

Wydział Nauk Technicznych

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



TERMODYNAMIKA

Gazy doskonałe i gazy rzeczywiste

wersja: 9 marca 2023

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2013-2022

Miary ilości substancji

W termodynamice ilość substancji wyraża się w:

- **na podstawie masy:**
 - w kilogramach
 - w kilogramach na metr sześcienny (dla jednostkowej ilości substancji), czyli poprzez gęstość
- **na podstawie objętości:**
 - w metrach sześciennych
 - w metrach sześciennych na kilogram (dla jednostkowej ilości substancji), czyli poprzez objętość właściwą
- **na podstawie liczności cząstek:**
 - w molach
 - w molach na metr sześcienny (dla jednostkowej ilości substancji), czyli poprzez objętość molową

Mol

Mol – miara liczności substancji wyrażająca konkretną liczbę cząstek (analogicznie jak tuzin czy kopa).

$$n = \frac{m}{M} \left[\frac{\frac{kg}{kg}}{mol} \right] = [mol]$$

n - liczność materii w molach

m - masa substancji

M - masa molowa



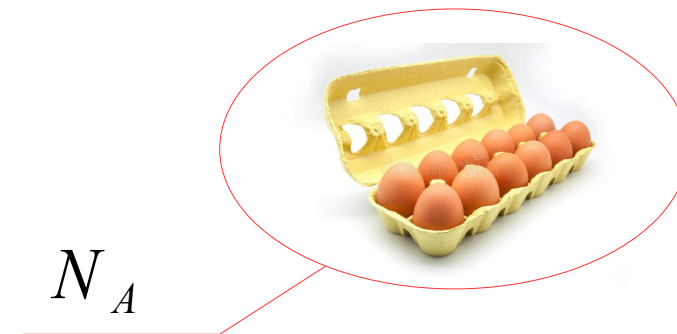
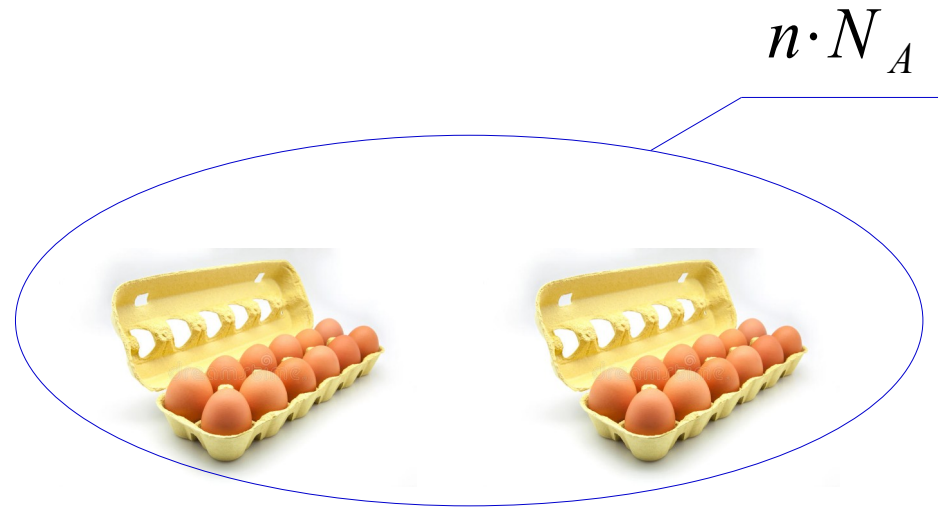
Mol

Mol – miara liczności substancji wyrażająca konkretną liczbę cząstek (analogicznie jak tuzin czy kopa).

$$n = \frac{N}{N_A} \left[\frac{-}{\frac{1}{mol}} \right] = [mol]$$

N - całkowita liczba cząstek substancji

N_A - stała Avogadra



Mol

Mol jest wygodną miarą ilości w przypadku „składania” większych elementów z mniejszych (np. tworzenie cząsteczek w reakcjach chemicznych)



Ile kół potrzeba aby wyprodukować jeden samochód?

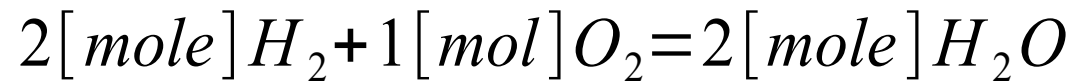
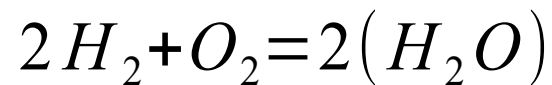
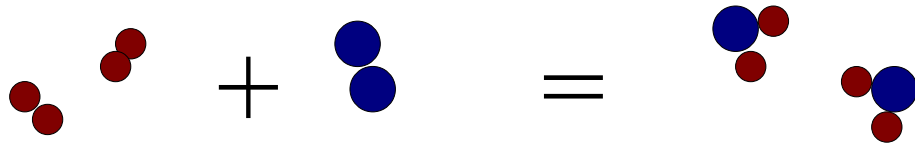
Ile kół potrzeba aby wyprodukować pięć samochodów?

Wniosek 1: na jednostkę ilości samochodów potrzeba cztery takie same jednostki kół.

Wniosek 2: mierzenie liczności składników układu w kilogramach nie ma w tym przypadku sensu. 5

Mol

Ile trzeba połączyć moli wodoru i tlenu, aby wszystkie cząstki połączyły się tworząc wodę?



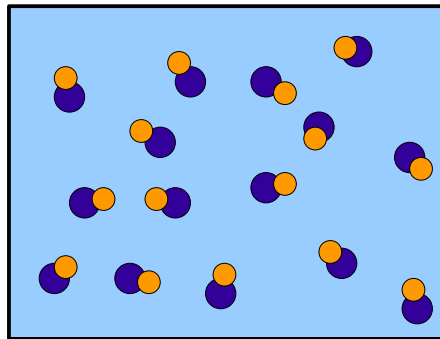
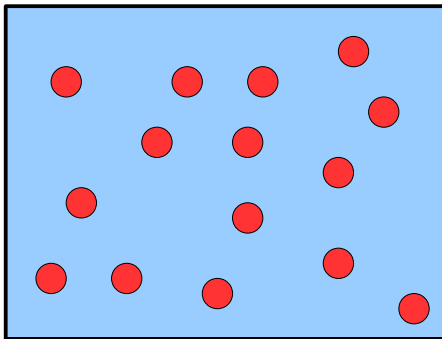
lub całkowita wielokrotność tych wartości



Prawo Avogadra

Prawo Avogadra – prawo stanowiące, że w gazie doskonałym, w tych samych warunkach fizycznych – p , V i T – znajduje się (w przybliżeniu) zawsze taka sama liczba cząstek (równa liczbie Avogadra).

Prawo Avogadra jest prawem przybliżonym, zależnym od podobieństwa porównywanych gazów do gazu doskonałego.



- w tym ujęciu nie ma rozróżnienia jaki gaz jest w układzie.

Liczba Avogadra:

$$N_A = 6.02214179 \pm 0.000000030 \times 10^{23} \left[\frac{1}{mol} \right]$$

Jednostka masy atomowej

Jednostka masy atomowej – jednostka referencyjna (wzorcowa), równa $1/12$ masy izotopu węgla ${}^{12}_6\text{C}$. Odwrotnością jednostki masy atomowej jest stała Avogadra.

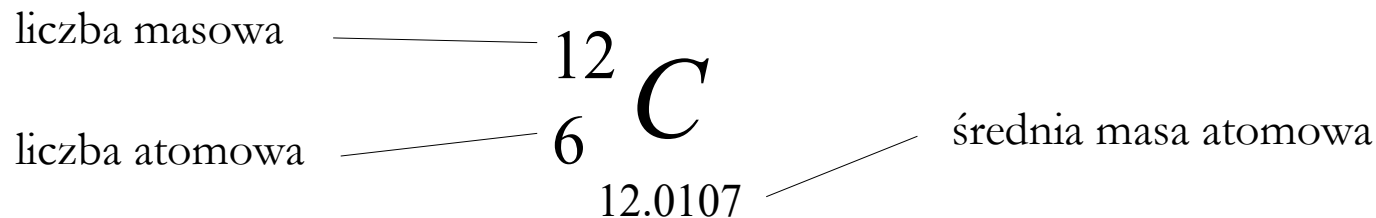
$$u = \frac{1}{12} \cdot m_{{}^{12}_6\text{C}} = 6.02214179 \cdot 10^{-23} \text{ [g]} \qquad 1 [u] = \frac{1}{N_A} \text{ [g]}$$

Średnia masa atomowa – masa atomowa pierwiastka występującego naturalnie w przyrodzie, uwzględniająca występowanie w nim izotopów.

Średnią masę atomową pierwiastka oblicza się z tzw. średniej ważonej – dlatego np. masa atomowa węgla nie wynosi 12 a 12.0107.

Jednostka masy atomowej

Węgiel występuje w przyrodzie jako mieszanina trzech izotopów. Jaki jest skład izotopów jeśli masa atomowa węgla wynosi 12.0107 [u]? Dla uproszczenia pominąć udział węgla $^{14}_6\text{C}$ (wynoszący naturalnie $1.2 \cdot 10^{-10} \%$).



$$M_A = \frac{x_{c12} \cdot 12 + x_{c13} \cdot 13}{100} = \frac{(100 - x_{c13}) \cdot 12 + x_{c13} \cdot 13}{100}$$

$$100 \cdot M_A = 1200 + x_{c13} \rightarrow \begin{cases} x_{c13} = 100 \cdot 12.0107 - 1200 = 1.07 \% \\ x_{c12} = 100 - x_{c13} = 98.93 \% \end{cases}$$

Masa atomowa / cząsteczkowa

Masa atomowa / cząsteczkowa – masa atomu / cząsteczki wyrażona w jednostce masy atomowej (liczba określająca, ile razy masa jednego atomu / cząsteczki jest większa od masy referencyjnej).

$$M_{A/C} = \frac{m_{A/C}}{u} = m_{A/C} \cdot N_A \quad \left[\frac{g}{mol} \right]$$

$M_{A/C}$ - względna masa atomu lub cząsteczki $[u]$

$m_{A/C}$ - bezwzględna masa atomu lub cząsteczki $[g]$

Masa molowa

Masa molowa – masa jednego mola substancji chemicznej [g/mol].

$$M_{molowa} \equiv M_{A/C} = m_{A/C} \cdot N_A$$

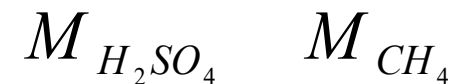
masa atomu lub cząstki pomnożona przez liczbę cząstek w molu (patrz definicje masy atomowej i cząsteczkowej)

	Masa molowa:	Masa cząsteczkowa:
wodór:	2 [g/mol]	2 [u]
azot:	28 [g/mol]	28 [u]
tlen:	32 [g/mol]	32 [u]

N_2	O_2
2 × masa atomowa	

7 N Azot 14,007	8 O Tlen 15,999
---------------------------------	---------------------------------

Masy – atomową, cząsteczkową oraz molową – oznacza się najczęściej symbolem M z indeksem dolnym zawierającym wzór chemiczny, np.:



Objętość molowa

Objętość molowa – objętość, jaką zajmuje jeden mol substancji w warunkach normalnych ($p = 101325$ [Pa], $T = 0$ [°C]). Objętość molową stosuje się podczas rozważań na molach, analogicznie jak objętość właściwą dla rozważań na kilogramach.

$$V_m = \frac{V}{n} = \frac{M}{\rho} = v \cdot M \quad \left[\frac{m^3}{mol} \right] \quad v = \frac{V}{m}$$

Diagram illustrating the components of the molar volume equation:

- V_m : objętość całkowita
- V : objętość całkowita
- n : liczba moli substancji
- M : masa molowa
- ρ : gęstość
- v : objętość właściwa
- M : masa molowa

$$V_m = 22.4138 \quad [dm^3] \quad - \text{objętość molowa gazu doskonałego w warunkach normalnych (wynika z prawa Avogadra)}$$

Aby obliczyć objętość molową w innych warunkach należy skorzystać z tzw. równania stanu (o którym mowa w dalszej części wykładu).

Modele gazów

Gaz doskonały (idealny) – abstrakcyjny, matematyczny model gazu, spełniający następujące warunki:

- cząstki gazu znajdują się w **ciągłym chaotycznym ruchu**
- cząstki gazu **nie posiadają objętości** (są nieskończenie małe)
- cząsteczki gazu **posiadają masę**
- cząstki gazu **nie oddziałują na siebie** z wyjątkiem momentów zderzeń (pomija się oddziaływania międzycząsteczkowe)
- zderzenia cząstek są **idealnie sprężyste** (pomija się lepkość)
- **połączenia** atomów w cząsteczkach są **sztywne** (pomija się drgania atomów w cząstce)
- **ciepło właściwe nie zależy od temperatury i ciśnienia**

Powyższe założenia są podstawą tzw. kinetyczno-molekularnej teorii gazu doskonałego.

Modele gazów

Gaz pół-doskonały – model gazu uwzględniający występowanie drgań atomów. Ciepło właściwe gazu pół-doskonałego jest funkcją temperatury. Pozostałe warunki są takie same jak dla gazu doskonałego.

Gaz rzeczywisty – model gazu, w którym przyjmuje się inne założenia (przynajmniej częściowo), niż te obowiązujące dla gazu doskonałego.

Gaz rzeczywisty może być w uproszczeniu traktowany jako doskonały pod względnie niskim ciśnieniem ($p < 4$ [bary]) oraz przy względnie niskiej temperaturze ($T < 1000$ [K]).

Kinetyczno-molekularna teoria GD

Zmiana pędu i-tej cząstki po odbiciu od ścianki:

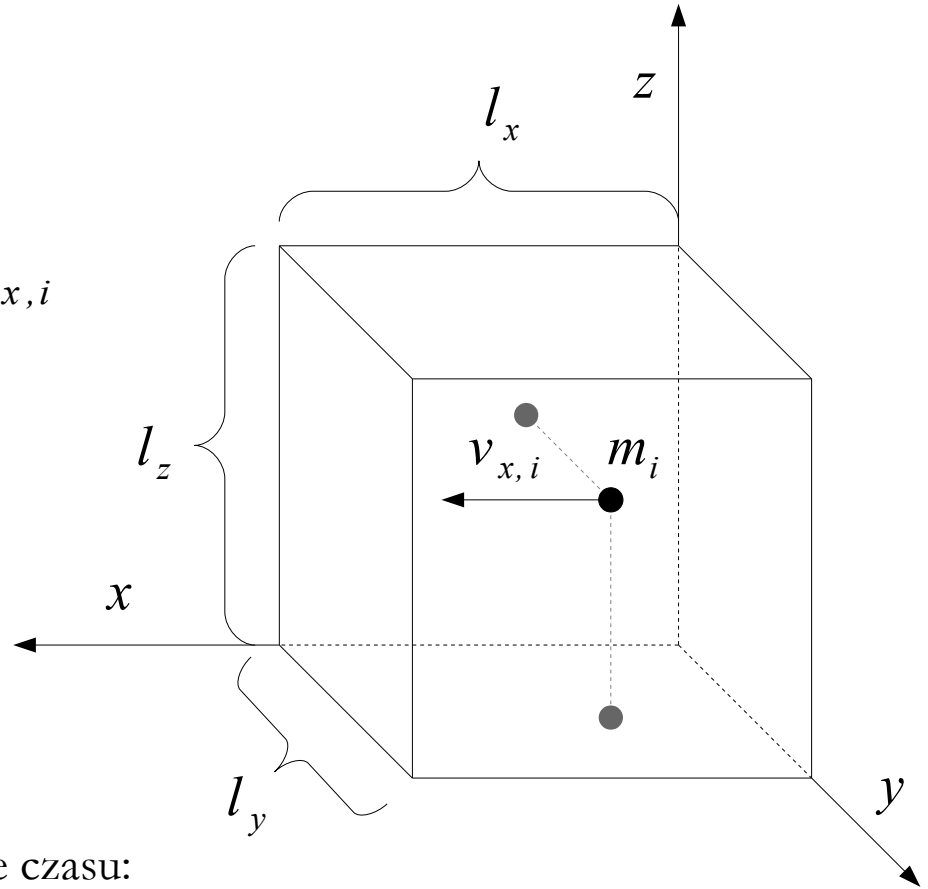
$$\Delta p_{x,i} = m_i \cdot v_{x,i} - (-m_i \cdot v_{x,i}) = 2 \cdot m_i \cdot v_{x,i}$$

Czas jaki upłynie do ponownego uderzenia w tą samą ściankę:

$$t = \frac{2 \cdot l_x}{v_{x,i}} = \frac{1}{f}$$

Sumaryczna zmiana pędu i-tej cząstki w jednostce czasu:

$$\sum \Delta p_{x,i} = f \cdot 2 \cdot m_i \cdot v_{x,i} = \frac{v_{x,i}}{2 \cdot l_x} \cdot 2 \cdot m_i \cdot v_{x,i} = \frac{m_i \cdot v_{x,i}^2}{l_x}$$



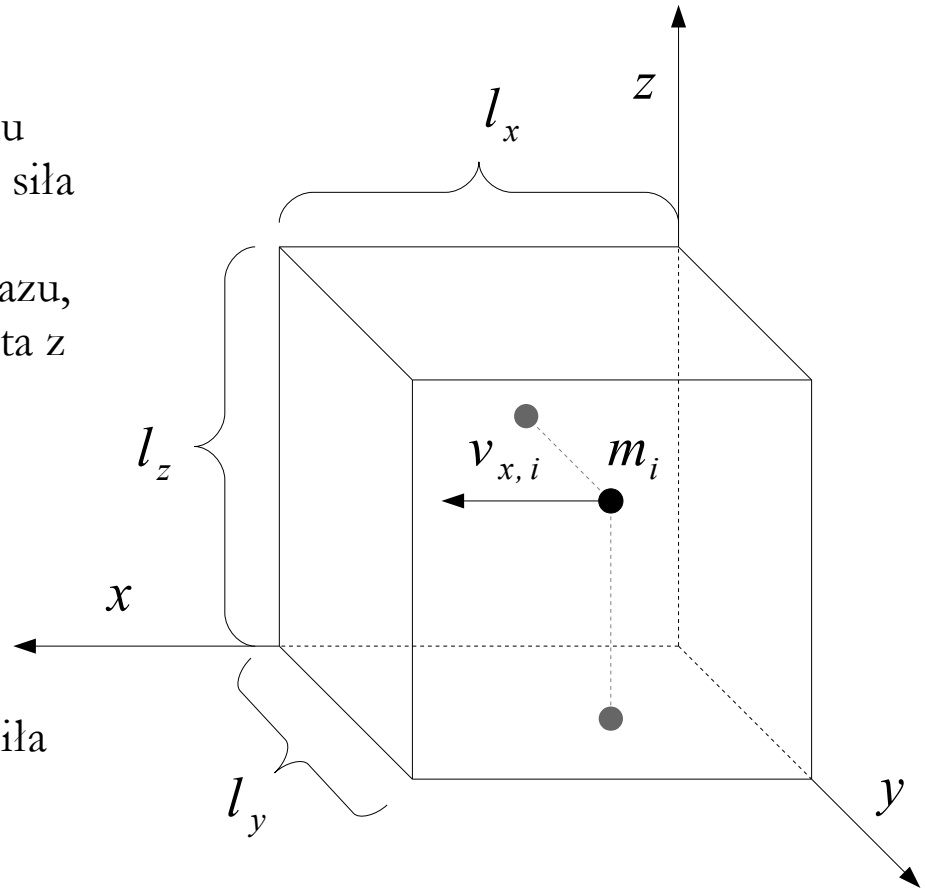
Kinetyczno-molekularna teoria GD

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki, do zmiany pędu ciała potrzebna jest siła. W tym przypadku jest to siła z jaką ścianka działa na cząsteczkę podczas zderzenia. A skoro ścianka działa na cząsteczkę gazu, to, zgodnie z trzecią zasadą dynamiki, cząsteczka ta z taką samą siłą oddziałują na ściankę, a zatem

$$F_{x,i} = \frac{m_i \cdot v_{x,i}^2}{l_x}$$

Ponieważ w objętości znajduje się więcej cząstek, siła wypadkowa musi być odpowiednio powiększona. Sumaryczna siła wypadkowa będzie równa

$$F_x = \frac{N \cdot m_i \cdot v_{x,i}^2}{l_x}$$



N - liczba cząstek w objętości

Kinetyczno-molekularna teoria GD

Uwzględniając zależność między prędkością całkowitą a jej składowymi

$$v_i = \sqrt{v_{x,i}^2 + v_{y,i}^2 + v_{z,i}^2}$$

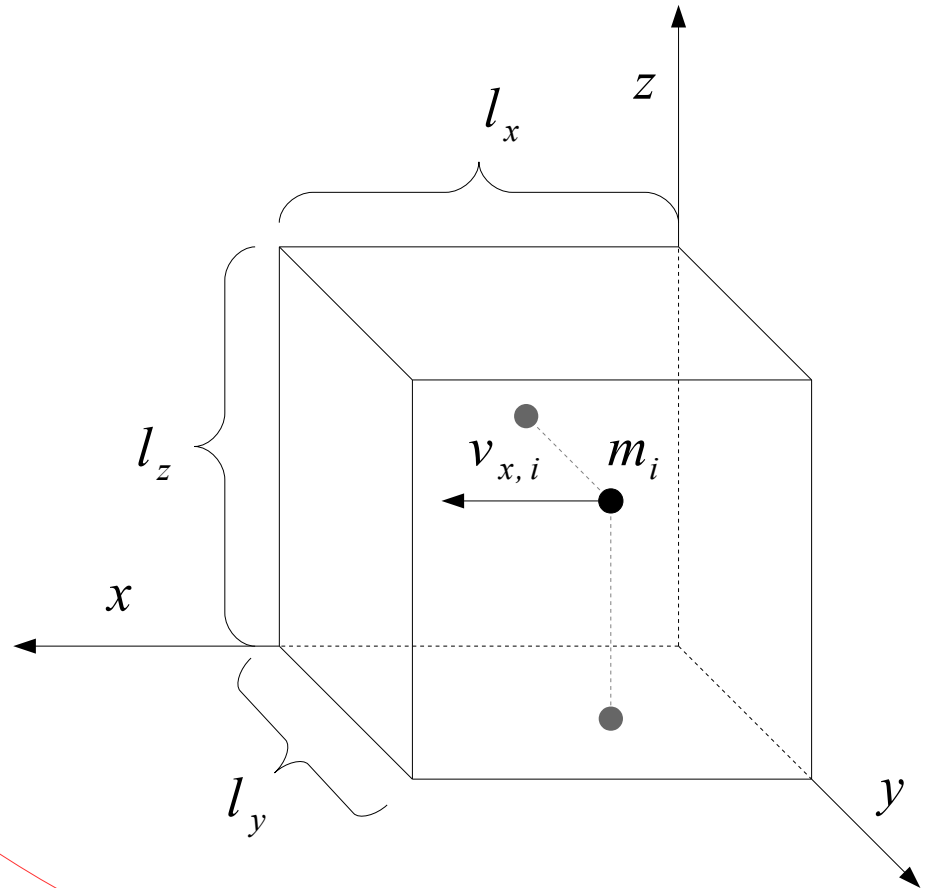
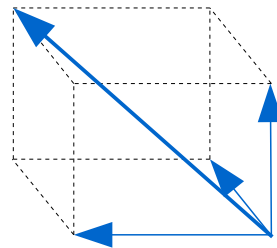
$$v_i^2 = v_{x,i}^2 + v_{y,i}^2 + v_{z,i}^2$$

$$v_i^2 = 3 v_{x,i}^2$$

$$v_{x,i}^2 = \frac{1}{3} v_i^2$$

siła wypadkowa wyniesie

$$F_x = \frac{N \cdot m_i \cdot v_{x,i}^2}{l_x} = \frac{N \cdot m_i \cdot v_i^2}{3 \cdot l_x}$$



$$v_{x,i} = v_{y,i} = v_{z,i}$$

żaden kierunek nie jest uprzywilejowany

Kinetyczno-molekularna teoria GD

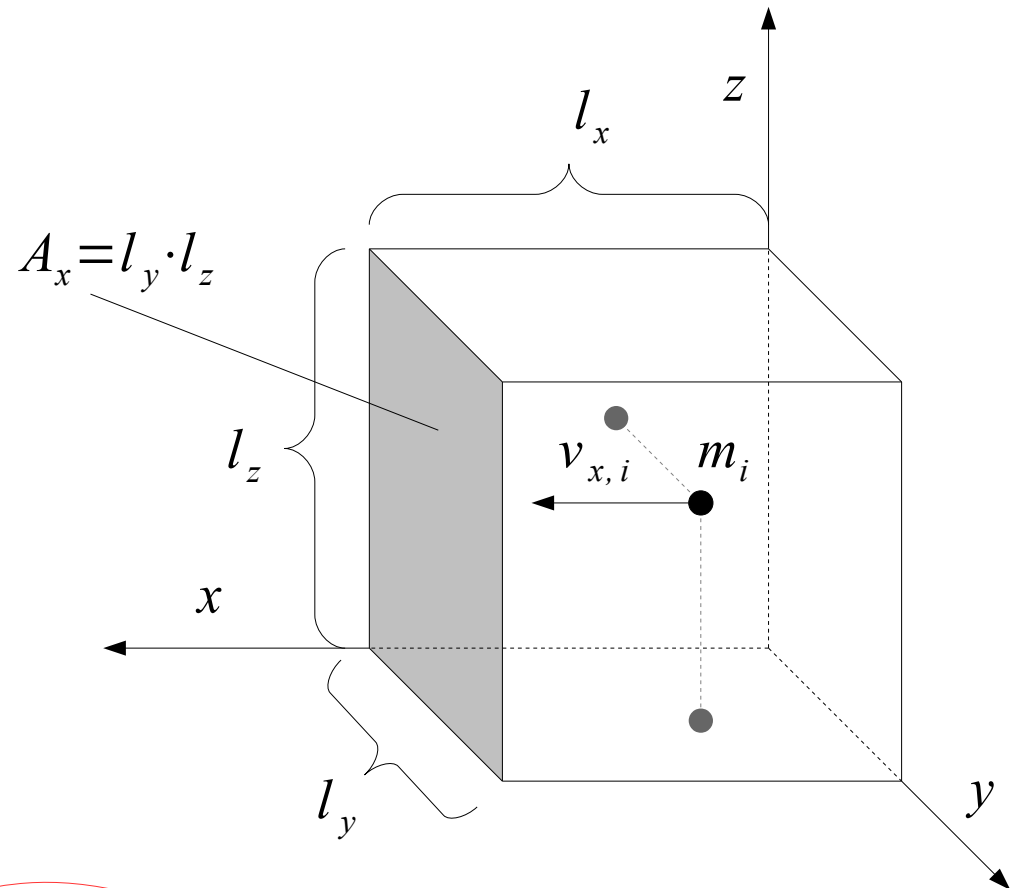
Wyznaczona siła odniesiona do jednostki powierzchni jest miarą ciśnienia:

$$p_x = \frac{F_x}{A_x} = \frac{N \cdot m_i \cdot v_i^2}{3 \cdot l_x \cdot A_x}$$

$$p_x = \frac{N \cdot m_i \cdot v_i^2}{3 \cdot l_x \cdot l_y \cdot l_z}$$

V

$$p_x = \frac{N \cdot m_i \cdot v_i^2}{3 \cdot V} = p$$



$$p_x = p_y = p_z = p$$

żaden kierunek nie jest uprzywilejowany

Kinetyczno-molekularna teoria GD

Wzór można zapisać tak, aby ujawniło się w nim wyrażenie na energię kinetyczną i -tej cząstki:

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot N \cdot 2 \cdot \left(\frac{m_i \cdot v_i^2}{2} \right)$$

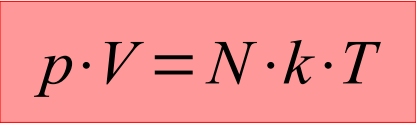
Teraz zakłada się, że energia kinetyczna jest proporcjonalna do temperatury bezwzględnej

$$E_{k,i} = \frac{m_i \cdot v_i^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \quad k = 1.3806 \cdot 10^{-23} \quad \left[\frac{J}{K} \right]$$

Ostatecznie:

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot N \cdot 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot k \cdot T = N \cdot k \cdot T$$

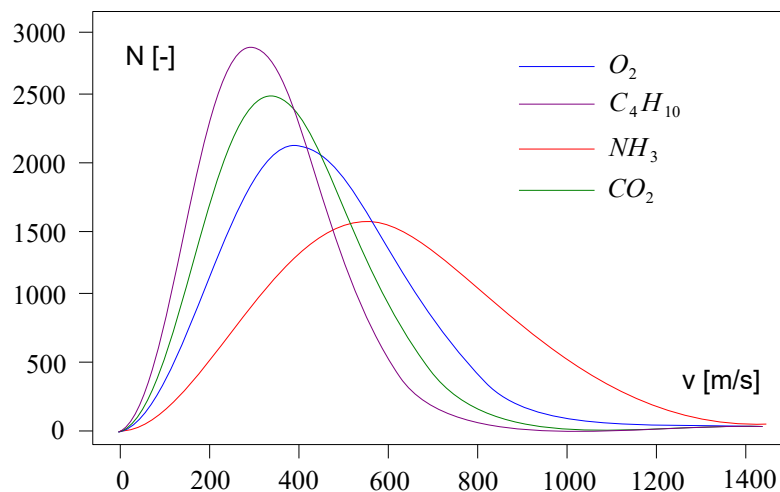
stała Boltzmann


$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

Rozkład Maxwella

Rozkład Maxwella – równanie określające, jaka część ogólnej liczby cząsteczek gazu doskonałego porusza się w danej temperaturze z określoną prędkością przy założeniu równowagi termicznej tego gazu. Zależność ta ma charakter rozkładu gęstości prawdopodobieństwa

$$f(v_i) = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{m_i}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot T} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot v_i^2 \cdot \exp\left(-\frac{\frac{1}{2} \cdot m_i \cdot v_i^2}{k \cdot T} \right)$$



Rozkład Maxwella
dla tlenu, butanu, amoniaku i dwutlenku węgla
w temperaturze 20 [°C]

Ogólna definicja równania stanu

Równanie stanu – równanie określające związki między zmiennymi niezależnymi w izolowanym układzie termodynamicznym. Zazwyczaj za zmienne niezależne przyjmuje się gęstość (lub objętość właściwą) oraz temperaturę.

$$p = p(\rho, T) \qquad p = p(v, T)$$

Dla gazów doskonałych stosuje się równanie Clapeyrona.

W przypadku gazów rzeczywistych istnieje wiele różnych równań: równanie van der Waalsa, równanie Clausiusa, równanie Berthelota, równanie Dietericiego i inne.

Funkcja stanu i funkcja przemiany

Funkcja stanu – wielkość, która zależy wyłącznie od aktualnego stanu gazu – przykładem może być energia wewnętrzna lub entalpia:

$$U = c_v T \qquad H = c_p T$$

Funkcja przemiany – wielkość, która zależy od przebiegu (historii zmian) procesu – przykładem może być praca i ciepło:

$$L_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV \qquad Q_{1-2} = \int_{S_1}^{S_2} T(S) dS$$

Równanie Clapeyrona

Równanie stanu odniesione do mola.

$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$\longrightarrow N = n \cdot N_A \longrightarrow$$

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

z teorii KMG

$$p \cdot V = n \cdot N_A \cdot k \cdot T$$

$$R_u$$

Równanie stanu n-moli gazu doskonałego

$$p \cdot V = n \cdot R_u \cdot T \quad | : n$$

Równanie stanu 1 mola gazu doskonałego

$$p \cdot V_m = R_u \cdot T$$

$$R_u = N_A \cdot k = 8.3145$$

- uniwersalna stała gazowa

$$\left[\frac{J}{mol \cdot K} \right]$$

Równanie Clapeyrona

Równanie stanu odniesione do mola.

$$p \cdot V = n \cdot R_u \cdot T$$

$$p \cdot V_m = R_u \cdot T$$

$$[Pa \cdot m^3] = \left[mol \cdot \frac{J}{mol \cdot K} \cdot K \right]$$

$$\left[\frac{Pa \cdot m^3}{mol} \right] = \left[\frac{J}{mol \cdot K} \cdot K \right]$$

$$\left[\frac{N}{m^2} \cdot m^3 \right] = [J]$$

$$\left[\frac{N \cdot m}{mol} \right] = \left[\frac{J}{mol} \right]$$

$$[J] = [J]$$

$$\left[\frac{J}{mol} \right] = \left[\frac{J}{mol} \right]$$

Równanie Clapeyrona

Równanie stanu odniesione do kilograma.

$$n = \frac{m}{M}$$

indywidualna
stała gazowa

$$R_i = \frac{R_u}{M} \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

$$p \cdot V = n \cdot R_u \cdot T$$

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R_u \cdot T$$

$$p \cdot V = m \cdot \frac{R_u}{M} \cdot T$$



$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \quad | : m$$

Równanie stanu m-kilogramów gazu doskonałego

objętość właściwa

$$\frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} = v \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

Równanie stanu 1 kilograma gazu doskonałego

$$p \cdot v = R_i \cdot T$$

Równanie Clapeyrona

Równanie stanu odniesione do kilograma.

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$p \cdot v = R_i \cdot T$$

$$[Pa \cdot m^3] = \left[kg \cdot \frac{J}{kg \cdot K} \cdot K \right]$$

$$\left[\frac{Pa \cdot m^3}{kg} \right] = \left[\frac{J}{kg \cdot K} \cdot K \right]$$

$$\left[\frac{N}{m^2} \cdot m^3 \right] = [J]$$

$$\left[\frac{N \cdot m}{kg} \right] = \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$[J] = [J]$$

$$\left[\frac{J}{kg} \right] = \left[\frac{J}{kg} \right]$$

Równanie Clapeyrona

Postacie zapisu równania Clapeyrona:

Równanie stanu n-moli gazu doskonałego

$$p \cdot V = n \cdot R_u \cdot T$$

Równanie stanu 1 mola gazu doskonałego

$$p \cdot V_m = R_u \cdot T$$

Równanie stanu m-kilogramów gazu doskonałego

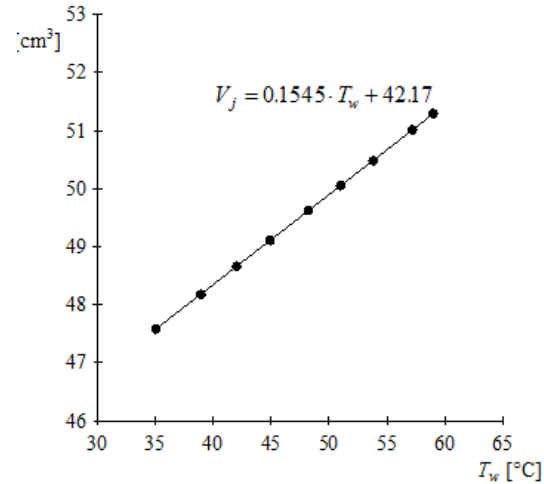
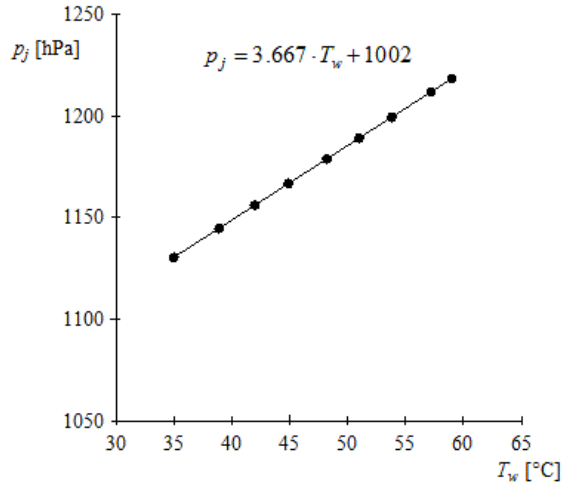
$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$p = \rho \cdot R_i \cdot T$$

Równanie stanu 1 kilograma gazu doskonałego

$$p \cdot v = R_i \cdot T$$

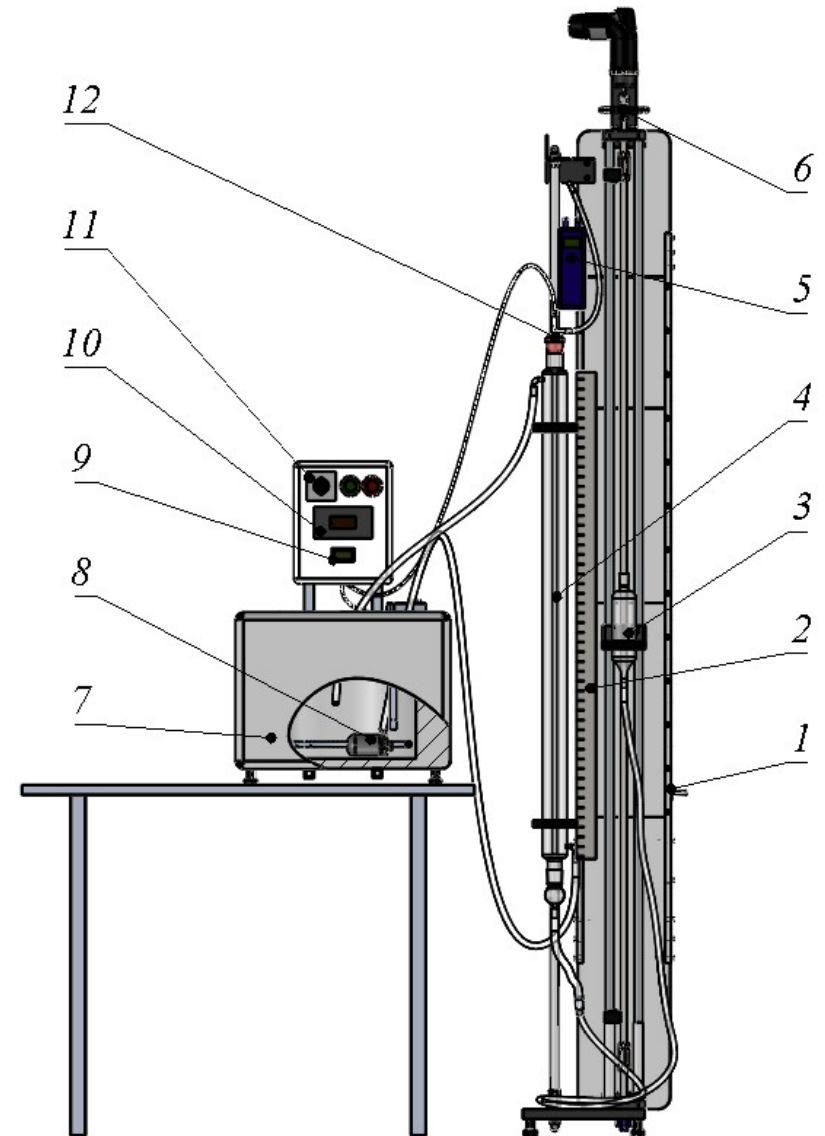
Równanie Clapeyrona



$$T_0 = -273.2 [^{\circ}C] \quad T_0 = -272.9 [^{\circ}C]$$

Eksperymentalnie wyznaczona wartość temperatury zera bezwzględnego.

Stanowisko do badania przemian gazowych.



Natężenie przepływu

Natężenie przepływu – ilość substancji przepływająca przez jakiś przekrój w czasie. Rozróżnia się:

- objętościowe natężenie przepływu
(strumień objętości) $\dot{V} = \frac{V}{t} \left[\frac{m^3}{s} \right]$
- masowe natężenie przepływu
(strumień masy) $\dot{m} = \frac{m}{t} \left[\frac{kg}{s} \right]$
- molowe natężenie przepływu
(strumień moli) $\dot{n} = \frac{n}{t} \left[\frac{mol}{s} \right]$

Równanie Clapeyrona dla przepływów

$$p \cdot V = n \cdot R_u \cdot T$$

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$p \cdot V = n \cdot R_u \cdot T$$

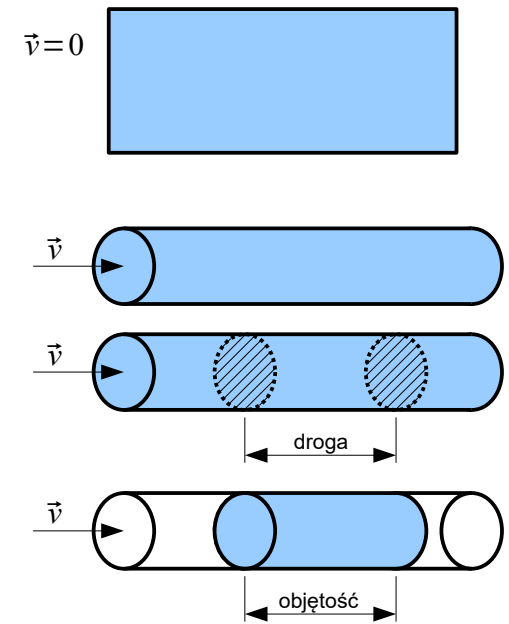
$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$p \cdot \frac{V}{t} = \frac{n}{t} \cdot R_u \cdot T$$

$$p \cdot \frac{V}{t} = \frac{m}{t} \cdot R_i \cdot T$$

$$p \cdot \dot{V} = \dot{n} \cdot R_u \cdot T$$

$$p \cdot \dot{V} = \dot{m} \cdot R_i \cdot T$$



\dot{V} - objętościowe natężenie przepływu (strumień objętości)

\dot{n} - molowe natężenie przepływu (strumień molowy)

\dot{m} - masowe natężenie przepływu (strumień masowy)

$$\left[\frac{m^3}{s} \right]$$

$$\left[\frac{mol}{s} \right]$$

$$\left[\frac{kg}{s} \right]$$

Równanie ciepła dla przepływów

$$Q = n C \Delta T$$

$$Q = m c \Delta T$$

$$Q = n C \Delta T$$

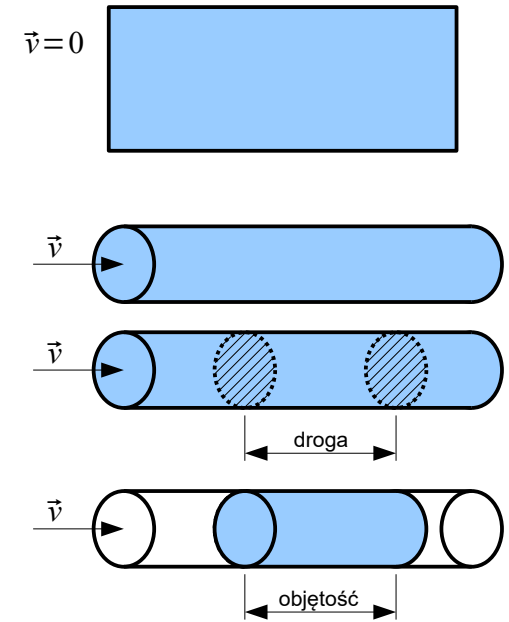
$$Q = m c \Delta T$$

$$\frac{Q}{t} = \frac{n}{t} C \Delta T$$

$$\frac{Q}{t} = \frac{m}{t} c \Delta T$$

$$\dot{Q} = \dot{n} C \Delta T$$

$$\dot{Q} = \dot{m} c \Delta T$$



\dot{V} - objętościowe natężenie przepływu (strumień objętości)

\dot{n} - molowe natężenie przepływu (strumień molowy)

\dot{m} - masowe natężenie przepływu (strumień masowy)

$$\left[\frac{m^3}{s} \right]$$

$$\left[\frac{mol}{s} \right]$$

$$\left[\frac{kg}{s} \right]$$

Stałe gazowe

Uniwersalna stała gazowa (oznaczana jako R_u) – stała fizyczna równa pracy wykonanej przez 1 [mol] gazu doskonałego podgrzewanego o 1 kelwin (stopień Celsjusza) podczas przemiany izobarycznej. Dla gazu doskonałego, uniwersalna stała gazowa jest równa różnicy ciepła właściwego molowego przy stałej objętości oraz przy stałym ciśnieniu:

$$R_u = C_p - C_V$$

Indywidualna stała gazowa (oznaczana jako R_i) – stała fizyczna równa pracy wykonanej przez 1 [kg] gazu podgrzewanego o 1 kelwin (stopień Celsjusza) podczas przemiany izobarycznej. Dla gazu doskonałego, indywidualna stała gazowa jest równa różnicy między ciepłem właściwym przy stałej objętości a ciepłem właściwym przy stałym ciśnieniu:

$$R_i = c_p - c_V$$

Stałe gazowe

$$R_i = c_p - c_V \quad / : c_V$$

$$\frac{R_i}{c_V} = \frac{c_p - c_V}{c_V} = \frac{c_p}{c_V} - 1 = \kappa - 1$$

$$R_i = c_V (\kappa - 1) \quad / \cdot c_p$$

$$\frac{R_i}{c_p} = \frac{c_V}{c_p} (\kappa - 1)$$

$$\frac{R_i}{c_p} = \frac{\kappa - 1}{\kappa}$$



$$c_p = R_i \frac{\kappa}{\kappa - 1}$$

mając wykładnik adiabaty oraz stałą gazową
(indywidualną lub uniwersalną)
można wyliczyć ciepło właściwe
(odpowiednio: zwykle lub molowe)

analogicznie:

$$C_p = R_u \frac{\kappa}{\kappa - 1}$$

Stałe gazowe

$$c_p = R_i \frac{\kappa}{\kappa - 1}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$c_v = \frac{c_p}{\kappa} = \frac{1}{\kappa} c_p$$

$$c_v = \frac{c_p}{\kappa} = \frac{1}{\kappa} R_i \frac{\kappa}{\kappa - 1}$$

$$c_v = \frac{R_i}{\kappa - 1}$$

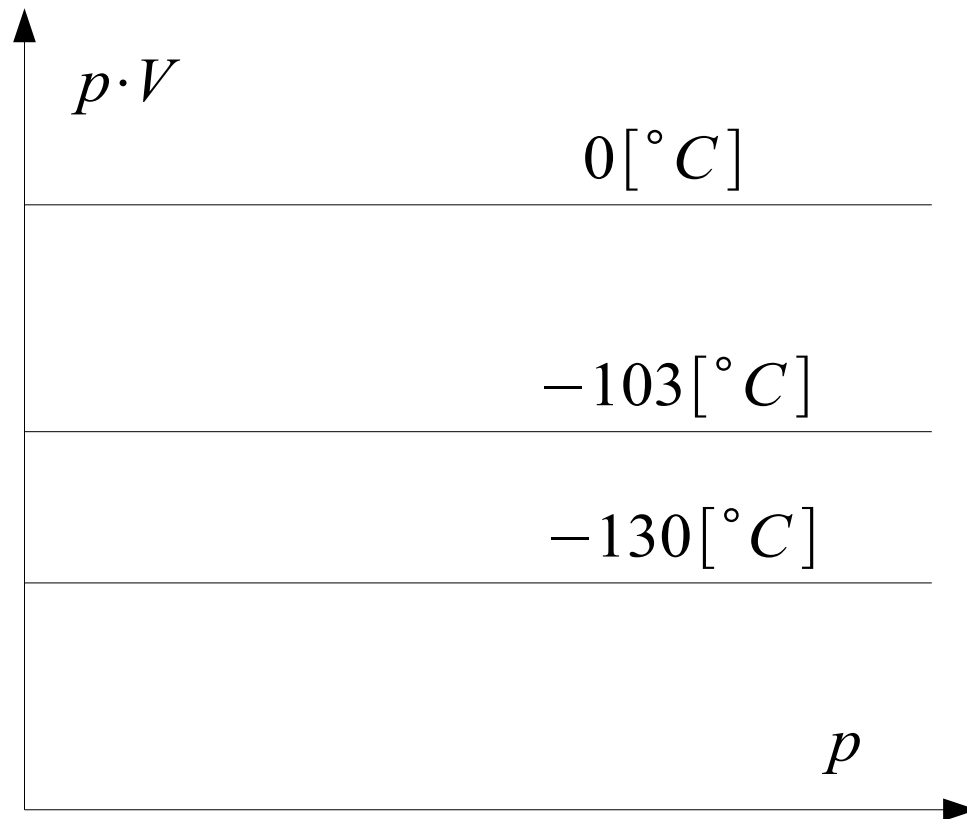
$$C_p = R_u \frac{\kappa}{\kappa - 1}$$

analogicznie:



$$C_v = \frac{R_u}{\kappa - 1}$$

Gazy rzeczywiste



Równanie stanu

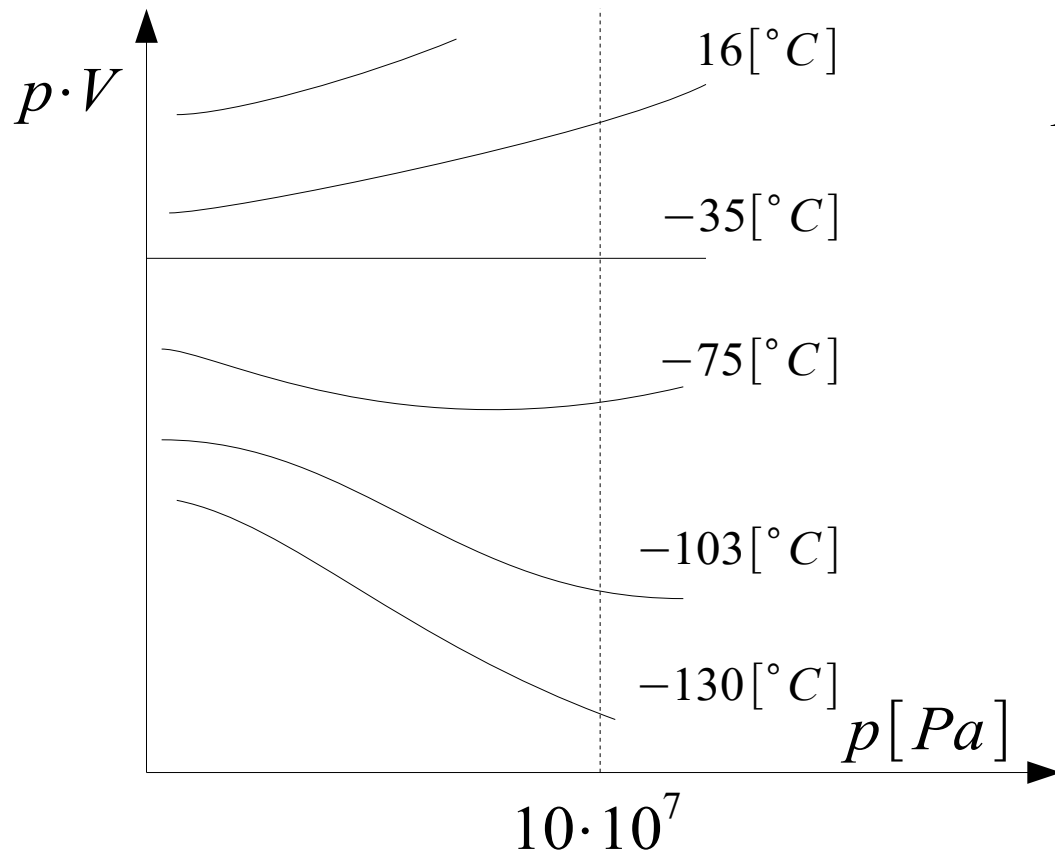
$$p \cdot V = n \cdot R_u \cdot T$$

dla stałej temperatury

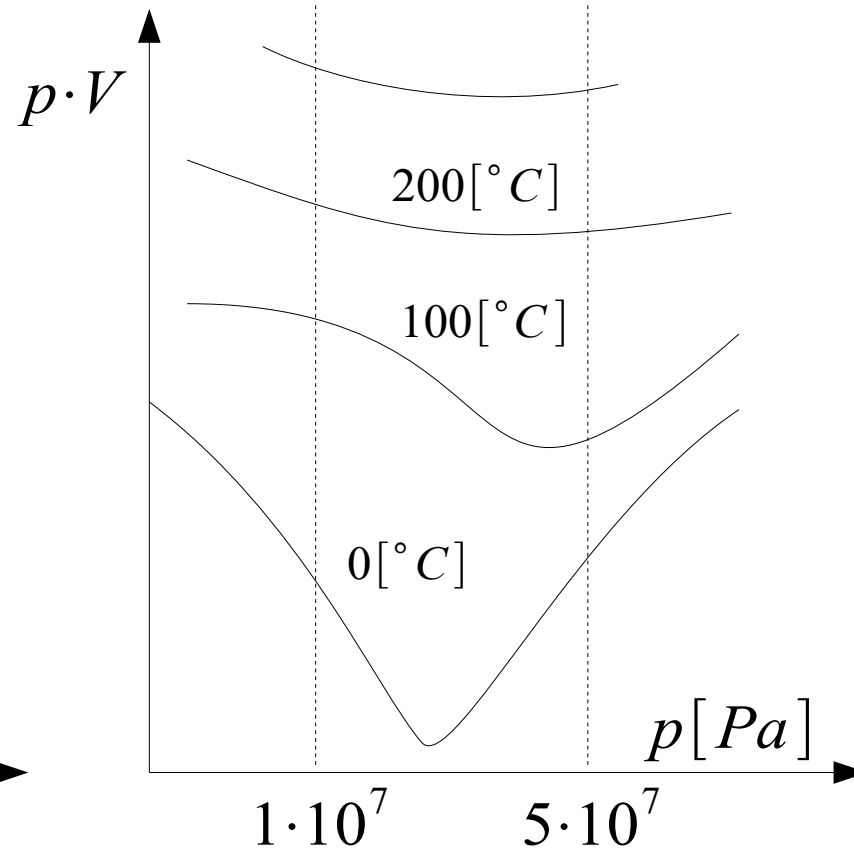
$$p \cdot V = \text{const.}$$

Oznacza to, że iloczyn mnożenia lewej strony zawsze powinien być taki sam – w rzeczywistości tak nie jest.

Gazy rzeczywiste



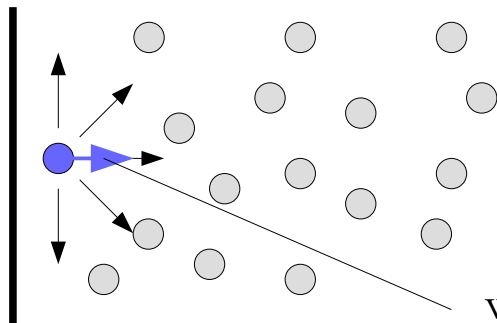
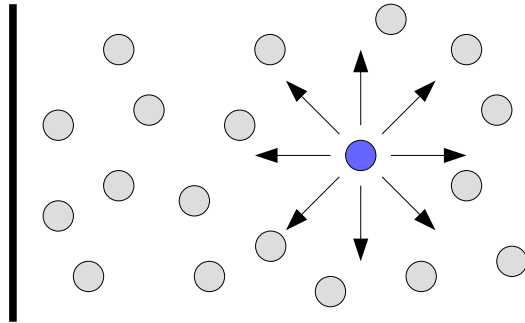
Powietrze



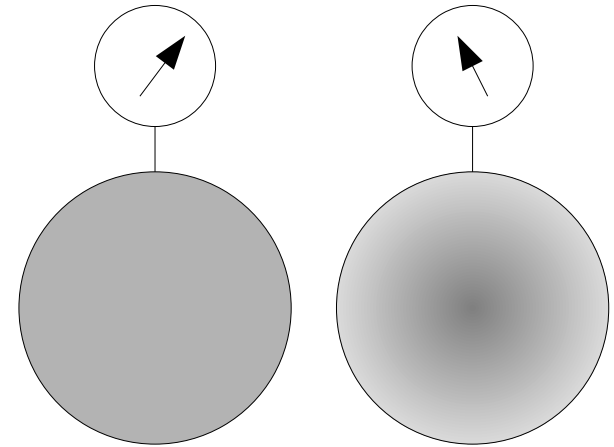
Dwutlenek węgla

Równanie van der Waalsa

Ciśnienie kohezyjne – lokalny spadek ciśnienia wynikający z asymetrii pola sił działających na cząsteczkę gazu znajdującą się przy ścianie naczynia.



wypadkowa sił różna od zera
(uwzględniamy tylko cząsteczki gazu)



ciśnienie we wnętrzu gazu jest większe (zależy od gęstości)

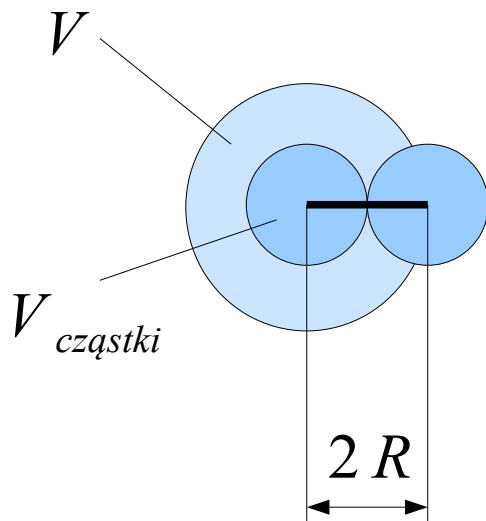
korekta



$$p + a\rho^2 = p + \frac{a}{v^2}$$

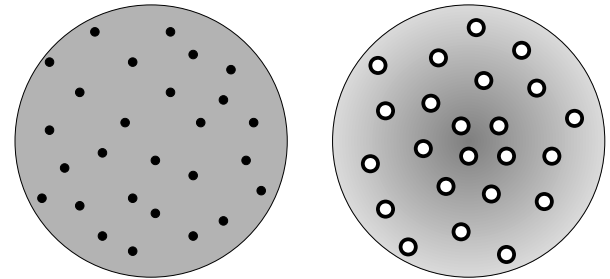
Równanie van der Waalsa

Objętość wyłączona – objętość zajmowana przez cząsteczki gazu.



wewnątrz objętości V
nie może się znaleźć
środek żadnej innej cząstki.

$$V_{\text{cząstki}} = 0 \quad V_{\text{cząstki}} > 0$$



$$V = \frac{4}{3} \pi (2R)^3 = 8 \frac{4}{3} \pi (R)^3 = 8 V_{\text{cząstki}}$$

korekta \longrightarrow

$$V - b$$

Równanie van der Waalsa

Równanie stanu odniesione do 1 mola.

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right) \cdot (V_m - b) = R_u \cdot T$$

Równanie stanu odniesione do n moli.

$$\left(p + n^2 \cdot \frac{a}{V_m^2}\right) \cdot (V_m - n \cdot b) = R_u \cdot T$$

a - poprawka uwzględniająca przyciąganie cząsteczek gazu (a więc spadek ciśnienia)

b - poprawka uwzględniająca objętość własną cząsteczek

Równanie van der Waalsa

Gaz	Symbol	a [(N·m ⁴)/mol ²]	b [m ³ /mol]	T _k [°C]
Amoniak	NH ₃	4.17	0.037	132
Argon	Ar	1.35	0.037	-123
Azot	N ₂	1.39	0.039	-147
Dwutlenek węgla	CO ₂	3.59	0.043	31
Etan	C ₂ H ₆	5.49	0.064	32
Etylen	C ₂ H ₄	4.47	0.057	9.26
Hel	He	0.03	0.02	-268
Ksenon	Xe	4.19	0.051	17
Powietrze		1.4	0.039	
Tlen	O ₂	1.36	0.032	-118
Wodór	H ₂	0.224	0.027	-240

Tablica wartości stałych a i b dla wybranych gazów.

Inne równania stanu gazów rzeczywistych

Równanie stanu Dieterici – lepiej niż równanie van der Waalsa opisuje zachowanie gazów przy niezbyt wysokich ciśnieniach.

$$p = \frac{R_u \cdot T}{V - b} \cdot \exp\left(-\frac{a}{R \cdot T \cdot V}\right)$$

Równanie stanu Berthelota – lepiej niż równanie van der Waalsa opisuje zachowanie gazów i par w niskich temperaturach.

$$\left(p + \frac{a'}{T \cdot V^2}\right) \cdot (V - b) = R_u \cdot T$$

Inne równania stanu gazów rzeczywistych

Równanie stanu Callendar – równanie wprowadzone wyłącznie dla wody i nie przewidujące punktu krytycznego.

$$V - b = \frac{R_u \cdot T}{p} - \frac{c}{T^{\frac{10}{3}}}$$

Równanie stanu Beattie i Bridgmana.

$$\frac{p \cdot V}{R_u \cdot T} = \left(1 - \frac{c}{V \cdot T^3}\right) \cdot \left(1 + \frac{B_0}{V} - \frac{B_0 \cdot b}{V^2}\right) - \left(\frac{A_0}{R \cdot T \cdot V}\right) \cdot \left(1 - \frac{a}{V}\right)$$

a, b, c, A_0 , B_0 - stałe modeli

Podsumowanie

Zagadnienia:

Miary ilości substancji, mol, prawo Avogadra, liczba Avogadra, objętość molowa, jednostka masy atomowej, masa atomowa / cząsteczkowa, masa molowa, objętość molowa, modele gazów, gaz doskonały, gaz pół-doskonały, gaz rzeczywisty, kinetyczno-molekularna teoria gazu doskonałego¹, rozkład Maxwella, ogólna definicja równania stanu, funkcja stanu i funkcja przemiany, równanie Clapeyrona, postacie równania Clapeyrona, natężenie przepływu, równanie Clapeyrona dla przepływów, równanie ciepła dla przepływów, stałe gazowe, gazy rzeczywiste, równanie van der Waalsa, inne równania stanu gazów rzeczywistych.

UNIVERSITY OF WARMIA AND MAZURY IN OLSZTYN
The Faculty of Technical Sciences
POLAND, 10-957 Olsztyn, M. Oczapowskiego 11
tel.: (48)(89) 5-23-32-40, fax: (48)(89) 5-23-32-55
URL: <http://www.uwm.edu.pl/edu/sobieski/> (in Polish)



Dziękuję za uwagę

Wojciech Sobieski

Olsztyn, 2013-2022