODYNAMIKA

Praca i ciepło

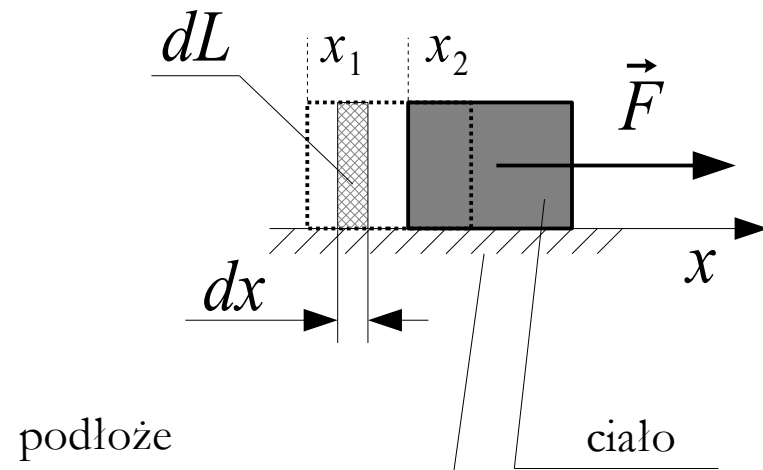
wersja: 27 maja 2023

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2013-2022

# Ogólna definicja pracy

**Praca** – sposób przekazywania energii; w fizyce wielkość skalarna definiowana jako iloczyn skalarny wektora siły i wektora przemieszczenia.



Praca = siła  $\times$  przesunięcie

$$dL = F \cdot dx$$

$$[N \cdot m] = [J]$$

$$L_{1-2} = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

**Dżul** – jednostka pracy; jest to praca wykonana przez siłę o wartości 1 [N] przy przesunięciu punktu przyłożenia siły o 1 [m] w kierunku równoległym do kierunku działania siły.

# Rodzaje pracy

---

Rodzaje pracy:

- praca związana ze zmianą objętości:
  - praca bezwzględna – wewnętrzna i zewnętrzna
  - praca względna (użyteczna, wtłoczenia) – wewnętrzna i zewnętrzna
- praca związana ze zmianą ciśnienia:
  - praca techniczna

lub:

- praca objętościowa  
(związana ze zmianą objętości)
- praca nieobjętościowa  
(bez zmiany objętości,  
np. praca ładunków elektrycznych)



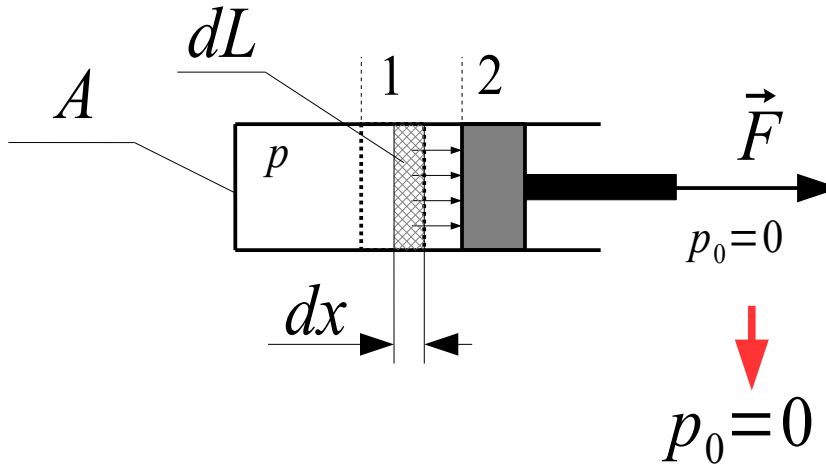
# Praca bezwzględna

**Praca bezwzględna** – praca przekazywana z układu termodynamicznego do otoczenia, przy czym na zewnątrz układu panuje próżnia.

$$dL = F \cdot dx$$

$$dL = p(V) \cdot A \cdot dx$$

$$dL = p(V) \cdot dV$$



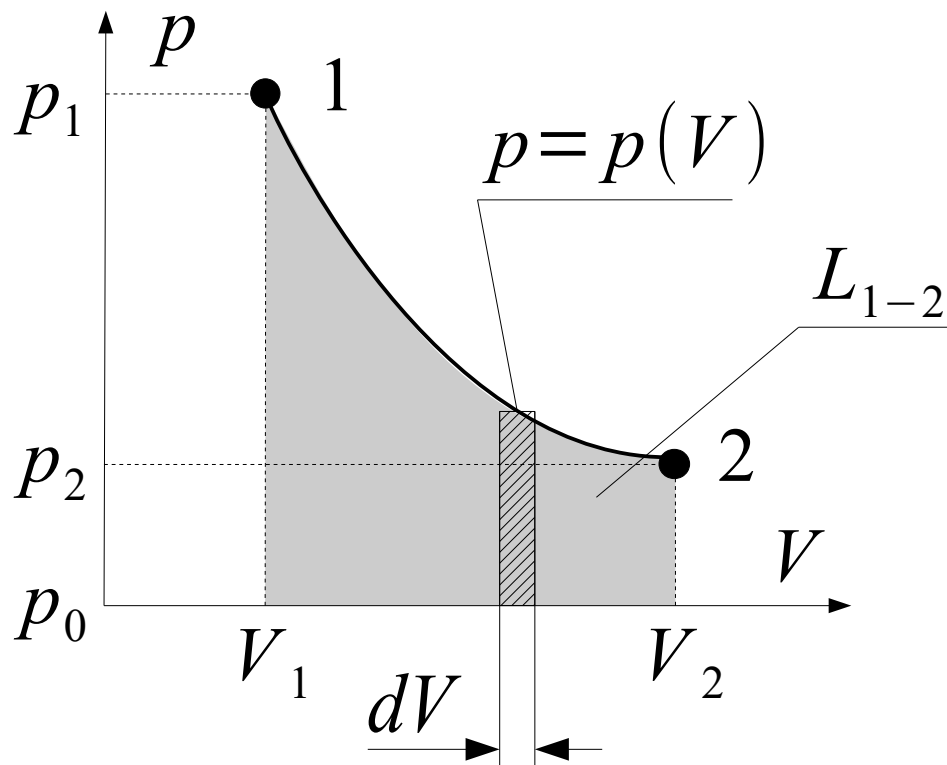
$$F = [p(V) - p_0] \cdot A \quad A \cdot dx = dV$$

$$L_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

$p$  – ciśnienie bezwzględne  
 $V$  – objętość całkowita

# Praca bezwzględna

$$L_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$



wykres pracy

praca jednostkowa

$$l_{1-2} = \frac{L_{1-2}}{m} \quad \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

$$l_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p \left( \frac{V}{m} \right) d \frac{V}{m}$$

$$l_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(v) dv$$

objętość właściwa

różniczkowa postać pracy

$$dl = p \cdot dv$$

# Praca względna

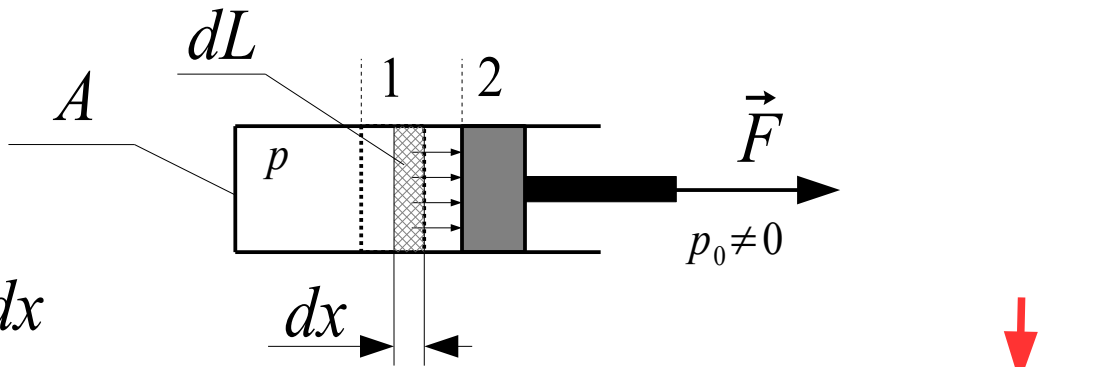
**Praca względna** (użyteczna, wtłoczenia) – praca przekazywana z układu termodynamicznego do otoczenia, przy czym na zewnątrz układu nie panuje próżnia.

$$dL_u = F \cdot dx$$

$$dL_u = [p(V) - p_0] \cdot A \cdot dx$$

$$dL_u = [p(V) - p_0] \cdot dV$$

$$L_{u1-2} = \int_{V_1}^{V_2} [p(V) - p_0] \cdot dV$$



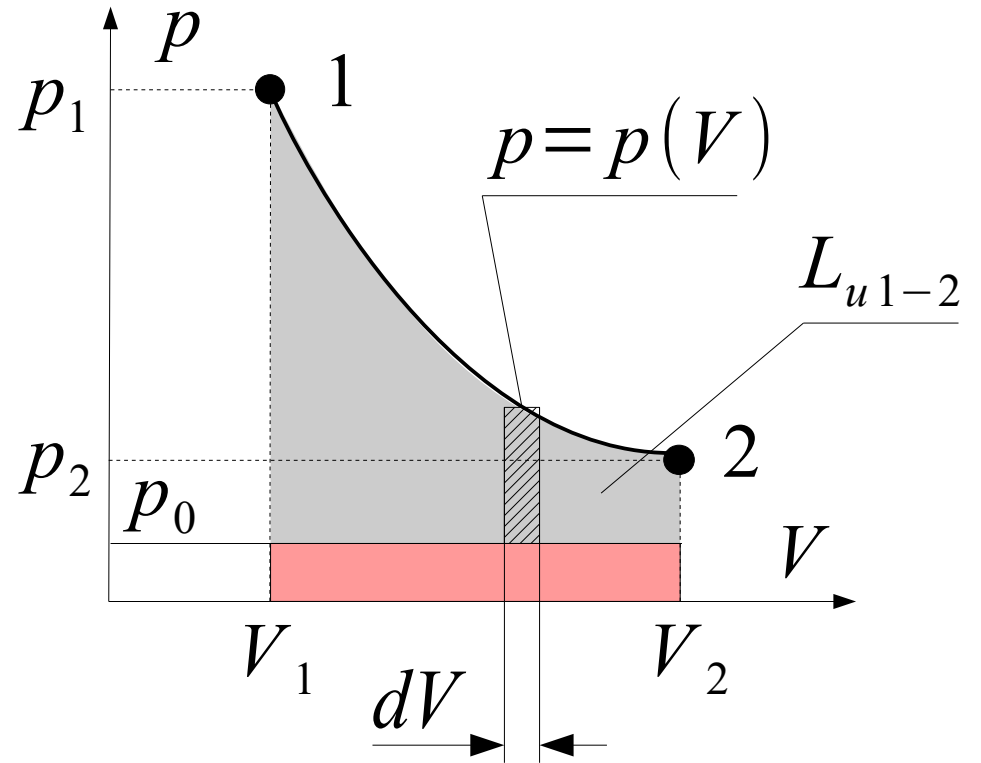
$$F = [p(V) - p_0] \cdot A$$

$$A \cdot dx = dV$$

# Praca względna

$$L_{u1-2} = \int_{V_1}^{V_2} [p(V) - p_0] \cdot dV$$

$$L_{u1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) \cdot dV - \int_{V_1}^{V_2} p_0 dV$$



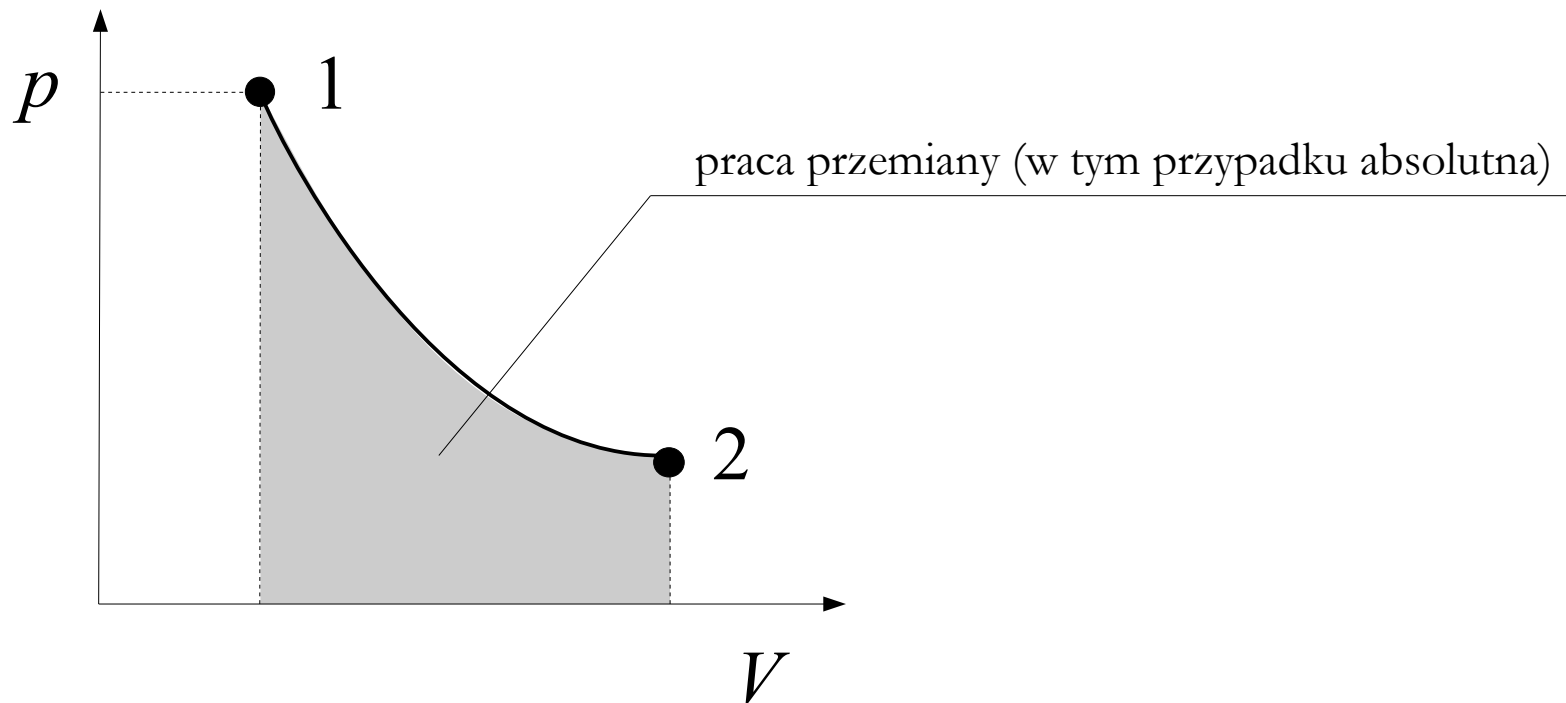
wykres pracy

$$L_{u1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) \cdot dV - p_0 \cdot (V_2 - V_1)$$

# Wykres pracy

---

**Wykres pracy** – wykres przedstawiający zmiany ciśnienia i objętości w przemianie termodynamicznej. Nazwa pochodzi stąd, że pole pod krzywą przemiany równe jest pracy przemiany.





# Praca przy stałym ciśnieniu

$$L_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

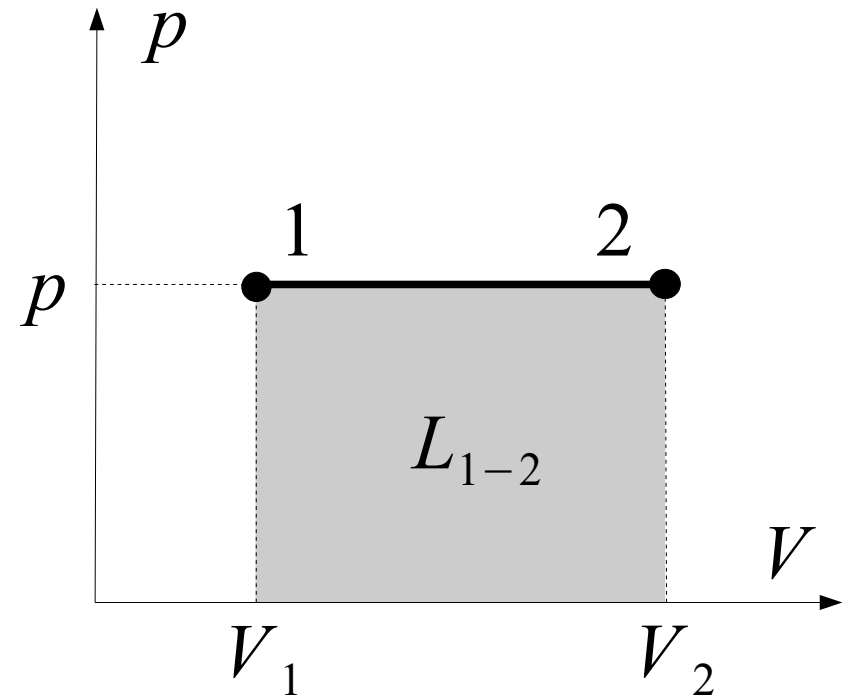
$$p = \text{const} \longrightarrow L_{1-2} = p \int_{V_1}^{V_2} dV$$

$$L_{1-2} = pV \Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$L_{1-2} = pV_2 - pV_1$$

$$L_{1-2} = p(V_2 - V_1)$$

$$L_{1-2} = p \Delta V_{1-2}$$



$$dL = p dV \quad (*)$$

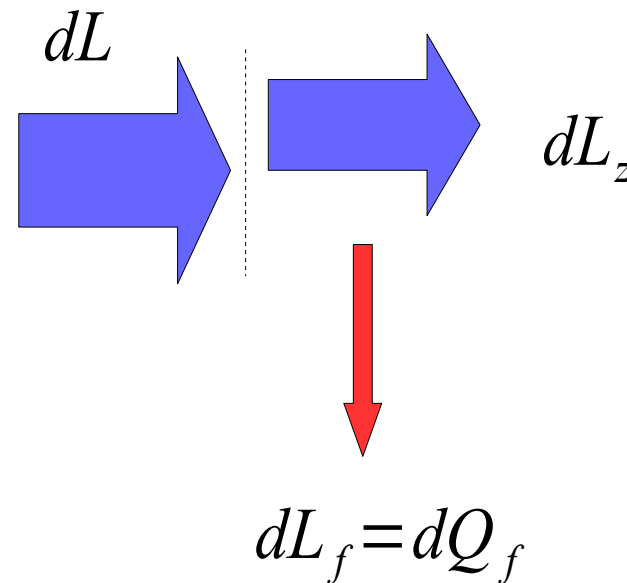
# Praca wewnętrzna i zewnętrzna

---

**Praca wewnętrzna** – maksymalna praca możliwa do wykonania przez układ termodynamiczny.

**Praca zewnętrzna** – praca wewnętrzna pomniejszona o straty tarcia.

$$dL_z = dL - dL_f$$



$dL_z$  - praca zewnętrzna

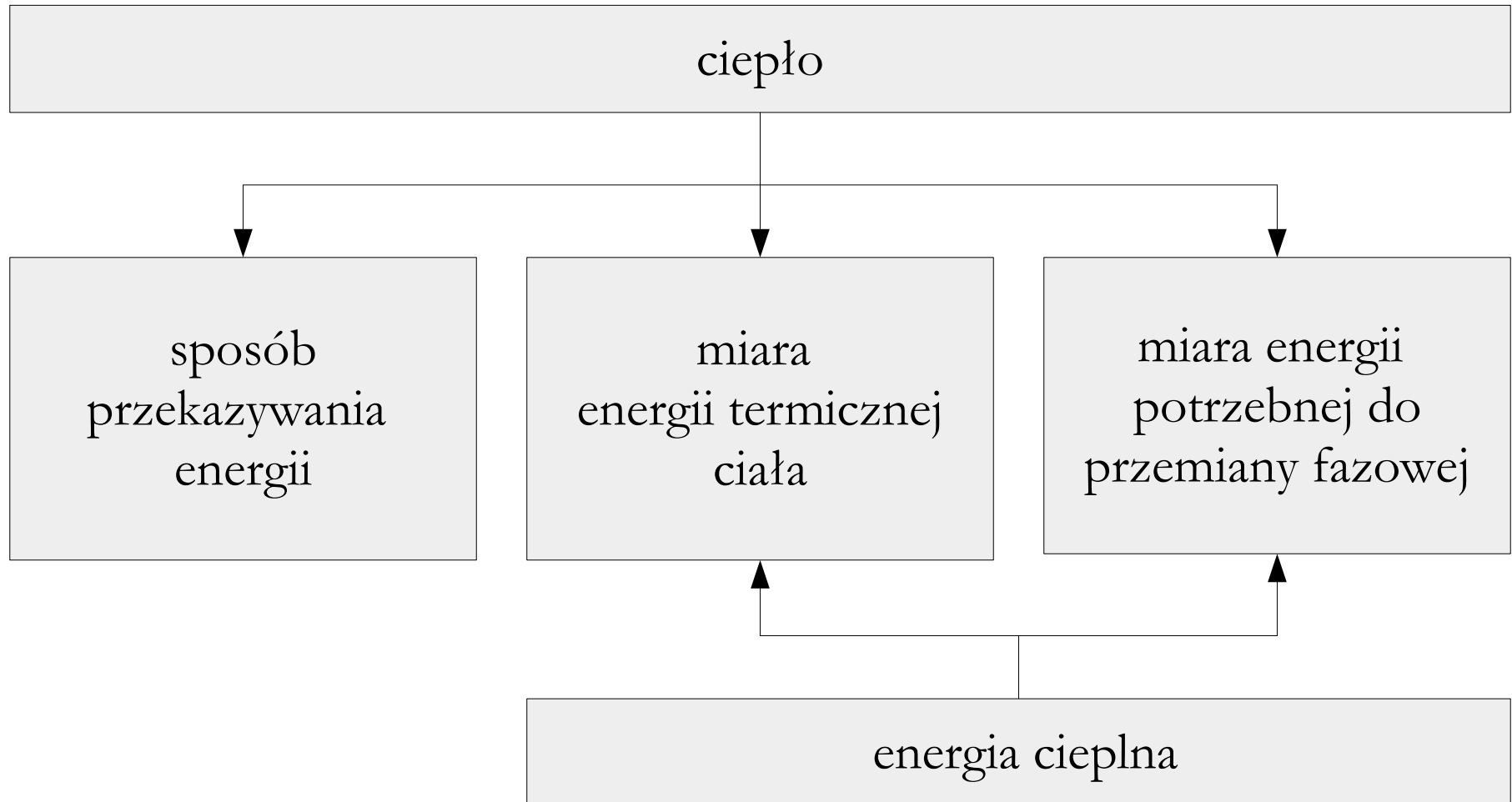
$dL$  - praca bezwzględna lub względna

$dL_f$  - praca strat tarcia

$dQ_f$  - ciepło wygenerowane poprzez tarcie

# Ciepło

---

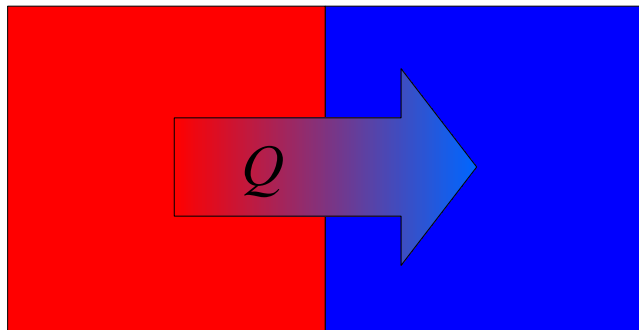


# Ciepło

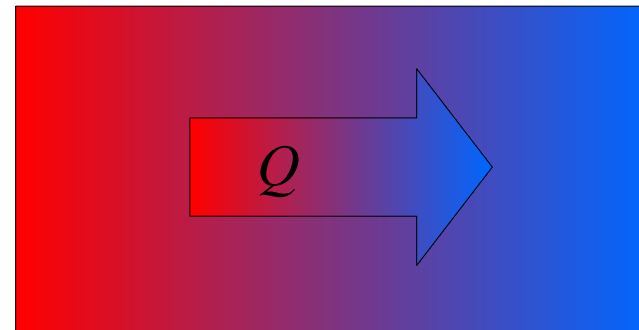
---

**Ciepło** może być rozumiane jest jako ta część energii wewnętrznej, która przekazywana jest między cząsteczkami i/lub atomami w oparciu o mikroskopowy mechanizm zderzeń. Aby nastąpił przepływ ciepła między dwoma punktami przestrzeni muszą zostać spełnione dwa warunki:

- materia między punktami musi być ciągła,
- między punktami musi istnieć różnica temperatur.



przepływ ciepła między dwoma ciałami



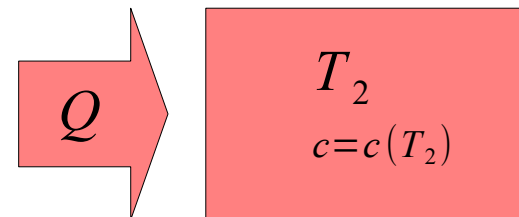
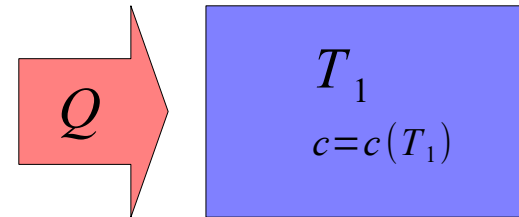
przepływ ciepła wewnątrz jednego ciała

# Ciepło

**Ciepło** może być rozumiane jako ilość energii termicznej zgromadzonej przez ciało. W praktyce rozważa się najczęściej zmiany ilości tego ciepła.

$$Q_{1-2} = m \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT = m \cdot c \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1)$$

funkcja zmian ciepła właściwego

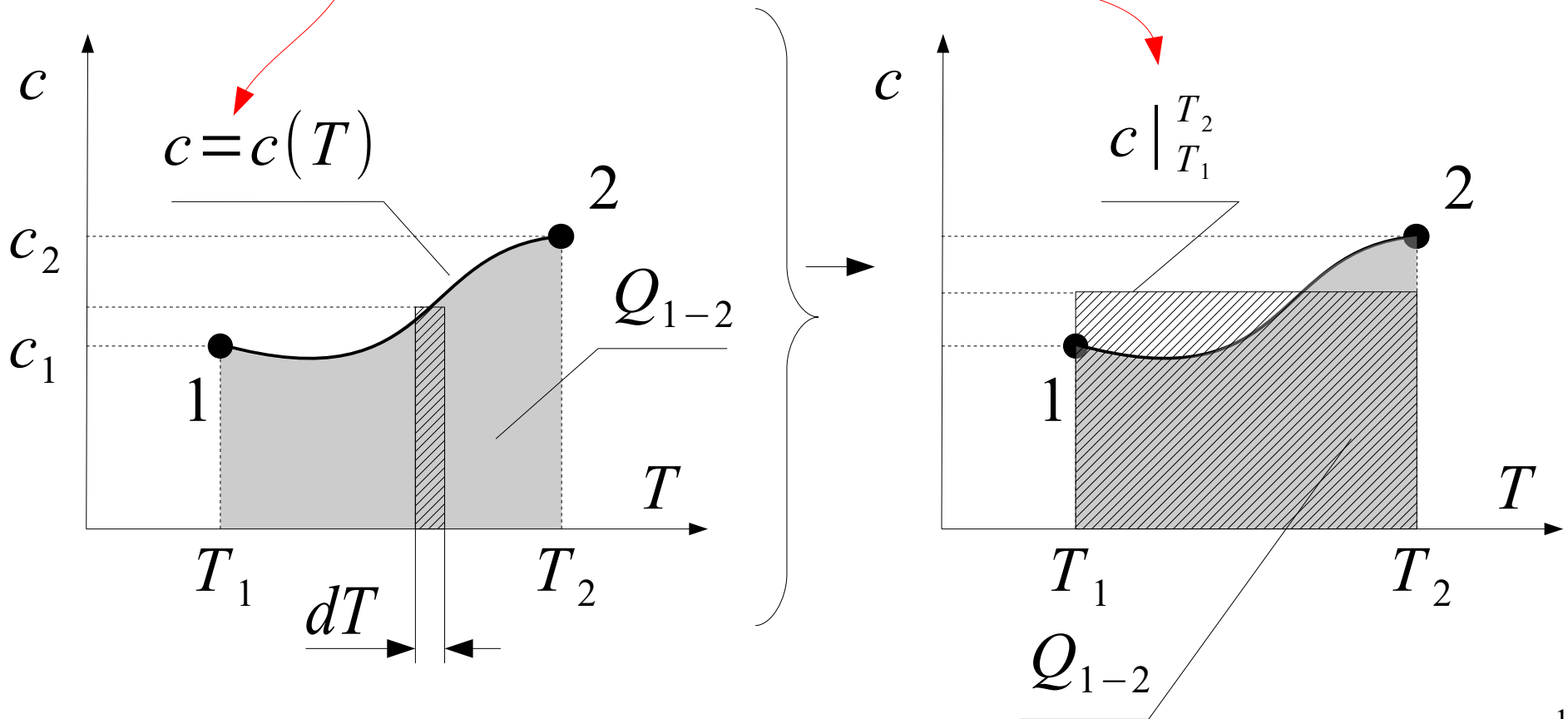


$c \Big|_{T_1}^{T_2}$  - pojemność cieplna właściwa dla danego zakresu temperatur

$$\left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] \left[ \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \right]$$

# Ciepło

$$Q_{1-2} = m \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT = m \cdot c \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1)$$



# Ciepło

---

**Ciepło** może być rozumiane jako ilość energii potrzebna do zmiany stanu skupienia ciała (jest to tzw. ciepło utajone).

$$\Delta Q = m \cdot r_s$$

$m$  - masa substancji  $[kg]$

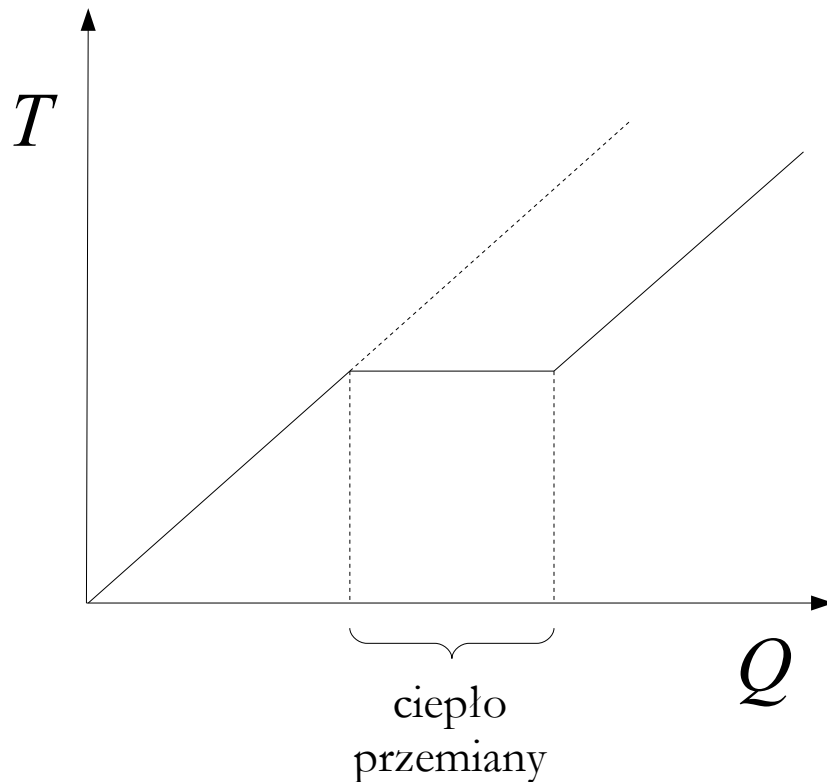
$r_s$  - ciepło topnienia lub ciepło parowania (ogólnie ciepło przemiany fazowej) w danej temperaturze  $\left[ \frac{J}{kg} \right] \left[ \frac{kJ}{kg} \right]$

nie ma różnicy temperatur,  
bo przemiany fazowe są izotermiczne

# Ciepło utajone

---

Ciepło utajone – ciepło przemiany fazowej.



$$T = \frac{1}{m \cdot c} Q$$

jest to równanie liniowe

$$y = a \cdot x$$



# Ciepło właściwe

**Ciepło właściwe** – ciepło potrzebne do zwiększenia temperatury substancji o masie 1 [kg] o jeden kelwin (lub stopień Celsjusza).

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

$c$ - ciepło właściwe substancji	$\left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right]$	$\left[ \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \right]$
$m$ - masa substancji	$[kg]$	
$T$ - temperatura bezwzględna	$[K]$	$[^\circ C]$
$Q$ - ciepło	$[J]$	

Dla płynów ściśliwych rozróżnia się ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu oraz ciepło właściwe przy stałej objętości.

# Ciepło właściwe molowe

**Ciepło właściwe molowe** – ciepło potrzebne do zwiększenia temperatury 1 [mola] substancji o jeden kelwin (lub stopień Celsjusza).

$$C = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

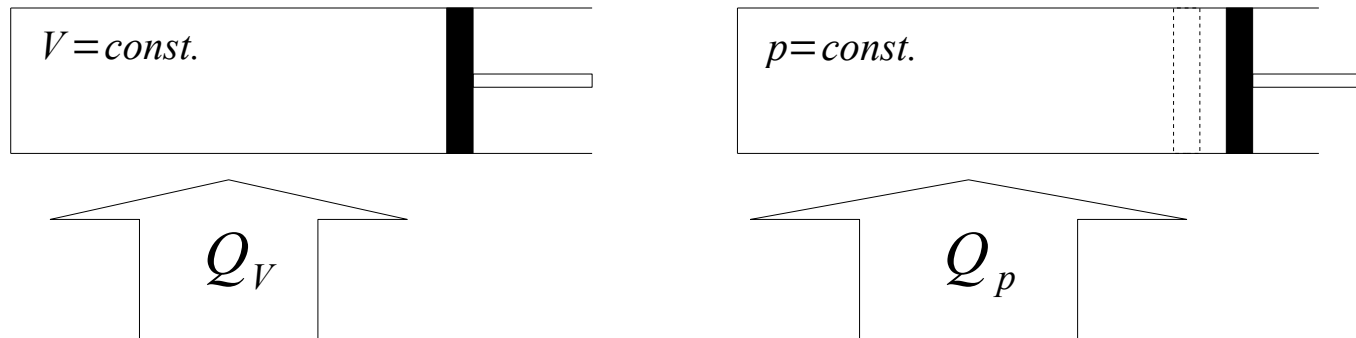
$C$ - ciepło właściwe molowe	$\left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right]$	$\left[ \frac{J}{mol \cdot ^\circ C} \right]$
$n$ - liczba moli substancji	$[mol]$	
$T$ - temperatura bezwzględna	$[K]$	$[^\circ C]$
$Q$ - ciepło	$[J]$	

$$C = c \cdot M$$

- związek między ciepłem właściwym a ciepłem właściwym molowym  
(M – masa molowa)

# Wykładnik adiabaty

Ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu jest zawsze nieco większe niż ciepło właściwe przy stałej objętości – różnica wynika z faktu, że podczas objętościowej ekspansji czynnika (koniecznej do zachowania stałego ciśnienia), musi być wykonana dodatkowa praca na powiększenie układu.

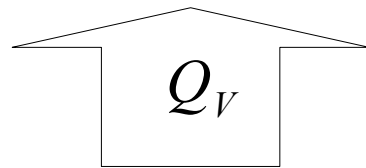


wykładnik adiabaty -  $\kappa = \frac{c_p}{c_V}$  - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu  
- ciepło właściwe przy stałej objętości

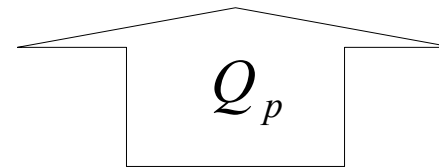
# Wykładnik adiabaty

---

Znając ciepło właściwe można obliczyć jednostkową energię wewnętrzną lub też, w przypadku gazów doskonałych, entalpię właściwą. Temperaturę czasami definiuje się jako miarę stopnia nagrzania ciał – tu widać dlaczego.



$$u = c_V \cdot T$$

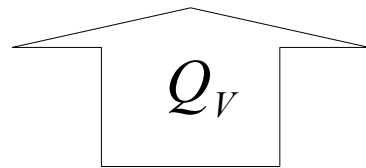
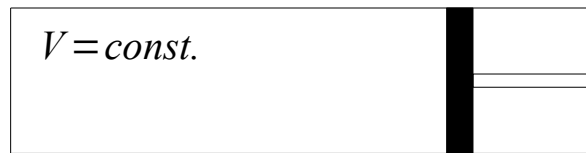


$$h = c_p \cdot T$$

# Równanie Mayera

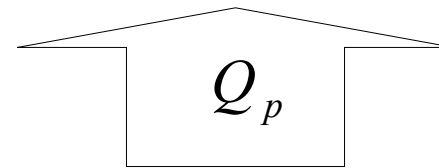
---

Podczas obliczania ciepła trzeba zawsze zwrócić uwagę, przy jakiej przemianie się to odbywa – istnieją tylko dwie opcje:



$$dQ_V = m \cdot c_V \cdot dT$$

$$dQ_V = n \cdot C_V \cdot dT$$



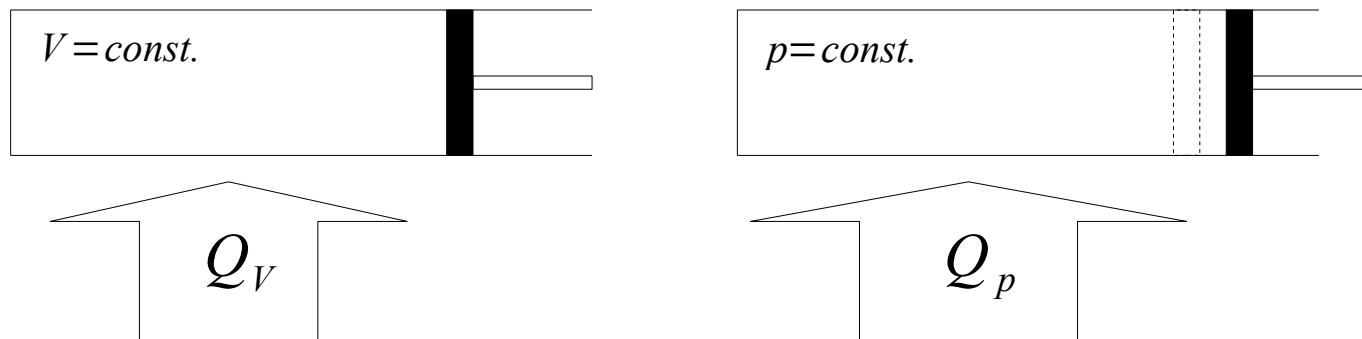
$$dQ_p = m \cdot c_p \cdot dT$$

$$dQ_p = n \cdot C_p \cdot dT$$

# Równanie Mayera

---

Różnica pomiędzy oboma układami jest taka, że przy stałym ciśnieniu wykonywana jest dodatkowo praca (lub inaczej: praca równa się różnicy ciepła większego, czyli przy stałym ciśnieniu, i mniejszego, czyli przy stałej objętości):



$$dL = dQ_p - dQ_V = n \cdot C_p \cdot dT - n \cdot C_V \cdot dT \quad \text{gdzie:} \quad dL = p dV \quad (*)$$

# Równanie Mayera

---

Różnica pomiędzy oboma układami jest taka, że przy stałym ciśnieniu wykonywana jest dodatkowo praca (lub inaczej: praca równa się różnicy ciepła większego, czyli przy stałym ciśnieniu, i mniejszego, czyli przy stałej objętości):

$$pV = nR_u T \quad \xrightarrow{p = \text{const}} \quad p dV = nR_u dT$$

$$n \cdot C_p \cdot dT - n \cdot C_V \cdot dT = nR_u dT \quad \longleftarrow \quad dL = nR_u dT$$

$$C_p - C_V = R_u$$

# Wpływ budowy atomowej na pojemność cieplną

---

Ciepło właściwe (pojemność cieplna) zależy od budowy atomu

	$C_p$	$C_V$	$\kappa$
gazy jednoatomowe (He, Ar)	$\frac{5}{2} \cdot R_u$	$\frac{3}{2} \cdot R_u$	$\frac{5}{3} = 1.67$
gazy dwuatomowe ( $O_2$ , $N_2$ )	$\frac{7}{2} \cdot R_u$	$\frac{5}{2} \cdot R_u$	$\frac{7}{5} = 1.4$
gazy wieloatomowe ( $CH_4$ , $H_2O$ )	$\frac{9}{2} \cdot R_u$	$\frac{7}{2} \cdot R_u$	$\frac{9}{7} = 1.286$

związek między ciepłem właściwym molowym a uniwersalną stałą gazową

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p \cdot M}{c_V \cdot M} = \frac{c_p}{c_V}$$



# Modele ciepła właściwego

---

Modele ciepła właściwego:

- wartość stała  
(np. gazy doskonałe)

$$\left\{ \begin{array}{l} c_p \Big|_{T_1}^{T_2} = c_p = \text{const.} \\ c_V \Big|_{T_1}^{T_2} = c_V = \text{const.} \end{array} \right.$$

- funkcja temperatury  
(gazy półdoskonałe)

$$\left\{ \begin{array}{l} c_p \Big|_{T_1}^{T_2} = c_p(T) \\ c_V \Big|_{T_1}^{T_2} = c_V(T) \end{array} \right.$$

- funkcja temperatury i ciśnienia  
(gazy rzeczywiste)

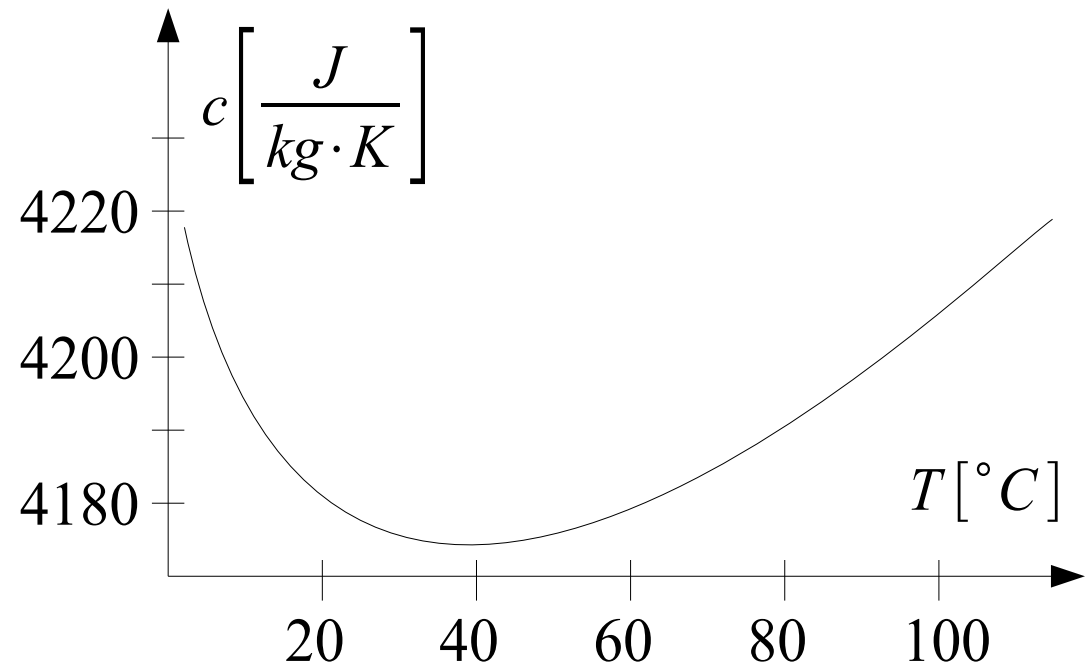
$$\left\{ \begin{array}{l} c_p \Big|_{T_1}^{T_2} = c_p(T, p) \\ c_V \Big|_{T_1}^{T_2} = c_V(T, p) \end{array} \right.$$

# Ciepło właściwe jako wartość stała

Ciała stałe	c	Ciecze	c	Gazy	c <sub>p</sub>
	[J/(kgK)]		[J/(kgK)]		[J/(kgK)]
<b>Aluminium (glin)</b>	<b>896</b>	Alkohol etylowy	2 380	Amoniak	2 140
Cyna (Sn)	220	Benzyna	2 090	Azot (N)	1 050
Cynk (Zn)	380	Eter	2 350	Dwutlenek węgla	846
<b>Lód</b>	<b>2 100</b>	Gliceryna	2 430	Hel (He)	5 200
<b>Miedź (Cu)</b>	<b>380</b>	Nafta	2 200	Metan	2 370
Mosiądz	400	Olej hydrauliczny (Hydrol)	1 885	Para wodna (nieco powyżej 100 [°C])	2 200
Nikiel (Ni)	460	Rtęć (Hg)	130	<b>Powietrze</b>	<b>1 000</b>
Ołów (Pb)	130	<b>Woda</b>	<b>4 186</b>	Tlen (O)	916
Srebro (Ag)	250			Wodór (H)	14 300
Szkło	840				
Złoto (Au)	129				
Żelazo (Fe)	460				

# Ciepło właściwe jako funkcja temperatury

T [C]	c [J/(kgK)]
0	4240
5	4228
10	4215
15	4211
20	4207
25	4207
30	4203
35	4203
40	4203
45	4203
50	4203
55	4203
60	4207
65	4211
70	4215
75	4215
80	4219
85	4224
90	4228
95	4228
100	4232

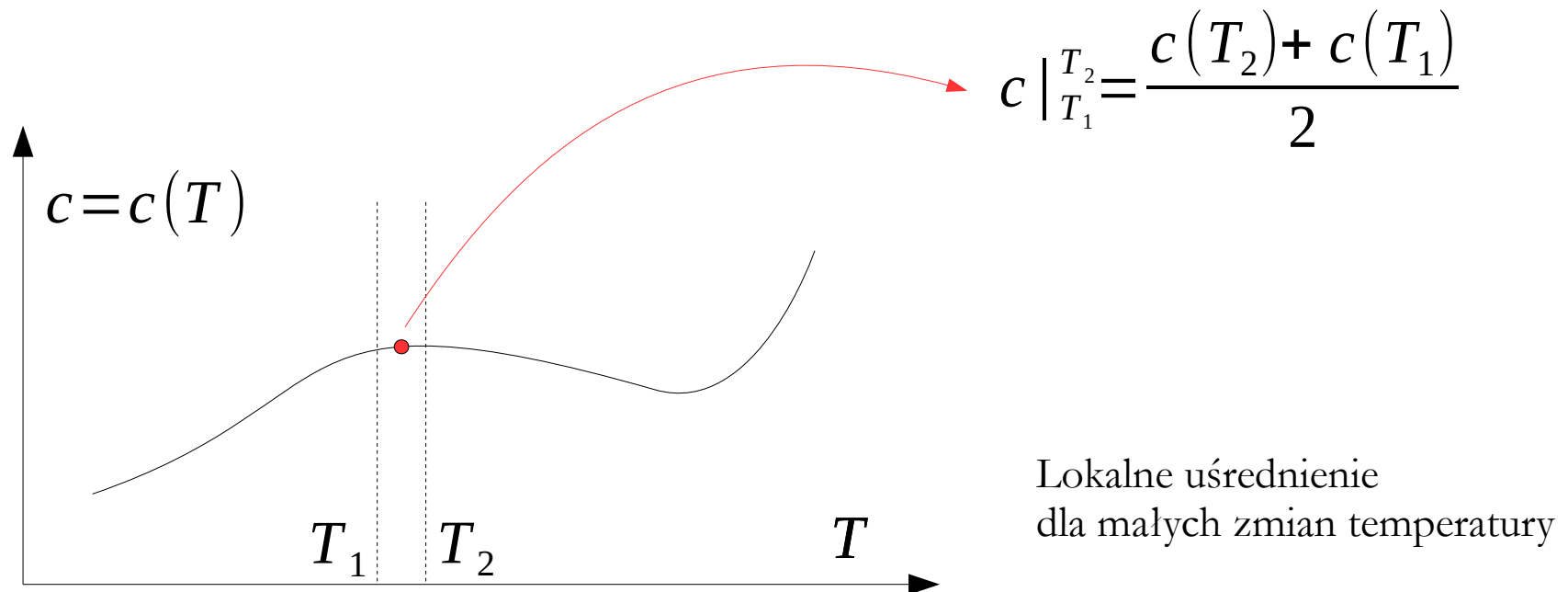


Ciepło właściwe wody w funkcji temperatury.

# Średnie ciepło właściwe

Obliczanie średniego ciepła właściwego:

- dla małych różnic temperatur można wyznaczyć średnią arytmetyczną ciepła właściwego



# Średnie ciepło właściwe

---

Obliczanie średniego ciepła właściwego:

- dla dużych różnic temperatur należy wyznaczyć tzw. średnie ciepło właściwe, odpowiednie dla danego zakresu temperatur

$$Q_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT = m \cdot c \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1) \longrightarrow c \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{Q_{1-2}}{m \cdot (T_2 - T_1)}$$

lub na wielkościach jednostkowych

$$c \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{q_{1-2}}{T_2 - T_1}$$

# Średnie ciepło właściwe

---

Funkcja ogólna ciepła właściwego

$$c(T) = a_1 + a_2 \cdot T + a_3 \cdot T^2 + a_4 \cdot T^3$$

$T$  - temperatura (najczęściej bezwzględna)

$a_i$  - stałe charakterystyczne dla danej substancji

Przykładowo – funkcja dla powietrza (w zakresie od 273 do 1800 [K]):

$$c_p(T) = 0.97 + 0.0679 \cdot \frac{T}{1000} + 0.1658 \cdot \left(\frac{T}{1000}\right)^2 - 0.0679 \cdot \left(\frac{T}{1000}\right)^3$$

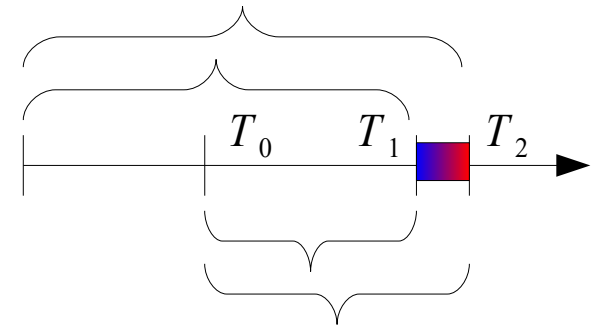
# Średnie ciepło właściwe

- odniesienie do temperatury bezwzględnej

$$c \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{q_{1-2}}{T_2 - T_1} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} c(T) dT}{T_2 - T_1} \quad \text{gdzie } c(T) = a_1 + a_2 \cdot T + a_3 \cdot T^2 + a_4 \cdot T^3$$

- odniesienie do temperatury względnej

$$c \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{q_{0-2} - q_{0-1}}{T_2 - T_1} = \frac{\int_{T_0}^{T_2} c(T) dT - \int_{T_0}^{T_1} c(T) dT}{T_2 - T_1}$$



# Średnie ciepło właściwe

$$c \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{c \Big|_{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) - c \Big|_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0)}{T_2 - T_1}$$

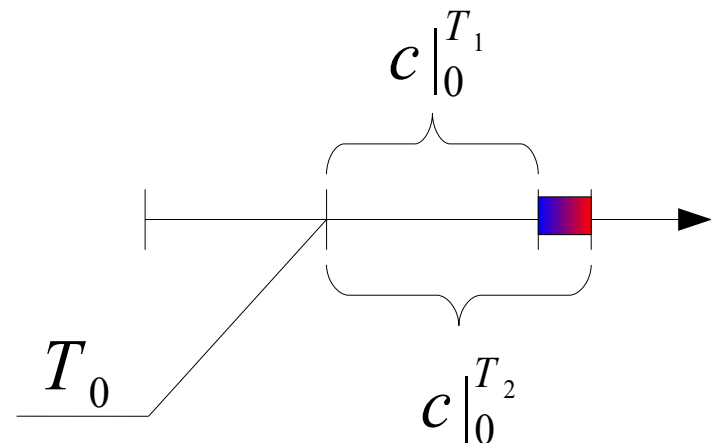
$T_0$  - temperatura odniesienia

Jeżeli temperatura odniesienia  $T_0 = [0^\circ \text{C}]$ , to:

$$c \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{c \Big|_0^{T_2} \cdot T_2 - c \Big|_0^{T_1} \cdot T_1}{T_2 - T_1}$$

$c \Big|_0^{T_2}$  - ciepło właściwe w temperaturze  $T_2$

$c \Big|_0^{T_1}$  - ciepło właściwe w temperaturze  $T_1$





# Średnie ciepło właściwe – przykład

---

Dana jest funkcja  $C_V(T)$ . Obliczyć średnie ciepło właściwe molowe dla zakresu temperatur od 20 do 300 stopni Celsjusza

$$C_V|_{200}^T = 32 + 0.021 \cdot T$$

$T$  - temperatura względna [ $^{\circ}C$ ]

$$\begin{aligned} T_1 = 20 &\longrightarrow C_V|_{200}^{20} = 32 + 0.021 \cdot 20 = 32.42 \\ T_2 = 300 &\longrightarrow C_V|_{200}^{300} = 32 + 0.021 \cdot 300 = 38.30 \end{aligned} \quad \left[ \frac{kJ}{kmol \cdot K} \right]$$

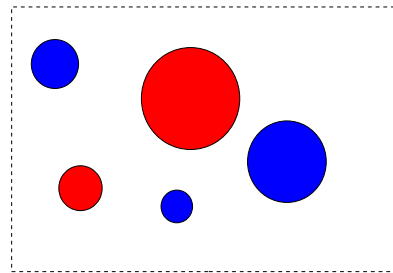
$$T_0 = 200 \quad c|_{T_1}^{T_2} = \frac{c|_{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) - c|_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0)}{T_2 - T_1}$$

$$C_V|_{20}^{300} = \frac{38.30 \cdot (300 - 200) - 32.42 \cdot (20 - 200)}{300 - 20} = 34.52 \quad \left[ \frac{kJ}{kmol \cdot K} \right]$$

# Zasada Bilansu Ciepłego

**Zasada Bilansu Ciepłego** – szczególna postać Zasady Zachowania Energii, w której bilansuje się wyłącznie ciepło.

$$\sum_{i=1}^{n_i} \Delta Q_i = \sum_{j=1}^{n_j} \Delta Q_j$$



izolowana granica  
układu termodynamicznego

$Q_i$  - ciepło dostarczone do układu przez i-ty element układu

$Q_j$  - ciepło odebrane w układzie przez j-ty element układu

$n_i$  - liczba elementów układu termodynamicznego dostarczających ciepło

$n_j$  - liczba elementów układu termodynamicznego odbierających ciepło

}  $[J]$

# Składniki bilansu ciepła

W bilansach ciepła bierze się zazwyczaj pod uwagę ciepło zmieniające temperaturę poszczególnych elementów układu (ciepło nagrzewania) oraz ciepło przemian fazowych.

$$\Delta Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\Delta Q = m \cdot r_s$$

$m$  - masa ciała  $[kg]$

$c$  - ciepło właściwe ciała  $\left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] \left[ \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \right]$

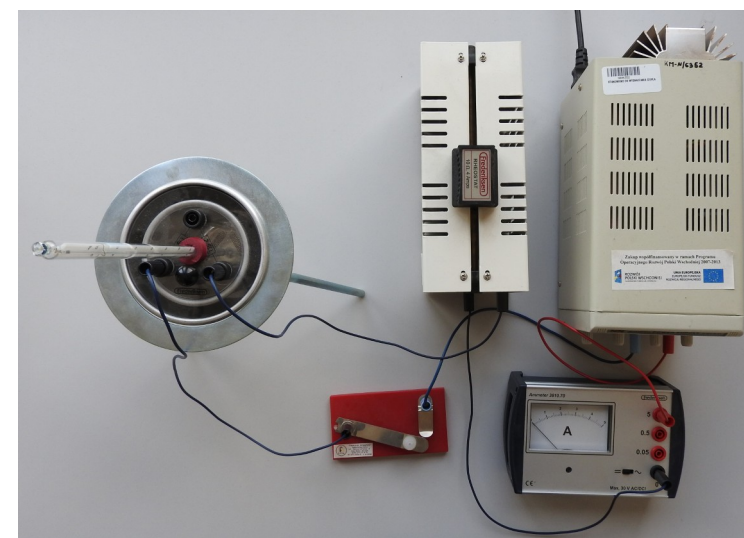
$T_1$  - początkowa temperatura procesu  $[K]$

$T_2$  - końcowa temperatura procesu  $[K]$

$r_s$  - ciepło topnienia lub ciepło parowania (ogólnie ciepło przemiany fazowej) w danej temperaturze  $\left[ \frac{J}{kg} \right]$

nie ma różnicy temperatur,  
bo przemiany fazowe są izotermiczne

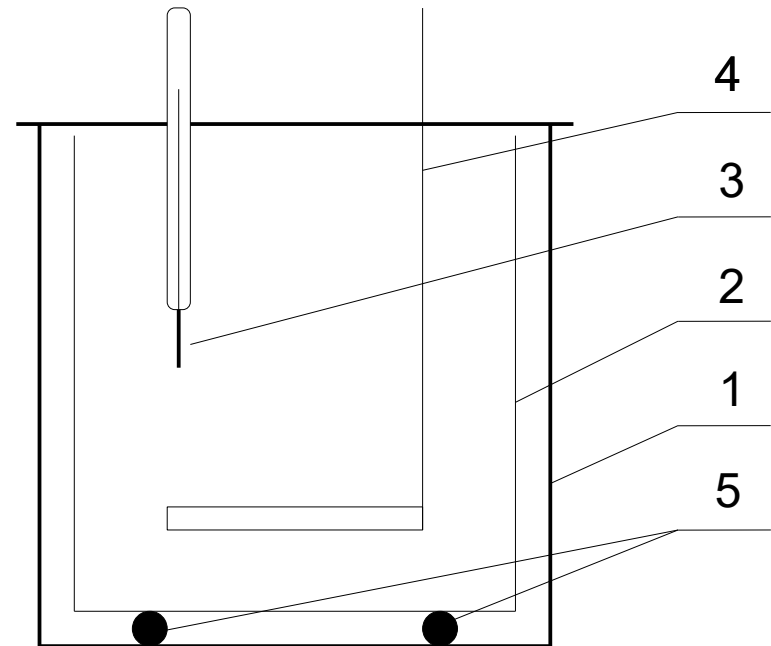
# Badania akumulacji ciepła



Stanowiska do badania akumulacji ciepła.

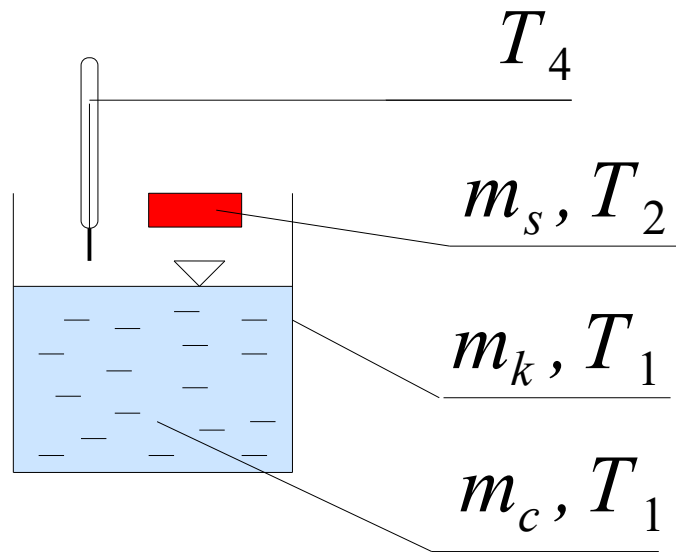
# Kalorymetr (budowa i działanie)

## Kalorymetr „szkolny”

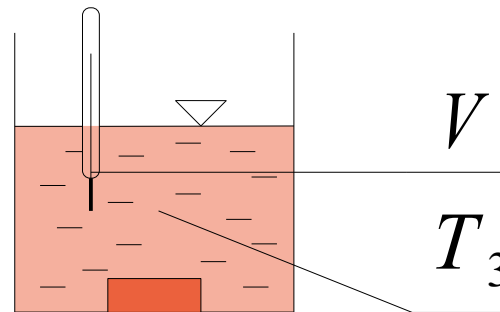


- 1 – naczynie zewnętrzne (izolujące)
- 2 – naczynie wewnętrzne
- 3 – termometr
- 4 – mieszadło
- 5 – podstawka z termoizolującego materiału

# Przykład bilansu kalorymetrycznego



$$\Delta Q_s = \Delta Q_c + \Delta Q_k + \Delta Q_t$$



$$T_2 > T_1$$

$$\Delta Q_s = m_s \cdot c_s \cdot (T_2 - T_3)$$

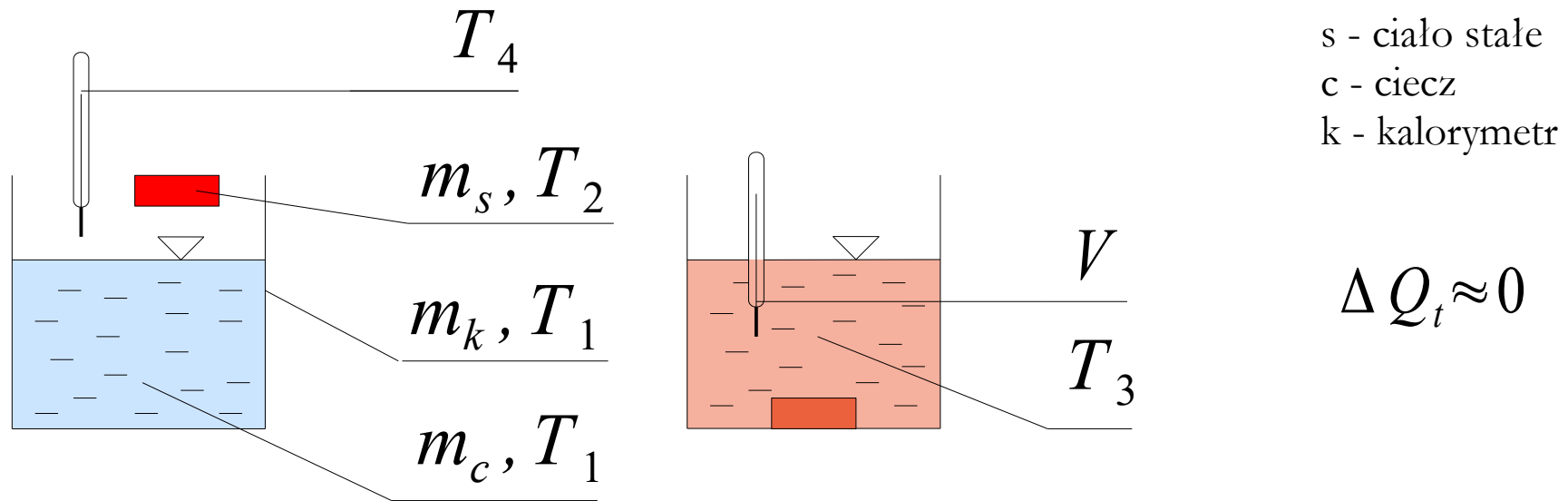
$$\Delta Q_c = m_c \cdot c_c \cdot (T_3 - T_1)$$

$$\Delta Q_k = m_k \cdot c_k \cdot (T_3 - T_1)$$

$$\Delta Q_t = V \cdot R \cdot (T_3 - T_4)$$

- ciepło oddane przez wrzucone do cieczy gorące ciało stałe
- ciepło pobrane z ciała stałego przez ciecz
- ciepło pobrane z ciała stałego przez kalorymetr
- ciepło pobrane z ciała stałego przez termometr

# Przykład bilansu kalorymetrycznego



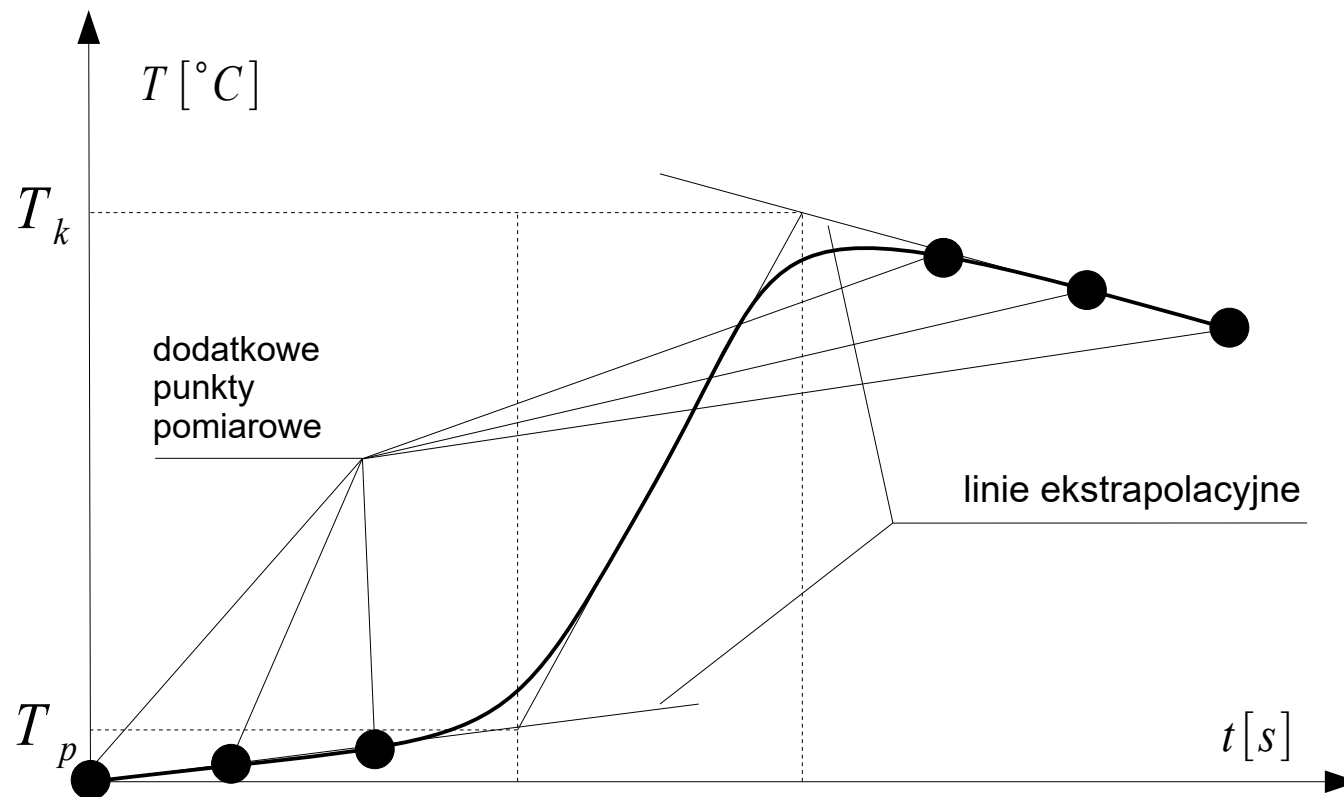
$$m_s \cdot c_s \cdot (T_2 - T_3) = m_c \cdot c_c \cdot (T_3 - T_1) + m_k \cdot c_k \cdot (T_3 - T_1)$$

$$c_s = \frac{(m_c \cdot c_c + m_k \cdot c_k) \cdot (T_3 - T_1)}{m_s \cdot (T_2 - T_3)}$$

$$c_c = \frac{m_s \cdot c_s \cdot (T_2 - T_3) - m_k \cdot c_k \cdot (T_3 - T_1)}{m_c \cdot (T_3 - T_1)}$$

# Problem temperatur granicznych

Aby poprawić jakość pomiaru, początkową i końcową temperaturę procesu można określić metodą ekstrapolacyjną (nie byłoby takiej potrzeby, gdyby kalorymetr izolował w sposób doskonały).





# Przykład bilansu kalorymetrycznego

$$Q = m c \Delta T$$

$$m_1 \cdot c \cdot (T_k - T_1) = m_2 \cdot c \cdot (T_2 - T_k)$$

$$15 \cdot (T_k - 10^{\circ}\text{C}) = 25 (60 - T_k)$$

$$m \cdot c \cdot \Delta T = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$m_1 \cdot \Delta T = m_2 \cdot \Delta T$$

$$m_1 \cdot (T_k - T_1) = m_2 \cdot (T_2 - T_k)$$

$$15 \text{ kg} \cdot (T_k - 10^{\circ}\text{C}) = 25 \text{ kg} \cdot (60^{\circ}\text{C} - T_k)$$

$$15 T_k - 150^{\circ} = 1500 - 25 T_k$$

$$40 T_k = 1650^{\circ}\text{C} \cdot \text{kg}$$

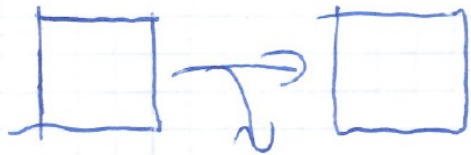
$$40 T_k = 1650^{\circ}\text{C}$$

$$T_k = 41,25^{\circ}\text{C}$$

Przykłady błędnego sposobu rozwiązywania zadań – proszę tak nie robić!

Takie zapisy ujawniają brak znajomości podstawowych zasad matematyki!

# Przykład bilansu kalorymetrycznego



$m_1$  wym  $m_2$   
 $P_1$   $P_2$

$$P_1 V = m_1 R_i T_1$$

$$P_2 V = m_2 R_i T_2$$

$$\frac{P_1}{m_1} = \frac{R_i T}{V}$$

$$\frac{P_2}{m_2} = \frac{R_i T}{V}$$

$$\frac{P_1}{m_1} = \frac{P_2}{m_2}$$

$$\frac{P_1}{m_2 A m} = \frac{P_2}{m_2}$$

$$P_1 m_2 = P_2 m_2 + P_2 A m$$

$$= \frac{3}{1000} (50\,000 - \cancel{100\,000} - \cancel{1200\,000}) = \underline{\underline{-3,45 \text{ [kJ]}}}$$

Przykłady rażących błędów związanych z niezajomością podstaw matematyki.

# Podsumowanie

---

## Zagadnienia:

Ogólna definicja pracy, rodzaje pracy, praca bezwzględna, praca względna, wykres pracy, praca przy stałym ciśnieniu, praca wewnętrzna i zewnętrzna, ciepło, ciepło utajone, ciepło właściwe, ciepło właściwe molowe, wykładnik adiabaty, równanie Mayera, wpływ budowy atomowej na pojemność cieplną, modele ciepła właściwego, średnie ciepło właściwe, Zasada Bilansu Ciepłego, składniki bilansu ciepła, kalorymetr, przykład bilansu kalorymetrycznego, problem temperatur granicznych.

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN  
The Faculty of Technical Sciences  
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11  
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55  
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



---

**Dziękuję za uwagę**

**Wojciech Sobieski**

---

Olsztyn, 2013-2022